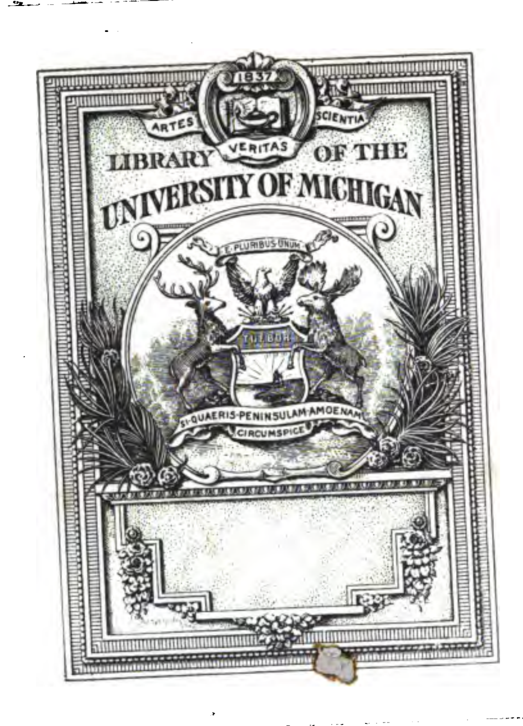

1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exacten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und höheren Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der mathematisch-naturwissenschaftlich-didactischen Sectionen der Philologen-, Naturforscher- und allgemeinen deutschen Lehrer-Versammlung.)

Unter Mitwirkung von Fachlehrern herausgegeben

von

J. C. V. Hoffmann,

Oberlehrer am königl. Gymnasium zu Freiberg in Sachsen.



Zweiter Jahrgang.

Mit 1 Figurentafel (enth. 13 Fig.) und 18 Holzschnittfiguren im Text.

Leipzig,

Druck und Verlag von B. G. Teubner.

1871.

Inhaltsverzeichniss des 2. Bandes.

I. Abhandlungen und kleinere Mittheilungen.

A) Organisation des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

B) Methodik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer.

1) Mathematik.

a) Allgemeines:

b) Arithmetik:

c) Geometrie:

Nachtrag zum Druckfehlerverzeichniss.

(Vergl. S. 171. 559.)

Seite 453 Zeile 2 v. o. lies — 17 statt 17.
„ „ „ 25 v. o. zu streichen.
„ „ Setze Zeile 25 vor Zeile 30.
„ 454 Zeile 6 v. o. lies gefällten statt gefüllten.

Die Lehre von der Congruenz der Dreiecke und Zugehöriges in eine neue Fassung gebracht.

Von Prof. Dr. Fresenius in Frankfurt a. M.

(Hierzu 1 Tafel.)

In den bisher gebräuchlichen Lehrbüchern der Elementargeometrie ist für Lehrer und Schüler die Congruenzlehre nebst den ihr verwandten Sätzen, wenn bei jedem Satz der präcise Beweis verlangt wird, dadurch erschwert, dass keine ungestörte und übersichtliche Anordnung stattfinden kann. Schon Euklids Congruenzsätze sind durch andre Sätze — wie die vom Einfluss der Seiten des Dreiecks auf die Winkel desselben — auseinander gerissen. Ebenso in allen Büchern, die wesentlich Euklids Vorgang folgen. Es hängt damit zusammen, dass die Beweisarten selbst etwas buntscheckiges aus verschiedenen Ecken zusammengesuchtes zeigen. Diese Künstlichkeit fast gleich am Eingang der Planimetrie ist für den noch ungeschulten Verstand des Neulings keine kleine Verlegenheit und der Lehrer pflegt sich Glück zu wünschen, wenn er seine Schüler einmal glücklich über dieses Gebiet hinausgebracht hat, welches doch der so nothwendige Schlüssel alles folgenden ist. Wie mir scheint ist es nicht schwer eine leichte zusammenhängende Behandlung dieses Elementargebietes zu finden, wenn man das Mittel anwendet, auf welches alle hierher gehörigen Sätze direkt oder indirekt hindeuten: die zweiseitige Symmetrie. Ich habe diese Betrachtungsweise bereits in dem 1868 bei Kreidel in Wiesbaden erschienenen Werkchen: die psychologischen Grundlagen der Raumwissenschaft — gelegentlich erwähnt. Ein zum Gebrauch beim Unterricht ausgeführter Gang soll hier versucht werden. Am Ende desselben mögen dann noch einige vergleichende Bemerkungen über diese und die ältere Betrachtungsweise Platz finden. Vorausgesetzt wird nur die Lehre von den Winkeln (incl. Parallelensätze) und der Satz, dass die Summe

zweier Seiten des Dreiecks grösser ist als die dritte Seite — als Ausfluss des Axioms: die grade Linie ist der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten.

Vorbereitung: Sätze von der Symmetrie.

1) In der Ebene, in welcher sich alle planimetrischen Figuren befinden, ist es möglich, sich überall eine grade Linie zu denken, um welche als um eine Achse die eine Seite der Ebene so gedreht werden kann, dass sie nach einer halben Umdrehung mit der andern Seite der Ebene zusammenfällt.

Zwei Punkte, welche so auf den beiden Seiten der Achse liegen, dass sie durch die erwähnte Umwendung zu einem einzigen zusammenfallen, heissen für diese Achse symmetrisch.

Ueberhaupt sollen Linien und Figuren beiderseits der Axe, welche nach jener Umwendung sich vollkommen decken, für diese Axe entsprechend symmetrisch heissen.

2) Jeder Punkt der Achse ist von zwei symmetrischen Punkten gleich weit entfernt. Denn da bei der Umwendung (Fig. 1) *b* auf *a* fällt, *c* der Achsenpunkt aber an seiner Stelle bleibt, so fällt *bc* auf *ac*.

3) Die Verbindungslinien eines Achsenpunktes mit zwei symmetrischen Punkten bilden an der Achse gleiche Winkel. Denn bei der Umwendung muss wie in 2) *bc* auf *ac* fallen, *cd* aber als in der Achse liegend seine Richtung behalten; also müssen Winkel, deren Schenkel zusammenfallen können, sich gleich sein.

4) Die grade Verbindungslinie zweier symmetrischer Punkte wird von der Achse halbirt. Specieller Fall von 2).

5) Die Verbindungslinie zweier symmetrischer Punkte wird von der Achse senkrecht durchschnitten. Specieller Fall von 3) mit dem Umstand, dass hier die Achse den gestreckten Winkel halbirt.

6) Zwei Richtungen, welche mit derselben Richtung der Achse (z. B. wenn sie von oben nach unten gezogen wäre, mit dem nach oben gerichteten Theil) und vom nämlichen Punkt der Achse ausgehend, beiderseits gleiche Winkel bilden, sind symmetrisch, d. h. müssen sich nach der Umwendung decken. Würden sie sich nicht decken, so erwiese sich dadurch die Voraussetzung gleicher Winkel als falsch. (Dieser Satz ist die

Umkehr von 3), wenn der letztere so verallgemeinert wird: Symmetrische Richtungen bilden an der Achse gleiche Winkel.)

7) Wird auf jeder der im vorigen Satz angenommenen symmetrischen Richtungen ein Punkt gleichweit vom Achsendurchschnitt der Richtungen festgesetzt, so sind solche zwei Punkte symmetrisch.

Denn würden sie sich bei der Umwendung nicht decken, so zeigten sie dadurch ihre verschiedenen Entfernungen vom Achsenpunkt. (Umkehr von 2).)

8) Jeder Punkt ausserhalb der Achse liegt einem von zwei symmetrischen Punkten näher als dem andern. — Wenn (Fig. 2) a symmetrisch zu b ist und c ausser der Achse liegt, so muss eine der Verbindungslinien ca und cb (hier cb) die Achse schneiden. Dort sei d, so ist $da = db$ (nach 2)) also $bc = ad + dc > ac$.

9) Dieser Satz lässt sich auch so fassen: Jeder Punkt, der gleichweit von zwei symmetrischen Punkten entfernt ist, liegt auf der Achse. (Umkehr zu 2).)

10) Symmetrische Linien haben mit symmetrischen Linien (auch krumme inbegriffen) entsprechend symmetrische Durchschnittspunkte. — Denn wäre das irgendwo nicht der Fall, so müsste sich beim Umwenden eine unsymmetrische Stelle an den Linien finden — gegen die Voraussetzung.

11) Werden an symmetrischen Punkten zu symmetrischen Richtungen unter gleichen aber in Bezug auf die Achse nach entgegengesetzter Seite gedrehten Winkeln neue Richtungen angebracht, so sind auch diese symmetrisch. Denn wenn die Schenkel der neuen Richtungen nach entgegengesetzter Seite in Bezug auf die Achse gedreht sind, so wird bei der Umwendung der einen Halbebene die Uebereinstimmung der Richtungen eben durch diese neue Umwendung des Entgegengewendeten wieder hergestellt.

12) Was bei symmetrischen Gesammtfiguren nur einmal vorhanden ist (Punkte oder Strecken gerader Richtung), muss auf der Achse liegen. Andernfalls würde es sich durch das Umwenden verdoppelt haben.

Vom Kreis.

13) Der Kreis ist eine Linie, in welcher alle Punkte gleich weit (um gleiche Radien) von einem bestimmten Punkt (dem Centrum) entfernt sind.

14) Wird die Achse durch das Centrum eines Kreises gelegt, so findet sich zu jedem Punkt des Halbumfangs der einen Seite ein symmetrischer Punkt auf dem Halbumfang der andern Seite. Z. B. der Punkt *a* werde mit *c* dem Centrum verbunden (Fig. 3), *cb* mache mit der Achse *cd* denselben Winkel wie *ca*, so muss, da *cb* auch gleich *ca* ist (13), auch *b* symmetrisch zu *a* sein (7).

Dieser Satz lässt sich kurz so fassen: Jeder Kreis wird durch jede Achse durch sein Centrum symmetrisch getheilt.

15) Jeder Kreis, der durch zwei symmetrische Punkte geht, hat sein Centrum auf der Achse. Läge es nicht auf der Achse, so könnte es nicht gleich weit von den beiden Peripheriepunkten, die symmetrisch liegen, entfernt sein (8) gegen die Bestimmung (13) des Kreises.

16) Das Perpendikel auf der Mitte einer Sehne geht durchs Centrum des Kreises. Denn werden zwei Punkte eines Kreises durch eine gerade Linie verbunden, so ist eine senkrechte Linie durch die Mitte derselben symmetrische Achse zu jenen zwei Punkten, weil nach 6) und 7) die Punkte in Bezug auf diese Achse symmetrisch sind. Nach 15) hat aber der Kreis, welcher durch diese zwei Punkte geht, sein Centrum auf der Achse, also auch auf dem Perpendikel, welches in die Achse fällt.

17) Concentrische Kreise sind, wenn sie gleiche Radien haben, identisch; wenn sie verschiedene Radien haben, sind sie ohne Durchschnitt, weil für jeden Durchschnittspunkt die Radien gleich wären.

18) Also müssen sich schneidende Kreise excentrisch sein.

19) Eine Gerade hat mit einem Kreis höchstens zwei Durchschnitte. Hätte sie drei Punkte mit dem Kreis gemein, so besässe dieser Kreis zwei in derselben Richtung liegende Sehnen. Auf der Mitte einer jeden derselben wäre ein Perpendikel möglich, auf welchem nach 16) das Centrum liegen müsste. Da aber zwei Perpendikel auf einer geraden Linie sich nirgends treffen, so müsste der Kreis zwei Centra haben, was unmöglich.

20) Zwei Kreise können sich in höchstens zwei Punkten schneiden. Gäbe es einen dritten Punkt auf beiden Kreisen, so müssten sie zwei Sehnen gemeinsam haben können, welche keine gerade Linie bilden können, da ein Kreis nicht drei Punkte mit einer Geraden gemeinsam haben kann (19). Die Perpendikel

auf den Mitten beider Sehnen könnten demnach nicht parallel laufen, sondern müssten sich in einem Punkt treffen, der nach 16) das Centrum beider Kreise sein müsste, was gegen 17) oder 18) streitet.

21) Wird eine senkrecht zur Achse gelegte Grade von einem Kreis, dessen Centrum auf der Achse liegt, zweimal geschnitten, so sind die Schnittpunkte symmetrisch nach 6) und 10). Dieser Satz lässt sich auch aussprechen: Perpendikel vom Centrum eines Kreises auf eine Sehne halbirt sie.

22) Der dritte zu 16) und 21) gehörige Satz: Die Linie vom Centrum auf die Sehnenmitte steht senkrecht zur Sehne, lässt sich leicht so zeigen: Stände sie nicht senkrecht, so stände eine andre Linie auf der Sehnenmitte senkrecht. Diese andre müsste nach 16) durchs Centrum gehen, welches aber angenommener Massen schon auf jener ersten Linie liegt.

23) Schneiden sich zwei Kreise, deren Centra auf der Achse liegen, zweimal, so sind die beiden Durchschnitte symmetrisch nach 14) und 10).

24) Berühren sich zwei Kreise nur in einem Punkt, (was der Fall sein muss, wenn die Summe oder Differenz ihrer Radien gleich der Entfernung ihrer Centra ist,) so muss dieser einzige Berührungspunkt auf der Richtung der Verbindungslinie ihrer Centra liegen. Denn diese Verbindungslinie ist zugleich für beide symmetrische Achse (14) und der nur einmal in der symmetrischen Gesammtfigur vorkommende Berührungspunkt muss 12) auf der Achse liegen.

25) Legt man durch den Endpunkt eines Durchmessers eine zu ihm senkrechte Linie, so muss diese, wenn der Durchmesser als Achse betrachtet wird, symmetrisch liegen (6). Ausser dem Endpunkt des Durchmessers, welcher zugleich auf dem Kreis und der neuen symmetrischen Linie liegt, können die beiden letzteren keinen Durchschnitt haben. Denn fände auf der einen Seite der Achse einer statt, so forderte die Symmetrie der Gesammtfigur (beim Umwenden) noch einen Durchschnittspunkt jenseits der Achse. Damit hätte aber Kreis und Gerade drei Punkte gemein (gegen 19). Also: Eine Senkrechte am Ende eines Durchmessers hat nur einen Punkt am Kreis, ist Tangente.

26) Wenn eine Gerade mit einem Kreis nur einen Punkt gemein hat, muss sie senkrecht zum Durchmesser stehen. Denn

wäre das nicht der Fall, so liesse sich ein andrer an anderm Punkt auf der Geraden senkrechter Durchmesser denken, welcher dann nothwendig symmetrische Achse der Gesammtfigur wäre. Dies ist aber nicht möglich, weil in ihr zu dem voraussetzlich einzigen Berührungspunkt ausserhalb der symmetrischen Achse kein symmetrischer Gegenpunkt, der doch auch ein Berührungspunkt sein müsste, zu finden ist.

27) Die Senkrechte auf der Tangente im Berührungspunkt muss durchs Centrum gehen. Andernfalls wäre vom Centrum nach diesem Punkt eine Linie senkrecht (25), neben welcher die erste unmöglich würde.

28) Zwei Tangenten vom selben Punkt an denselben Kreis gezogen sind gleich gross. Man verbinde die Berührungspunkte mit dem Centrum und halbire den Winkel beider Verbindungslinien. Diese Halbirungslinie ist sowohl Achse für den Kreis (14) als für die Berührungspunkte, (6) und (7). Da aber die Tangenten dort gleiche (rechte) Winkel bilden, so sind auch (11) die Richtungen dieser Tangenten symmetrisch. Da sie aber nur einen Durchschnitt haben können, so ist dieser (12) auf der Achse befindlich. Folglich ist die Länge beider Tangenten zwischen ihrem Durchschnittspunkt als einem Achsenpunkt und ihren symmetrischen Berührnngspunkten (nach 2) gleich.

29) Aus der Figur des vorigen Satzes geht noch eine andre Betrachtung hervor. Verbindet man die Berührungspunkte, so hat man eine Sehne, welche gleiche Winkel gegen beide Tangenten zeigt. Lässt man (Fig. 4) einen der Radien, z. B. cb sich bis zum andern cp drehen, so muss die am ersteren rechtwinklig befestigte Tangente ba dieselbe Drehung mitmachen und schliesslich in der Richtung ap ankommen. Hat aber der Radius cb nur die Hälfte einer solchen Drehung gemacht, d. h. ist er nur bis in die Achsenrichtung cd gelangt, so muss die an ihm befestigte Tangente in die Lage gf, senkrecht zur Achse, also in die Richtung der Sehne bp gelangt sein. Es folgt daraus, dass jeder Tangentensehnenwinkel (hier abp) der Hälfte des Sehnenbogens (also bd oder Centriwinkel bcd) an Drehung gleich ist.

30) Als Folge schliesst sich an das Vorige: Der Winkel, den zwei Sehnen an der Peripherie mit einander bilden, ist die Hälfte des von ihren andern Endpunkten begrenzten Bogens.

Denn da beiderseits (Fig. 5) an der Tangente des Scheitelpunkts *o* die Tangentensehnenwinkel *bon* und *aou* gleich den Hälften der Sehnenbogen *bo* und *ao* sind, die drei Winkel an *o* aber zusammen eine halbe Drehung darstellen, also der Hälfte des Kreises $oa + ab + bo$ gleich sind, so muss *aob* der Hälfte des Bogens *ab* gleich sein.

31) Der auf dem Halbkreis stehende Peripheriewinkel ist damit als ein rechter Winkel aufgezeigt.

32) Dass Peripheriewinkel auf gleichen Bogen gleich sind, lässt sich zwar als leichte Folge aus dem vorigen Satze ableiten. Es kann aber auch unmittelbar aus einer symmetrischen Darstellung — wenn auch etwas schwerfälliger — nachgewiesen werden:

Zwei gleichgrosse Bogen desselben Kreises können immer als symmetrisch gelten, indem die Achse die Verbindungslinien ihrer entsprechenden Begrenzungspunkte halbirt. Verbindet man diese vier Punkte nun auch noch kreuzweise, so erscheinen vier gleiche Peripheriewinkel, gleich — theils aus Gründen der Symmetrie, theils wegen der Parallelität der die Achse senkrecht schneidenden Verbindungslinien. Also (Fig. 6) $\sphericalangle\, bae = aed = edb = dba$. Ist aber Bogen *ef* ebenfalls $= ad$, so ist auch (für eine neue Achse) dieser symmetrisch zu *ad* und $\sphericalangle\, aed$ (welcher schon unter den Vorigen vorkam) $= \sphericalangle\, eaf = afd = edf$. Da dieses Gesetz von beliebig kleinen Bogen gilt, und da es jede Zusammensetzung von zwei oder mehr solcher Bogen und Winkel gestattet (z. B. $bdf = bde + edf = bae + eaf = baf$) und so an alle Stellen der Peripherie übertragen werden kann, so erkennt man, dass sowohl je zwei Peripheriewinkel auf demselben Bogen als auch solche auf gleich grossen Bogen desselben Kreises einander gleich sind.

Von den Dreiecken.

33) Hat ein Dreieck zwei gleiche Seiten, so stehen diesen gleiche Winkel gegenüber. Denn wird der Winkel zwischen den gleichen Schenkeln halbirt, so ist die Halbirungslinie symmetrische Achse zu den Richtungen der Schenkel (6) und zu den zwei andern Dreieckspunkten (7). Also ist die ganze Figur symmetrisch und damit sind die Winkel an den letztgenannten Punkten gleich.

34) Hat ein Dreieck zwei ungleiche Seiten, so steht der grösseren Seite der grössere Winkel gegenüber. Ist z. B. (Fig. 7) $bc > ac$, so errichte man auf der nicht in Frage kommenden Dreiecksseite ab in ihrer Mitte m ein Perpendikel. Der Punkt c kann nicht auf diesem Perpendikel liegen, das für die Punkte a und b symmetrische Achse ist, sonst würde er (gegen die Voraussetzung) von ihnen gleichweit abstehen, sondern ein Punkt d der grösseren Seite wird von der Achse getroffen. So ist $dba = dab < cab$.

35) Hat ein Dreieck zwei gleiche Winkel, so stehen ihnen gleiche Seiten gegenüber. Denn wäre eine dieser Seiten grösser, so wäre (34) gegen die Voraussetzung auch einer der Winkel grösser.

36) Hat ein Dreieck zwei ungleiche Winkel, so steht dem grösseren die grössere Seite gegenüber. Denn wäre sie kleiner, so wäre (34) der Winkel kleiner; wäre sie gleich, so wäre (33) der Winkel gleich, beides gegen Voraussetzung.

37) Ein Dreieck mit drei gleichen Seiten enthält in drei Lagen die Bedingungen von 33), hat also gleiche Winkel.

38) Ein Dreieck mit drei gleichen Winkeln enthält in drei Lagen die Bedingungen von 35), hat also drei gleiche Seiten.

Bedingungen zur Bestimmung eines Dreiecks.
(Congruenzsätze.)

39) Wie viele und welche von den Seiten und Winkeln eines Dreiecks bestimmt werden müssen, um das Dreieck selbst vollständig zu bestimmen, wird dadurch nachgewiesen, dass man nach den jedesmal zu prüfenden Bedingungen zwei Dreiecke entwirft und dann versucht, ob sie in gehörige Lage gebracht, einander völlig zu decken vermögen. Dadurch haben sie sich dann als identisch erwiesen. Einen sehr brauchbaren Apparat für diesen Versuch liefert wiederum das System der Symmetrie. Es ergeben sich so folgende vier Fälle:

40) Sind zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel bestimmt, so legen wir die zwei danach entworfenen Dreiecke so, dass je eine der entsprechend gleichen Linien auf dieselbe Strecke der Achse zu liegen kommt, die zwei andern entsprechenden Schenkel der Dreiecke aber am nämlichen Achsenpunkt um die

in den Dreiecken gegebenen gleichen Winkel gedreht nach beiden Seiten der Achse fallen. Die Richtungen der letzteren sind (6) symmetrisch und die Endpunkte dieser Seiten ebenfalls (7). Damit sind auch die nicht bestimmten Seiten (2) einander gleich und die Dreiecke überhaupt symmetrisch, also congruent.

41) Ist eine Seite nebst den anliegenden beiden Winkeln bestimmt, so legen wir die gegebene Seite jedes Dreiecks an dieselbe Achsenstrecke, so dass die entsprechenden Winkel ihre Scheitel an denselben Endpunkten dieser Strecke finden, die andern Schenkel aber auf entgegengesetzte Seiten der Achse fallen. Nach (6) bildet sowohl das eine Paar dieser nicht bestimmten Linien symmetrische Richtungen als auch das andre. Nach 10) sind dann auch die Durchschnitte und mit ihnen die Dreiecke selbst symmetrisch.

42) Sind die drei Seiten bestimmt, so legen wir wieder die Dreiecke so, dass zwei entsprechende Seiten die gemeinschaftliche Strecke an der Achse bedecken. An einen Endpunkt schliessen sich wieder zwei entsprechende Seiten an, ebenso an den andern. Wird jetzt (Fig. 8) von einem Endpunkt *a* der Achsenstrecke als von einem Centrum mit *af* als Radius ein Kreis beschrieben, so muss derselbe durch den gleichweit entfernten Punkt *g* gehen. Ebenso ein Kreis mit *bf* als Radius um *b* als Centrum, muss durch *g* gehen. Da aber beide Kreise (14) symmetrisch sind und sich (20) höchstens zweimal schneiden können, so sind diese Schneidepunkte *g* und *f* und diese sind (23) symmetrisch, damit die Dreiecke selbst.

43) Wären zwei Seiten und ein der einen Seite gegenüberstehender Winkel bestimmt, so würden wir die dem gegebenen Winkel anliegende von den bestimmten Seiten jedes Dreiecks an die Achse legen. Die nicht bestimmten Schenkel der gleichen Winkel würden dann beiderseits nach 6) symmetrische Richtungen bilden. Die zweite bestimmte Seite des Dreiecks aber würden wir zum Radius eines Kreises nehmen, der sein Centrum am andern Ende der bestimmten Achsenstrecke hätte. Dieser Kreis würde dann jedenfalls die Endpunkte der beiden von dort ausgehenden gleichen Seiten enthalten und diese bestimmten Seiten würden nach Vorschrift dem bestimmten Winkel gegenüberstehen. Ob aber nun die beiderseits liegenden Dreiecke sich

decken, hängt von einem Umstand ab. Es kann nämlich der Kreis die symmetrischen Richtungen jederseits zweimal schneiden (Fig. 9). In diesem Fall wären sowohl *auc* als *agc* den Bedingungen entsprechende Dreiecke, aber offenbar weder symmetrische, noch congruente. Es kann aber auch der Kreis die symmetrischen Richtungen jederseits nur einmal schneiden (Fig. 10), da die Durchschnitte, welche der Kreis jenseits *a* mit den Richtungen *ga* und *fa* hat, hier als ausserhalb des Dreiecks mit gegebenem Winkel fallend nicht in Betracht kommen. Im letzteren Fall ist Symmetrie und Congruenz unzweifelhaft. Welcher Fall aber eintritt, hängt offenbar davon ab, ob der Endpunkt *a* der gegebenen Strecke *ca* ausserhalb oder innerhalb des Kreises fällt, d. h. ob die dem gegebenen Winkel bei *a* gegenüberstehende Seite, welche Radius ist, kleiner oder grösser als die ihm anliegende Seite ist, welche die Achsenstrecke bildet. Nur im letzteren Fall sind die Dreiecke congruent, also nur wenn zwei Seiten und der der grösseren von ihnen entgegenliegende Winkel bestimmt sind.

Anmerkung. Die Fälle, wo der Kreis entweder den Punkt *a* selbst trifft oder die Schenkel *ag* und *af* nur in je einem Punkte berührt, erledigen sich auf einfache Weise, indem im ersteren Fall noch Gleichschenkligkeit, im letzteren Rechtwinkligkeit zu den Bedingungen tritt.

44) An 40) schliesst sich der Satz: Sind in zwei Dreiecken je zwei Seiten gleich, aber in dem einen der von ihnen eingeschlossene Winkel grösser als im andern bestimmt, so zeigt sich im ersteren Dreieck auch die dritte noch nicht bestimmte Seite grösser als im zweiten Dreieck.

Zum Zweck des Beweises legen wir wieder die beiden Dreiecke mit zwei entsprechenden (gleichen) Seiten an einander, so dass an dem einen Endpunkt *a* dieser gemeinschaftlichen Strecke *ae* die andern gleichen Seiten *ad* und *ab* beginnen und mit ihren ungleichen Winkeln auf verschiedene Seiten der gemeinsamen Strecke fallen. (Fig. 11.) Halbire ich jetzt Winkel *bad*, so sind, für die Halbirungslinie *an* als Achse, *b* und *d* symmetrische Punkte, also $nd = nb$, daher $de = dn + ne = bn + ne > be$. Die Figur kann auch die Form 12 annehmen, der Beweis bleibt derselbe. Für Figur 13, den dritten Fall, ist der Beweis noch einfacher.

45) An 42) endlich schliesst sich der Satz an: Sind in zwei Dreiecken je zwei entsprechende Seiten gleich, die dritte aber ungleich, so muss da, wo sie grösser ist, ihr auch der grössere Winkel gegenüber liegen (es ist der zwischen den gegebenen Seiten eingeschlossene). Wäre er kleiner, so wäre nach 44) auch jene dritte Seite kleiner; wäre er gleich dem im andern Dreieck, so wäre nach 40) Identität der Dreiecke vorhanden, also auch jene dritte Seite in beiden Dreiecken gleich, beides gegen Voraussetzung.

46) Wie der symmetrische Apparat zur Auflösung einiger elementarer Aufgaben benutzt werden kann, sollen folgende Beispiele zeigen:

Eine Gerade zu halbiren.

Hier kommt es darauf an, die symmetrische Achse für die Endpuukte der Linie zu finden. Sie geht durch alle Punkte, welche gleichweit von diesen Endpunkten entfernt sind (9). Es genügen zwei solche und sie finden sich als Schneidepunkte der mit gleichen Radien von beiden Endpunkten gezogenen Kreisen. Der Beweis liegt hier schon vollständig in der Construction, während er nach der gebräuchlichen Weise durch congruente Dreiecke vergleichungsweise umständlich wird.

47) Von einem Punkt innerhalb oder ausserhalb einer Geraden ein Perpendikel auf dieselbe zu fällen. Wieder ist die symmetrische Achse zu beschaffen. Aber die Punkte müssen hier erst auf der gegebenen Linie angebracht werden. Es geschieht in beiden Fällen durch einen die Linie zweimal schneidenden Kreis, dessen Centrum der gegebene Punkt ist. Der erste Punkt der symmetrischen Achse ist in diesem schon gegeben. Der zweite wird wie in der vorigen Aufgabe gefunden.

48) Halbirung eines gegebenen Winkels.

Damit die symmetrische Achse gelegt werde, bedürfen wir wieder symmetrischer Punkte. Sie liegen aber auf den Schenkeln des gegebenen Winkels in gleichen Abständen vom Scheitel. Von ihnen aus wird wie in den beiden vorigen Aufgaben der zweite Punkt der Achse gesucht; der erste ist der Scheitel des gegebenen Winkels.

Bemerkungen.

Es wäre hier noch kurz der Bedenken Erwähnung zu thun, die sich dieser Methode im Vergleich zur gewöhnlichen entgegenstellen liessen:

Zunächst wird man ihr vielleicht die lange Vorbereitung (hier 12 Nummern) vorzuwerfen haben. Doch enthält dieselbe kaum einen Satz, der nicht unmittelbar einleuchtet, sobald man in Gedanken die Probe des Umwendens einer Halbebene vollzieht. Nur bei 8) ist eine kleine Construction erforderlich.

Dazu enthält diese Vorbereitung einzelne der folgenden Lehrsätze, wie z. B. 14), 15), 33), schon ganz direkt. Besonders aber dient sie ausser der nöthigen Wegbahnung dazu, die Gewandtheit in der Anwendung des symmetrischen Princips so vorzuüben, dass hernach bei der Anwendung desselben auf die Lehrsätze sehr wenig Schwierigkeit stattfinden kann.

Gegründeter könnte der Vorwurf scheinen, dass gerade die indirekte Beweismethode hier eine so grosse Rolle spielt. Gewöhnlich zieht man die direkte vor und nimmt nur, wo sie nicht ausreicht, jene zu Hülfe. Ich möchte für den Zweck der Denkübung sowohl als der Klarheit der Erkenntniss und sogar für Leichtigkeit des Auffindens grade der indirekten Beweismethode das Wort reden.

Etwas anders ist es mit indirekten Definitionen; sagt man nur, was eine Sache nicht ist oder welche Eigenschaften ihr abgehen, so wird das Vorstellungsbild immer mangelhaft sein. So z. B. giebt die Bezeichnung der Krummen, dass sie nicht gerade sei, oder die der Parallelen, dass sie sich nicht schneiden können, nimmermehr ein Bild.

Hier aber handelt es sich darum, ob der Nachweis, eine Sache könne sich nach den vorher gestellten Bedingungen nicht anders als so verhalten, von gleicher Wirkung ist als der Nachweis, sie verhalte sich so. Freilich lässt der erste Nachweis noch fraglich, ob denn nicht auch noch ihr So-Verhalten zugleich mit dem Anders-Verhalten bestritten werden könne. Daher muss dem indirekten Beweis stets der Nachweis vorausgehen, dass überhaupt irgend einer von den Fällen stattfinde. Ist das aber in Ordnung, so ist sicherlich die Ueberzeugung die gleich feste. Aber der Blick hat ausser dem zu

beweisenden Fall auch die zu verwerfenden berücksichtigen müssen und dabei an Uebersicht gewonnen. Er beherrscht nachher vollkommner das ganze Erfahrungsgebiet dieses Falles als wenn er nur den positiven Stand hätte berücksichtigen müssen. Wer die Maschine in Bewegung und Ruhe gesehen hat, weiss mehr Bescheid von ihr, als wer nur die ruhende kennt. Namentlich ist bei allen Umkehrsätzen die apagogische Beweisart recht eigentlich die natürliche.

Aber noch eins wird gewiss Manchem ein Anstoss sein: Meine Sätze sind in Worte gefasst, lauten zum Theil breit, einige wie z. B. 11) sogar verwickelt. Viele davon liessen sich in der That nicht wohl in die gewohnte schematische Form euklidischer Beweise bringen.

Ich weiss, wie viel sich für letztere sagen lässt. Sie sind so präcis, im Buch, im Heft so raum- und zeitersparend. Sie machen dem in ihnen geübten Schüler Freude. Vielleicht sähe mancher einen Beweis, der nicht in schöner Front einher marschirt, für keinen rechten an. Aber dabei ist auch Nebenwerk, mitunter auch pedantisches. Mit Worten kommt man freilich leicht zu einem vagen Hin- und Herreden; vom Schwätzer kann Schwindel mit vielen Worten getrieben werden, hinter welchen er seine Unwissenheit und Unklarheit verbergen will. Aber auch hinter das Schema kann sich Dummheit und Mechanismus verstecken. — Meiner Meinung nach ist jedes an seinem Ort zu schätzen. Zur ersten Einführung jedoch würde ich das freie Wort vorziehen. Angesichts des aufmerksamen Lehrers wird dasselbe, begleitet von der Zeichnung und Aufzeigung an der Tafel immer ein sichereres Kriterium der selbstständigen Auffassung des Schülers sein, als das noch so schön geführte Heft. Ueberhaupt möchte Aufmerksamkeit in der Stunde, Reden, Zeichnen und Deuten in diesem Fach vorerst schneller und siehrer fördern als viele schriftliche häusliche Arbeit. Und was die Fassung betrifft, so bin ich der Meinung, dass die Individualität des Schülers auch an dieser objectivsten aller Disciplinen noch ihren Spielraum finden dürfe. Solchen Gesinnungen ist nun freilich die hier gegebene Methode günstiger als den entgegengesetzten. Uebrigens wahre ich auch gerne dem euklidischen Beweis seine Stelle. Er eignet sich zur Einübung des Gewonnenen, zur Repetition namentlich. Sein schematischer Gang

soll dann besonders geübt werden und — so fordert es schon die Theilung der Arbeit, er kann jetzt besonders noch für seine präciseste Fassung Kraft in Anspruch nehmen, nachdem der Stoff vorher geläufig geworden.

Die Breite und Weitschweifigkeit meiner Ausdrucksweise ist zum Theil eine scheinbare. Bei mündlicher Behandlung und der Zuhülfenahme einer Figur, auf die gedeutet werden kann, verschwindet dieser Missstand; theilweise mag sie auch von mir verschuldet und in geschickterer Hand der Verbesserung fähig sein. — Die bei weitem wichtigste Frage wäre hier: Ist dieselbe Gründlichkeit des Beweises hier erreicht, die wir so lange an der gebräuchlichen Beweismethode rühmen und wie verhält sich die hier empfohlene in Bezug auf Fasslichkeit.

Ich möchte sehr gern darüber andre Stimmen vernehmen, besonders auch Resultate von Seiten solcher Collegen, welche einen Versuch damit gemacht hätten. Vielleicht ist es auch andern Leuten schon gegangen wie mir, dass eine schwächer begabte Klasse bei der öfteren Wiederholung der gebräuchlichen Beweise immer matter, immer stumpfer zu werden schien. Man sucht in solchem Fall nach einer Abwechslung, nach einer frischeren beweglicheren Fassung des in seiner Künstlichkeit allzustarren Stoffes. In solchem Fall griff ich denn wohl nach der neu ausgedachten Anordnung und hatte die Freude, solche Schüler, die schon fast die Hoffnung aufgegeben hatten, jene Beweise anders als durch äusserlichstes Gedächtnisswerk erwerben zu können, mit Munterkeit und freier Theilnahme an der Auffindung der Nachweise beschäftigt zu sehen. Ist nur erst einmal der Sinn geweckt und das Bewusstsein vorhanden, etwas selbst finden zu können, so bietet weder der spätere Theil der Planimetrie, noch sonst ein Theil der Geometrie unüberwindliche Schwierigkeit. Ich bitte also freundlichst die Herren Schicksalsgenossen um gelegentliche Anstellung eines Versuchs, dann aber auch um gefällige Mittheilung der Resultate, seien sie positive oder negative, vielleicht durch das Mittel dieser Zeitschrift oder sonst irgendwie.

Theorie der allgemeinen Division.

Von Dr. Schwarz.

Die beiden Auffassungen der Division, wenn sie zugleich zulässig sind, liefern ein und dasselbe Resultat und mit dieser Bemerkung ist in denjenigen Lehrbüchern, welche es überhaupt der Mühe für werth erachten auf die Sache näher einzugehen, der Unterschied beider Auffassungen abgethan: dieselben laufen fernerhin neben einander her oder es wird auch nach Willkür mit einer bestimmten von ihnen operirt, ohne dass ein erkennbares Princip in dem einen oder in dem anderen Fall zum Vorschein komme. Die Berechtigung so zu verfahren wird freilich aus dem Satze von der Vertauschbarkeit der Factoren eines Products hergeleitet — aber an der Stelle, wo das Bedürfniss die Division zu definiren in den Elementen hervortritt, ist dieser Satz, sofern er überhaupt bewiesen ist, nur für absolute ganze Zahlen bewiesen. Wenn folglich die Division zwischen anderen als den natürlicheu Zahlen eintritt, so ist auf den doppelten Sinn derselben noch einmal einzugehen und es darf keinesfalls ohne Beweis angenommen werden, dass die Division in dem einen Sinne dasselbe Resultat wie in dem anderen Sinne ergebe.

Im Nachfolgenden ist eine Theorie der Division aufgestellt, welche vor der Kritik bestehen zu können scheint. Ehe ich jedoch dazu übergehe sie darzulegen, möchte ich mir für den Unterricht sowohl auf höheren Schulen, als auch auf Volksschulen den Vorschlag zu machen erlauben, dass die Division, wenn sie den Sinn einer Theilung hat, ausschliesslich mit Hülfe eines Bruchstriches und, wenn sie den Sinn eines Verhältnisses hat, ausschliesslich mit Hülfe eines Doppelpunktes angezeigt werde. Die vorgeschlagene Bezeichnung ist überall ohne wirkliche Unbequemlichkeit durchzuführen und verstopft eine reichlich fliessende Quelle von Irrungen, indem sie dazu nöthigt, den logischen Sinn

jeder Divisionsaufgabe zu erfassen. Sie schärft so die Denkkraft, ohne jedoch dem Verständnisse eine erhebliche Schwierigkeit zu bereiten, und ist endlich auch in Uebereinstimmung mit dem Sprachgebrauche, der die Aufgabe: den dritten Theil von 12 zu bilden, nun einmal von der Aufgabe: zu sehen, wie vielmal 3 in 12 enthalten ist, streng unterscheidet.

In der Elementarschule wird der Doppelpunkt gewöhnlich in der Weise gesetzt, dass der Divisor vorhergeht und der Dividendus nachfolgt — die wissenschaftliche Arithmetik macht es gerade umgekehrt und nur bei der Auffassung einer Proportion verfallen manche Schriftsteller in dieselbe Inconsequenz. Wenn, ohne stricte Nöthigung dazu, ein Divisionszeichen, vor welches der Divisor tritt, angewandt werden soll, so möge man den verticalen Strich benützen (z. B. 3 | 12 soviel als 3 in 12): aber jedenfalls ist es verwirrend, wenn in der Volksschule dieselbe Sache anders als in den höheren Schulen bezeichnet wird, und welche Bezeichnung vor der anderen zu weichen hat, kann nicht zweifelhaft sein. Denn da das angewandte Rechnen im bürgerlichen Leben hiervon beinahe gar nicht berührt wird, so ist der allgemeine mathematische Gebrauch die oberste Instanz für die Entscheidung und die vermeintliche Bequemlichkeit in der Elementarschule kann dagegen nicht in Anschlag gebracht werden.

Der lateinische Name „Division“ heisst freilich zunächst soviel wie „Theilung“: aber eben weil er ein Fremdwort ist, hindert nichts, dem allgemeinen Sprachgebrauche sich anzuschliessen, wonach er als der allgemeine Name der betreffenden Rechnung gilt und demgemäss ebensowohl ein Verhältniss wie ein Theilen bezeichnen kann.

§ 1. Dividiren heisst aus den bekannten Werthen eines Productes und des einen Factors den unbekannten Werth des anderen Factors ermitteln. Hierbei treten für das Product und die beiden Factoren desselben andere Benennungen ein. Das Product heisst Dividendus, der eine bekannte Factor Divisor und der andere unbekannte Factor Quotient.

Wenn in dem Producte, welches den Dividendus hervorbringt, der Divisor den Multiplicator und der Quotient den Multiplicandus darstellt, so ist das Zeichen der Division ein horizontaler Strich (Bruchstrich), über welchem der Dividendus

und unter welchem der Divisor steht. Wenn dagegen in dem Producte, welches den Dividendus hervorbringt, der Divisor den Multiplicandus und der Quotient den Multiplicator darstellt, so ist das Zeichen der Division ein Doppelpunkt, vor welchem der Dividendus und nach welchem der Divisor steht.

Es sei z. B. 3 der eine Factor eines Productes, welches den Werth 12 hat, so bezeichnet sowohl die Formel $\frac{12}{3}$ (zu lesen „12 getheilt durch 3" oder „12 durch 3" oder „der 3. Theil von 12"), als auch die Formel $12 : 3$ (zu lesen „3 in 12")*) den anderen Factor und es ist $\frac{12}{3} = 4$, denn $3 \cdot 4 = 12$, sowie auch $12 : 3 = 4$, denn $4 \cdot 3 = 12$.

Wenn allgemeine Zahlen zu dividiren sind, so muss natürlich die Formel, welche die Aufgabe der bezüglichen Division ausspricht, als der Vertreter des resultirenden Quotienten angesehen werden. Folglich, wenn b den einen Factor eines Productes a bezeichnet, so ist $\frac{a}{b}$ oder $a : b$ der andere Factor und man hat

$$b \cdot \frac{a}{b} = a \text{ und } a : b \cdot b = a.$$

Vorausgesetzt wird hierbei, dass der Multiplicator immer vor und der Multiplicandus immer nach dem Multiplicationszeichen stehe.

§ 2. a) Der Quotient zweier Zahlen ist eine Zahl, welche mit dem Divisor durch Multiplication verbunden den Dividendus hervorbringt; in Zeichen $b \cdot \frac{a}{b} = a$ und $a : b \cdot b = a$.

Der Beweis erhellt unmittelbar aus § 1.

b) Der Dividendus durch den Quotienten dividirt ergiebt den Divisor; in Zeichen

$$a : \frac{a}{b} = b \text{ und } \frac{a}{a : b} = b.$$

Denn der Dividendus kann als ein Product angesehen werden, dessen Factoren der Divisor und Quotient sind, und indem man es durch einen beliebigen von diesen Factoren dividirt, muss der andere herauskommen (§ 1): also, wenn man den Dividendus durch den Quotienten dividirt, ergiebt sich der Divisor. Näher

*) Vergl. unsern kleinen Aufsatz S. 44. D. Red.

folgen der eben gemachten Bemerkung gemäss die beiden zu erweisenden Gleichungen sofort aus den beiden Gleichungen unter *a*).

§ 3. Der Quotient ist entweder diejenige Zahl, welche mit dem Divisor multiplicirt den Dividendus hervorbringt, oder diejenige Zahl, mit welcher der Divisor multiplicirt den Dividendus hervorbringt. Beide Auffassungen der Division liefern, wenn der Dividendus und der Divisor abstracte Zahlen sind, einen und denselben Quotienten. Denn es sei z. B. der Quotient $12 : 3 = 4$ als diejenige Zahl bestimmt, mit welcher der Divisor 3 multiplicirt den Dividendus 12 ergiebt, so hat man $4 \cdot 3 = 12$. Hieraus folgt, weil der Multiplicator und Multiplicandus eines abstracten Zahlenproductes mit einander vertauscht werden können, $3 \cdot 4 = 12$, d. h. der Quotient 4 ist zugleich diejenige Zahl, welche mit dem Divisor 3 multiplicirt den Dividendus 12 ergiebt.

Die eben auseinandergesetzte Schlussweise verliert ihre Anwendbarkeit, wenn der Dividendus und der Divisor beide benannte Zahlen sind oder auch, wenn der Dividendus eine benannte und der Divisor eine unbenannte Zahl ist — hierin schon liegt der Fingerweis, dass den beiden Auffassungen der Division auch wirklich zwei verschiedene Divisionsrechnungen entsprechen.

§ 4. Der Quotient zweier Zahlen ist eine eindeutig bestimmte Zahl, weil nur eine Zahl existirt, die mit dem Divisor durch Multiplication verbunden den Dividendus hervorbringt.

Es sei z. B. 24 durch 6 zu dividiren, so besteht die eine Auflösung darin, die Anzahl von Sechsen zu bestimmen, deren Summe genau 24 giebt. Wenn man nun die Zahl 6 der Reihe nach mit den natürlichen Zahlen $1, 2, 3, 4, 5, \cdots\cdots$ multiplicirt, so ergiebt sich 4 als die gesuchte Anzahl und zwar als die einzig mögliche: denn jede Summe von mehreren Sechsen giebt mehr als 24 und jede Summe von weniger Sechsen giebt weniger als 24.

Man kann aber auch die Zahl suchen, welche sechsmal zu sich selber addirt 24 hervorbringt. Wenn man nun die Zahlen $1, 2, 3, 4, 5, \cdots\cdots$ der Reihe nach darauf hin prüft, so zeigt 4 allein diese Eigenschaft. Denn jede kleinere Zahl sechsmal zu sich selber addirt giebt weniger als 24 und jede grössere Zahl sechsmal zu sich selber addirt giebt mehr als 24.

Demgemäss kommt auf die eine, wie auf die andere Art nur ein einziger Quotient heraus. Dass beide Male derselbe

Quotient herauskommen muss, erhellt aus § 3, wo dargethan ist, dass der in dem einen Sinne erhaltene Quotient zugleich auch der in dem anderen Sinne herauskommende Quotient ist.

§ 5. Je nachdem bei der den Dividendus hervorbringenden Multiplication der Quotient wesentlich Multiplicandus oder Multiplicator ist, hat die Division den Sinn einer Theilung oder eines Verhältnisses.

a) Der Dividendus wird durch den Divisor getheilt: der Quotient giebt alsdann die Grösse der gleichen Theile des Dividendus an und der Divisor die Menge der gleichen Theile, welche zusammengenommen den Dividendus ausmachen. Hiernach bedeutet z. B. $\frac{a}{b}$ soviel als „a getheilt durch b" oder „den b^{ten} Theil von a" und man hat nach § 2 die fundamentalen Gleichungen

$$b \cdot \frac{a}{b} = a \text{ und } a : \frac{a}{b} = b\,.$$

Die alten Benennungen werden auch hier mit neuen, dem besonderen Sachverhältnisse entsprechenden vertauscht: der Dividendus heisst Zähler, der Divisor Nenner und der Quotient Bruch. Indessen wendet man diese Bezeichnungsweise in der Regel nur dann an, wenn der Dividendus kein genaues Vielfaches des Divisors ist, ein Fall, der weiter unten näher betrachtet wird.

b) Der Dividendus verhält sich zum Divisor: der Quotient giebt alsdann an, wie vielmal der Divisor in dem Dividendus enthalten ist, d. h. wie vielmal der Divisor zu sich selber addirt den Dividendus hervorbringt. So z. B. 24 : 6 bedeutet: „das Verhältniss von 24 zu 6 ist gleich 4" oder „6 ist in 24 viermal enthalten". Allgemein wird das Verhältniss zweier Zahlen durch die Formel $a : b$ ausgedrückt und man hat nach § 2 die fundamentalen Gleichungen:

$$a : b \cdot b = a \text{ und } \frac{a}{a:b} = b.$$

Auch hierbei treten für Dividendus, Divisor und Quotient andere Benennungen ein: der Dividendus heisst Vorderglied, der Divisor Hinterglied und der Quotient Exponent des Verhältnisses.

§ 6. *a*) Wenn der Dividendus eine benannte Zahl und der Divisor eine abstracte Zahl ist, so hat die Division nur den Sinn einer Theilung: der Quotient hat alsdann dieselbe Benennung wie der Dividendus.

b) Wenn der Dividendus und der Divisor beide benannte Zahlen sind, so hat die Division nur den Sinn eines Verhältnisses: der Quotient ist alsdann eine abstracte Zahl.

c) Wenn der Dividendus und der Divisor beide abstracte Zahlen sind, so kann die Division sowohl den Sinn einer Theilung, als auch den Sinn eines Verhältnisses haben: der Quotient ist alsdann eine abstracte Zahl und nach § 3 in beiden Fällen eine und dieselbe Zahl.

§ 7. Die Division wird am natürlichsten zunächst als ein Theilen betrachtet. Demgemäss, um irgend einen Divisionssatz zu beweisen, muss man die Zahl, welche nach diesem Satze als das Resultat der betreffenden Divisionsaufgabe sich ergiebt, mit dem Divisor multipliciren. Wenn diese Multiplication den Dividendus hervorbringt, so ist jene Zahl nach § 2 der richtige Quotient und der zu erweisende Satz dargethan.

§ 8. Wenn unter den natürlichen Zahlen keine existirt, die mit dem Divisor multiplicirt den Dividendus hervorbrächte, so muss man, um die Ausführung der Division zu ermöglichen, die Eigenschaft der unbegrenzten Theilbarkeit, welche ja so vielen zählbaren Dingen zukommt, auch auf die abstracten Zahlen übertragen.

§ 9. *a*) Ein Bruch giebt die Grösse von gleichen Theilen einer Zahl an: der Dividendus oder Zähler ist die getheilte Zahl und der Divisor oder Nenner zählt die Menge der gleichen Theile, welche zusammengenommen den Zähler ausmachen, in Zeichen $\underset{1}{\frac{a}{n}} + \underset{2}{\frac{a}{n}} + \underset{3}{\frac{a}{n}} + \ldots + \underset{\mathrm{n}}{\frac{a}{n}}$ oder $n \cdot \frac{a}{n} = a$.

b) Eine Brucheinheit giebt die Grösse von gleichen Theilen der Einheit an: die getheilte Zahl ist also Eins und der Divisor oder Nenner zählt die Menge der gleichen Theile, welche zusammengenommen den Zähler Eins ausmachen, in Zeichen

$$\underset{1}{\frac{1}{n}} + \underset{2}{\frac{1}{n}} + \underset{3}{\frac{1}{n}} + \cdots + \underset{\mathrm{n}}{\frac{1}{n}} \text{ oder } n \cdot \frac{1}{n} = 1\,.$$

c) Jeder Bruch mit seinem Nenner multiplicirt bringt den Zähler hervor; in Zeichen $n \cdot \frac{a}{n} = a$.

d) Jeder Bruch ist in seinem Zähler so vielmal enthalten als der Nenner angiebt; in Zeichen $a : \frac{a}{n} = n$ —

folgt nach dem Begriffe der Division aus der Gleichung $n \cdot \frac{a}{n} = a$.

§ 10. *a*) Wenn eine Grösse hinter einander mit zwei Zahlen multiplicirt wird, so ist die Ordnung, in welcher diese Multiplicationen auf einander folgen, gleichgültig; in Zeichen

$$a \cdot (b \cdot E) = b \cdot (a \cdot E).$$

Beweis. Der Ausdruck

$$\begin{array}{l} E + E + E + \cdots + E \\ + E + E + E + \cdots + E \\ + E + E + E + \cdots + E \\ \;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot \\ \;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot \\ + E + E + E + \cdots + E \end{array}$$

möge aus *a* Horizontalreihen und aus *b* Vertikalreihen bestehen. Indem man die darin enthaltenen *E* zuerst horizontal zusammennimmt, erhält man

$$(b \underset{1}{\cdot} E) + (b \underset{2}{\cdot} E) + (b \underset{3}{\cdot} E) + \cdots + (b \underset{a}{\cdot} E) = a \cdot \left(b \cdot \frac{1}{n}\right)$$

und darauf, indem man sie vertikal zusammennimmt,

$$(a \underset{1}{\cdot} E) + (a \underset{2}{\cdot} E) + (a \underset{3}{\cdot} E) + \cdots + (a \underset{b}{\cdot} E) = b \cdot \left(a \cdot \frac{1}{n}\right).$$

Nun ist der Inbegriff der gesetzten *E* in beiden Fällen derselbe: folglich muss $a \cdot (b \cdot E) = b \cdot (a \cdot E)$ sein.

b) Es ist einerlei, ob man eine Grösse mit zwei Zahlen hinter einander oder auf einmal mit dem Producte der beiden Zahlen multiplicirt; in Zeichen

$$a \cdot (b \cdot E) = (a \cdot b) \cdot E.$$

Denn einerseits ist der obige Ausdruck, wie bereits unter *a*) bewiesen wurde, gleich $a \cdot (b \cdot E)$ und andererseits auch gleich $(a \cdot b) \cdot E$, da die Grösse *E* in jeder Horizontalreihe *b* mal und folglich in allen *a* Horizontalreihen $(\underset{1}{b} + \underset{2}{b} + \underset{3}{b} + \cdots + \underset{a}{b})$ mal $= (a \, . \, b)$ mal gesetzt ist.

Die Grösse *E* ist in den nachfolgenden Beweisen entweder eine Brucheinheit oder ein Bruch oder ein sogenannter Doppelbruch.

§ 11. Jeder Bruch kann als der Inbegriff so vieler

gesetzter Bruchheinheiten, als der Zähler anzeigt, angesehen werden; in Zeichen

$$\frac{a}{n} = a \cdot \frac{1}{n} \text{ oder } \underset{1}{\frac{1}{n}} + \underset{2}{\frac{1}{n}} + \underset{3}{\frac{1}{n}} + \cdots + \underset{a}{\frac{1}{n}}.$$

Die zu erweisende Gleichung ist richtig (§ 2, § 7): denn zu Folge der Sätze § 10 *a*) und § 9 *b*) hat man $n \cdot \left(a \cdot \frac{1}{n}\right) = a \cdot \left(n \cdot \frac{1}{n}\right) = a \cdot 1$ oder a.

§ 12. *a*) Zwei gleichnamige (d. h. auf dieselbe Brucheinheit bezogene) Brüche sind gleich oder ungleich, je nachdem sie dieselbe oder nicht dieselbe Menge von Brucheinheiten enthalten.

b) Von zwei ungleichen auf dieselbe Brucheinheit bezogenen Brüchen ist derjenige der grössere, welcher mehr Brucheinheiten enthält als der andere und derjenige der kleinere, welcher weniger Brucheinheiten enthält als der andere.

c) Gleichnamige Brüche werden addirt oder subtrahirt, indem man die Zähler addirt oder subtrahirt und den gemeinschaftlichen Nenner beibehält.

§ 13. *a*) Jeder Bruch ist zwischen zwei um eine Einheit von einander verschiedenen ganzen Zahlen enthalten, welche beziehungsweise eine obere und eine untere Grenze zu dem Bruche darstellen. Denn es sei $\frac{a}{n}$ der gegebene Bruch und q die höchste unter den natürlichen Zahlen, welche mit n multiplicirt eine kleinere Zahl als a ist hervorbringt: so ist mit Ausnahme des Falles, wo die Theilung von a durch n auf eine natürliche Zahl führt, gleichzeitig $nq < a$ und $n(q+1) > a$ oder etwas kürzer $nq < a < n(q+1)$, also (§ 12 *b*)

$$\frac{nq}{n} < \frac{a}{n} < \frac{n(q+1)}{n} \text{ oder } q < \frac{a}{n} < q+1,$$

womit der zu erweisende Satz ausgesprochen ist.

b) Die Grösse $a - nq = r$ heisst der Rest der Division von a durch n; der genaue Quotient ist $\frac{a}{n} = q + \frac{r}{n}$, denn aus der Gleichheit $a - nq = r$ folgt die Gleichheit $a = nq + r$ und hieraus $\frac{a}{n} = \frac{nq+r}{n} = \frac{nq}{n} + \frac{r}{n} = q + \frac{r}{n}$.

§ 14. Ein Bruch wird mit einer Zahl multiplicirt, ndem man den Zähler mit der Zahl multiplicirt und

den Nenner unverändert lässt; in Zeichen $b \cdot \frac{a}{n} = \frac{b \cdot a}{n}$; denn nach den Sätzen § 11, § 10 *b*) und § 11 ist $b \cdot \frac{a}{n} = b \cdot \left(a \cdot \frac{1}{n}\right) = (b \cdot a) \cdot \frac{1}{n} = \frac{b \cdot a}{n}$.

§ 15. *a*) **Begriff der Multiplication mit einem gebrochenen Multiplicator:** Eine Zahl mit einem Bruche multipliciren heisst zuerst die Zahl mit dem Zähler des Bruches multipliciren und darauf, was herauskommt, durch den Nenner dividiren; in Zeichen $\frac{a}{n} \cdot b = \frac{a.b}{n}$

b) Eine Zahl kann mit einem Bruche auch multiplicirt werden, indem man zuerst die Zahl durch den Nenner des Bruches dividirt und darauf, was herauskommt, mit dem Zähler multiplicirt; in Zeichen $\frac{a}{n} \cdot b = a \cdot \frac{b}{n}$: denn nach den Sätzen § 15 *a*) und § 14 ist $\frac{a}{n} \cdot b = \frac{a \cdot b}{n} = a \cdot \frac{b}{n}$.

c) Die vorstehende Definition der Multiplication mit einem gebrochenen Multiplicator gilt allgemein für jede Beschaffenheit des zugehörigen Multiplicandus: sie kann demgemäss auch auf den Fall angewandt werden, wo der letztere als eine gebrochene Zahl sich darstellt, z. B.

$$\frac{a}{n} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a. \frac{b}{c}}{n} = \frac{\frac{ab}{c}}{n}.$$

Man kommt alsdann auf einen sogenannten **Doppelbruch**, dessen Zähler eine gebrochene und dessen Nenner eine ganze Zahl ist. Der Sinn, der mit einem solchen Doppelbruche zu verbinden ist, erhellt aus der allgemeinen Definition § 9*a*. Denn das Princip der allgemeinen Theilbarkeit braucht nur auch auf gebrochene Zahlen übertragen zu werden um Ausdrücke, wie z. B. der Doppelbruch $\frac{\frac{ab}{c}}{n}$ einer ist, als den n^{ten} Theil von $\frac{ab}{c}$ zu verstehen.

Der Satz § 9*c*) gilt hiernach selbstverständlich auch von Doppelbrüchen der besprochenen Art.

d) Der Satz unter *b*) gilt auf Grund späterer Sätze freilich auch für den Fall eines gebrochenen Multiplicandus: aber vorläufig ist diese Anwendung noch nicht gestattet, weil der gegebene Beweis zunächst auf den Satz § 14 und in letzter Instanz

auf den Satz § 10*b*) zurückführt, dessen Anwendung *b* als eine natürliche Zahl voraussetzt.

e) Die Multiplication mit gebrochenen Multiplicatoren führt sofort auch auf Doppelbrüche mit Bruchnennern. So z. B. ist

$$\frac{3}{8} \cdot 16 = 3 \cdot \frac{16}{8} = 3 \cdot 2 = 6, \text{ also (§ 1) } \frac{6}{\frac{3}{8}} = 16.$$

Ein solcher Doppelbruch drückt freilich auch, wie jeder andere Bruch, eine Theilung des Zählers durch den Nenner aus, aber diese Theilung ist nicht dem natürlichen Sinne anolog zu denken, welchen die Theilung eines geometrischen oder physikalischen Objectes hat, sondern ihr kommt lediglich die allgemeinere arithmetische Bedeutung zu, derzufolge der Nenner als der Multiplicator und der Quotient (Doppelbruch) als der Multiplicandus eines dem Zähler gleichen Productes erscheint.

Auch in Bezug auf Doppelbrüche mit Bruchnennern hat der Satz § 9*c*) Gültigkeit.

§ 16. Ein Product wird durch eine Zahl dividirt, indem man irgend einen Factor desselben durch die Zahl dividirt und die übrigen Factoren unverändert lässt, z. B.

$$\frac{a \cdot b \cdot c}{n} = \frac{a}{n} \cdot b \cdot c \text{ oder } a \cdot \frac{b}{n} \cdot c \text{ oder } a \cdot b \cdot \frac{c}{n};$$

denn wenn man die rechts angezeigten Multiplicationen mit Hülfe der Sätze § 14 und § 15*a*) der Reihe nach ausführt, so kommt in allen Fällen der Bruch linker Hand heraus.

§ 17. Ein Bruch kann mit einer Zahl auch multiplicirt werden, indem man den Zähler unverändert lässt und den Nenner durch die Zahl dividirt; in Zeichen

$$b \cdot \frac{a}{n} = \frac{a}{\frac{n}{b}}.$$

Behufs des Beweises thue man die umgekehrte Gleichung $\frac{a}{\frac{n}{b}} = b \cdot \frac{a}{n}$ dar. Dieselbe erhellt sofort aus der Definition der Division, wenn der Dividendus a als ein Product angesehen werden kann, dessen Multiplicator $\frac{n}{b}$ und dessen Multiplicandus

$b \cdot \frac{a}{n}$ ist, und dieses ist wirklich der Fall: denn nach den Sätzen § 15 *a*), § 10 *a*), § 9 *c*) und § 1 ist

$$\frac{n}{b} \cdot \left(b \cdot \frac{a}{n}\right) = \frac{n \cdot \left(b \cdot \frac{a}{n}\right)}{b} = \frac{b \cdot \left(n \cdot \frac{a}{n}\right)}{b} = \frac{b . a}{b} = a.$$

§ 18. *a*) **Eine Zahl wird durch ein Product dividirt, indem man nach und nach durch alle Factoren des Productes dividirt.**

Der Beweis beruht auf den Sätzen § 1 (resp. § 7), § 10 *b*), § 15 *c*) und § 9 *c*). So z B. ist

$$\frac{a}{b \cdot c} = \frac{\frac{a}{b}}{c}, \text{ denn } (b \cdot c) \cdot \frac{\frac{a}{b}}{c} = b \cdot \left(c \cdot \frac{\frac{a}{b}}{c}\right) = b \cdot \frac{a}{b} = a,$$

$$\frac{a}{b \cdot c \cdot d} = \frac{\frac{\frac{a}{b}}{c}}{d}, \text{denn} (b \cdot c \cdot d) \cdot \frac{\frac{\frac{a}{b}}{c}}{d} = (b \cdot c) \cdot \left(d \cdot \frac{\frac{\frac{a}{b}}{c}}{d}\right) = (b \cdot c) \cdot \frac{\frac{a}{b}}{c} = a$$

und so weiter fort (dreifache, vierfache, ... vielfache Brüche).

b) **Eine Zahl wird durch mehrere Divisoren hinter einander dividirt, indem man sie durch das Product aller Divisoren auf einmal dividirt** — einfache Umkehrung des vorigen Satzes.

c) **Wenn eine Zahl durch mehrere Divisoren hinter einander dividirt wird, so ist es einerlei, in welcher Ordnung diese Divisionen sich folgen;** denn die verschiedenen nach *b*) resultirenden Brüche haben alle denselben Zähler und das Product sämmtlicher Divisoren in verschiedener Reihenfolge zum Nenner.

§ 19. *a*) **Ein Bruch wird durch eine Zahl dividirt, indem man den Zähler unverändert lässt und den Nenner mit der Zahl multiplicirt;** in Zeichen $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b . c}$ — ist nur ein anderer Ausdruck des Satzes § 18 *b*) für den Fall zweier Divisoren.

b) **Ein Bruch kann auch durch eine Zahl dividirt werden, indem man den Zähler durch die Zahl divi-**

dirt und den Nenner unverändert lässt; in Zeichen $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{\frac{a}{c}}{b}$ — ist nur ein anderer Ausdruck des Satzes § 18*c*) für den Fall zweier Divisoren.

§ 20. Der Werth eines Bruches wird weder geändert, wenn man Zähler und Nenner durch eine und dieselbe Zahl dividirt, noch auch, wenn man Zähler und Nenner mit einer und derselben Zahl multiplicirt (Hebung oder Kürzung und Erweiterung eines Bruches); in Zeichen

$$\frac{a}{b} = \frac{c \cdot a}{c \cdot b} \text{ und } \frac{c \cdot a}{c \cdot b} = \frac{a}{b}$$

Der Beweis beruht auf den Sätzen § 18*a*) und § 1: hiernach ist nämlich

$$\frac{c \cdot a}{c \cdot b} = \frac{\frac{c \cdot a}{c}}{b} = \frac{a}{b}.$$

§ 21. Zwei Brüche werden mit einander multiplicirt, indem man zuerst soviel als möglich kreuzweise hebt und darauf Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplicirt.

Die beiden gegebenen Brüche seien $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$, die Zahlen a, d durch ihren grössten gemeinsamen Theiler dividirt mögen α, δ und die Zahlen b, c durch ihren grössten gemeinsamen Theiler dividirt mögen β, γ geben: alsdann ist die Gleichheit

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha . \gamma}{\beta . \delta}$$

zu erweisen.

Zufolge der Sätze § 15*a*), § 14 und § 19*b*) hat man zunächst

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot \frac{c}{d}}{b} = \frac{\frac{a \cdot c}{d}}{b} = \frac{a \cdot c}{d \cdot b} \text{ oder } \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Indem man nun den erhaltenen Bruch zuerst durch den gemeinsamen Theiler von b, c und darauf auch durch den gemeinsamen Theiler von a, d hebt und die beiden zu jeder Hebung erforderlichen Divisionen nach Anweisung des Satzes § 16 vornimmt, erhält man

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot \gamma}{\beta \cdot d} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}.$$

d. h. das zu erweisende Resultat.

Die Multiplication von mehreren als zweien Brüchen bietet nunmehr keine Schwierigkeit dar.

§ 22. Die Ordnung der Factoren eines Productes ist gleichgültig, auch wenn die Factoren alle oder zum Theil gebrochene Zahlen sind.

§ 23. *a*) Die Addition und Subtraction ungleichnamiger Brüche erfolgt auf Grund der Sätze § 20 und § 12 *c*), indem man die Brüche zuerst durch Erweiterung mit angemessen bestimmten Zahlen gleichnamig macht und darauf die Zähler addirt oder subtrahirt.

b) Die Ordnung der Summanden einer Summe ist gleichgültig, auch wenn die Summanden alle oder zum Theil gebrochene Zahlen sind.

§ 24. Alle früheren Sätze über die Verbindung von Zahlen durch Addition, Subtraction oder Multiplication haben auch noch Gültigkeit, wenn diese Zahlen alle oder zum Theil Brüche darstellen: denn dieselben führen schliesslich alle auf die beiden Fundamentalsätze § 22 und § 23 *a*) zurück.

§ 25. Jede Division, die eine Theilung ausdrückt, kann ausgeführt werden, indem man den unveränderten Dividendus mit dem umgekehrten Divisor multiplicirt; in Zeichen

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{d}{c} \cdot \frac{a}{b};$$

denn nach den Sätzen § 15 *a*), § 15 *b*), § 15 *c*) oder § 9 *c*) und § 1 ist

$$\frac{c}{d} \cdot \left(\frac{d}{c} \cdot \frac{a}{b}\right) = \frac{c}{d} \cdot \frac{d \cdot \frac{a}{b}}{c} = \frac{c \cdot \frac{d \cdot \frac{a}{b}}{c}}{d} = \frac{d \cdot \frac{a}{b}}{d} = \frac{a}{b}.$$

§ 26. *a*) Die vorhergehenden Sätze der Bruchlehre haben auch noch Gültigkeit, wenn die darin vorkommenden Zahlen, welche im Beweise als ganz aufzufassen waren, sich als Brüche darstellen sollten. Dies gilt z. B. von dem Satze § 15 *b*), wo der Multiplicandus *b* als eine ganze Zahl vorausgesetzt werden musste. Wenn man alle drei Zahlen *a*, *b* und *n*, welche in der

den Satz aussprechenden Gleichheit auftreten, als Brüche von der Form $\frac{a}{a'}$, $\frac{b}{b'}$ und $\frac{n}{n'}$ ansieht, so ist nämlich

$$\frac{\frac{a}{a'}}{\frac{n}{n'}}\cdot\frac{b}{b'} = \left(\frac{n'}{n}\cdot\frac{a}{a'}\right)\cdot\frac{b}{b'} = \frac{n'}{n}\cdot\frac{a}{a'}\cdot\frac{b}{b'} = \frac{a}{a'}\cdot\frac{n'}{n}\cdot\frac{b}{b'} = \frac{a}{a'}\cdot\left(\frac{n'}{n}\cdot\frac{b}{b'}\right) = \frac{a}{a'}\cdot\frac{\frac{b}{b'}}{\frac{n}{n'}},$$

d. h. der betreffende Satz gilt auch von Producten, deren Multiplicanden einfache Brüche und deren Multiplicatoren Doppelbrüche sind.

b) Die vorstehenden Sätze können, ohne dass die gegebenen Beweise eine wesentliche Aenderung erleiden, auch auf die Theilung benannter Zahlen ausgedehnt werden. Doch ist zu bemerken, dass die Benennung gewöhnlich dem ganzen Bruche zugesetzt und nicht, wie es eigentlich sein sollte, auf den Zähler allein bezogen wird. Man schreibt also z. B. $\frac{3}{4}$ ₰ statt $\frac{3 ₰}{4}$. Der Grund beruht auf dem Satze § 15 *b*), denn $\frac{3}{4}$ ₰ $= \frac{3}{4} \cdot 1$ ₰ $= 3 \cdot \frac{1 ₰}{4} = \frac{3 ₰}{4}$.

§ 27. W e n n d i e G l i e d e r e i n e s V e r h ä l t n i s s e s a b s t r a c t e Z a h l e n v o n b e l i e b i g e r B e s c h a f f e n h e i t s i n d, s o i s t d e r E x p o n e n t d e s V e r h ä l t n i s s e s e i n e m B r u c h e (resp. Doppelbruche) g l e i c h, d e s s e n Z ä h l e r d a s V o r d e r g l i e d u n d d e s s e n N e n n e r d a s H i n t e r g l i e d i s t. Umgekehrt ist jeder Bruch einem Verhältnisse gleich, dessen Vorderglied der Zähler und dessen Hinterglied der Nenner des Bruches ist.

Der Satz in seiner allgemeinsten Form, welche alle einzelnen Fälle umfasst, wird durch die Gleichung

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} \text{ oder } \frac{d}{c} \cdot \frac{a}{b}$$

ausgedrückt und ist demgemäss (§ 1, § 5 *b*) bewiesen, wenn der Dividendus $\frac{a}{b}$ als ein Product erkannt wird, dessen Multiplicator $\frac{d}{c} \cdot \frac{a}{b} = \frac{d \cdot a}{b \cdot c}$ und dessen Multiplicandus $\frac{c}{d}$ ist. Dies ist aber wirklich der Fall: denn wenn man das Product $\frac{d \cdot a}{b \cdot c} \cdot \frac{c}{d}$ nach der Regel des § 21 berechnet, so kommt $\frac{a}{b}$ heraus.

§ 28. Die beiden Divisionszeichen (Doppelpunkt und Bruchstrich) können, sofern sie sich nur auf abstracte Zahlen beziehen, nach Willkür mit einander vertauscht werden (§ 27). Folglich kann man jeden Satz der Bruchrechnung auch als einen Satz der Verhältnissrechnung aussprechen, ferner jeden Satz der Verhältnissrechnung als einen Satz der Bruchrechnung, endlich jeden allgemeinen Divisionssatz sowohl als einen Satz der Bruchrechnung, wie auch als einen Satz der Verhältnissrechnung.

Mit Rücksicht hierauf ist auch ein grosser Theil der vorhergehenden Sätze sogleich in Form allgemeiner Divisionssätze ausgesprochen: denn wenn sie auch durchweg unter der Voraussetzung der Division als eine Theilungsrechnung bewiesen sind, so behalten sie doch unverändert Gültigkeit, wenn die darin vorkommenden Divisionen alle oder theilweise als Verhältnisse aufgefasst werden.

Zugleich rechtfertigt sich auch der hin und wieder eingeführte Gebrauch, dass der Doppelpunkt zur Formulirung der Divisionsaufgabe, und der Bruchstrich zur Bezeichnung des Quotienten diene.

§ 29. Das Verhältniss zweier benannter Zahlen ist gleich dem Verhältnisse der zugehörigen abstracten Zahlen.

Die beiden gegebenen benannten Zahlen seien A und B. E sei die Einheit, auf welche sie sich beide beziehen, endlich a und b seien die zugehörigen abstracten Zahlen, also $A = a \cdot E$ und $B = b \cdot E$. Alsdann ist der Satz in der Gleichheit $A : B = a : b$ ausgedrückt. Dieselbe hat, da $a : b = \frac{a}{b}$ ist (§ 27), offenbar Gültigkeit, wenn auch die Gleichheit $A : B = \frac{a}{b}$ besteht. Dies erhellt aber auf Grund der Definitionssätze § 1 und § 5 b): denn die Anwendung von § 15 b), resp. § 26 a), ergiebt sofort

$$\frac{a}{b} \cdot B \text{ oder } \frac{a}{b} \cdot (b \cdot E) = a \cdot \frac{b \cdot E}{b} = a \cdot E \text{ oder } A.$$

§ 30. a) Einen Quotienten erweitern heisst Dividendus und Divisor zugleich mit einer und derselben Zahl multipliciren.

b) Einen Quotienten kürzen oder heben heisst Dividendus und Divisor zugleich durch eine und dieselbe Zahl dividiren.

§ 31) Der Werth eines Quotienten wird weder durch Erweiterung noch durch Hebung verändert.

a) Der Werth eines Bruches wird weder durch Erweiterung noch durch Hebung verändert. Der Beweis für diesen besonderen Fall des allgemeinen Satzes ist bereits in § 20 gegeben. Die Zahl, mit welcher die Hebung oder Erweiterung erfolgt, kann in allen Fällen (auch wenn der Dividendus oder Zähler eine benannte Zahl ist) nur eine abstracte sein.

b) Der Werth eines Verhältnisses wird weder durch Erweiterung noch durch Hebung verändert oder anders ausgedrückt: Es ist erlaubt die Glieder eines Verhältnisses, ohne dass dessen Exponent sich dadurch ändere, mit einer und derselben Zahl zu multipliciren oder durch eine und dieselbe Zahl zu dividiren.

Die Zahl, mit welcher die Erweiterung eines Verhältnisses erfolgt, muss in jedem Falle eine abstracte sein; dagegen die Hebung kann, wenn die Glieder des Verhältnisses benannte Zahlen sind, auch durch eine den beiden Gliedern gleichbenannte Zahl erfolgen. Ber Beweis in den verschiedenen möglichen Fällen kann auf folgende Art geführt werden:

$$a : b = \frac{a}{b} = \frac{na}{nb} \text{ und auch } = \frac{\frac{a}{n}}{\frac{b}{n}} \quad (\S\ 31\ a);$$

$$= na : nb \qquad = \frac{a}{n} : \frac{b}{n}$$

$$A : B = a : b = na : nb = naE : nbE = nA : nB;$$

$$A : B = a : b = \frac{a}{n} : \frac{b}{n} = \frac{a}{n}E : \frac{b}{n}E = \frac{aE}{n} : \frac{bE}{n} = \frac{A}{n} : \frac{B}{n};$$

$$A : B = a : b = \frac{a}{n} : \frac{b}{n} = (a : n) : (b : n) = (A : N) : (B : N).$$

Mit den vorstehenden Sätzen ist der Weg zu den wenigen noch fehlenden Sätzen über die allgemeine Division gebahnt: dieselben werden in bekannter Weise bewiesen und demgemäss scheint es überflüssig hier näher darauf einzugehen. Wichtiger ist es, das Verhältniss des Rechenunterrichtes zu der wissenschaftlichen Theorie zu bestimmen. Der Rechenunterricht hat wenigstens für Gymnasien und Realschulen neben den practischen Interessen, denen er dienen soll, auch eine propädeutische

Bedeutung für den mathematischen Unterricht, und es fragt sich, wie von diesem Gesichtspunkte aus die Bruchlehre in Sexta und Quinta zu hehandeln sei.

Die beiden verschiedenen Auffassungen der Division müssen jedenfalls schon bei der Rechnung mit ganzen Zahlen eingeübt und streng auseinander gehalten werden: hierzu bieten auch die mannigfaltigen Aufgaben mit benannten Grössen, sowie Regeldetriaufgaben der einfachsten Art reichliche Gelegenheit. Dies vorausgesetzt wird die allgemeine Erklärung der Division in § 1 leicht aufgefasst werden. Dasselbe gilt auch von den Definitionssätzen des § 9 (Bruch und Bruchheinheit), von dem Fundamentalsatze § 11 und von der nicht aufgehenden Division ganzer Zahlen. Alle diese Begriffe und Sätze sind auf mannigfaltige Weise zur Anschauung zu bringen und können nicht genug eingeübt werden. Weiter folgen die Begriffe eines echten und unechten Bruches, einer gemischten Zahl, und als Ausgangspunkt der Lehre von der Ungleichheit gebrochener Zahlen der Satz § 26 *b*), somit auch der folgende Satz:

Von zwei Brucheinheiten ist diejenige die grössere, welche den kleineren Nenner hat, und diejenige die kleinere, welche den grösseren Nenner hat.

Hierauf wird es leicht sein folgende Punkte klar zu stellen:

1) Ein Bruch wird ver*n*facht, wenn man die Anzahl der in ihm enthaltenen Brucheinheiten ver*n*facht, d. h. wenn man seinen Zähler mit *n* multiplicirt und den Nenner unverändert lässt.

2) Ein Bruch wird ver*n*facht, wenn man die Grösse der in ihm enthaltenen Brucheinheiten ver*n*facht, d. h. wenn man seinen Nenner durch *n* dividirt und den Zähler unverändert lässt.

3) Der *n*te Theil eines Bruches wird genommen, wenn man die Anzahl der in ihm enthaltenen Brucheinheiten durch *n* theilt, d. h. wenn man seinen Zähler durch *n* dividirt und den Nenner unverändert lässt.

4) Der *n*te Theil eines Bruches wird genommen, wenn man die Grösse der in ihm enthaltenen Brucheinheiten durch *n* theilt, d. h. wenn man seinen Nenner mit *n* multiplicirt und den Zähler unverändert lässt.

Durch diese Vorbereitung wird eine deutliche Einsicht in das Wesen der Sätze § 14, § 17, § 19*a*) und § 19*b*) ermöglicht

und zugleich auch in den Fundamentalsatz § 20, den man etwa auf folgende Art beweisen kann:

$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, denn der Bruch $\frac{8}{12}$ hat freilich 4 mal so viele Brucheinheiten als der Bruch $\frac{2}{3}$, aber dafür sind die Brucheinheiten von $\frac{8}{12}$ auch 4 mal kleiner als die Brucheinheiten von $\frac{2}{3}$.

Auf diesem Punkt angelangt wird es eine Nothwendigkeit vielfältige Uebungen der Resolution und Reduction mit Brüchen, sowie zahlreiche Regeldetriaufgaben mit gebrochenen benannten Zahlen eintreten zu lassen, welche vorzugsweise durch den Schluss auf die Einheit zu lösen sind. Das Methodische giebt Schellen in seinen vortrefflichen Materialien für den Unterricht im theoretischen und practischen Rechnen (4. Auflage 1860) pg. 215 bis pg. 246.

Neben den schriftlichen und mündlichen Uebungen der angezeigten Art sind nunmehr auch die zahlentheoretischen Hülfssätze einzuprägen:

1) Die Sätze von der Theilbarkeit der Zahlen und ihre Anwendung auf das Heben von Brüchen.

2) Die Begriffe der zusammengesetzten Zahl und der Primzahl — unter Umständen auch die Zerlegung einer zusammengesetzten Zahl in das Product ihrer Primfactoren. Die Primzahlen bis zu 100 sind zu merken.

3) Die Methode den grössten gemeinsamen Theiler zweier Zahlen zu finden (relative Primzahlen oder theiler-fremde Zahlen).

4) Die Methode den kleinsten gemeinsamen Dividuus mehrerer Zahlen zu finden.

Die Grössevergleichung, sowie die Addition und Subtraction ungleichnamiger Brüche ist anzuknüpfen, wobei der Satz von der Vertauschbarkeit der Summanden einer Summe nicht übergangen werden darf.

Der Begriff der Multiplication mit einem gebrochenen Multiplicator (§ 15*a* und *b*) kann etwa auf folgende Art erläutert werden:

1) $\frac{2}{3} \cdot 12 = \frac{2 \cdot 12}{3}$, denn $\frac{2}{3}$ ist der dritte Theil von 2, also ist auch $\frac{2}{3} \cdot 12$ der dritte Theil von $2 \cdot 12$.

2) Die Multiplication mit einer Brucheinheit ist die Division durch den Nenner der Brucheinheit, z. B. $\frac{1}{3} \cdot 12$ (häufig gelesen $\frac{1}{3}$ von 12) $= \frac{12}{3}$.

3) $\frac{2}{3} \cdot 12 = 2 \cdot \frac{12}{3}$, denn $\frac{2}{3}$ ist zweimal soviel als $\frac{1}{3}$, also ist auch $\frac{2}{3} . 12$ zweimal soviel als $\frac{1}{3} \cdot 12 = \frac{12}{3}$.

Für das Kopfrechnen bieten die Regeln § 15 *a*) und *b*) bedeutende Vortheile; die Regel § 21 für die schriftliche Multiplication zweier Brüche kann auf folgende Art erwiesen werden:

$$\frac{8}{27} \cdot \frac{15}{28} = \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{63} \text{ oder kürzer } \frac{2\ \not{8}}{9\ \not{27}} \cdot \frac{\not{15}\ 5}{\not{28}\ 7} = \frac{10}{63};$$

denn $\frac{8}{27} \cdot \frac{15}{28}$ sind eigentlich zwei Exempel. Das erste ist ein Multiplicationsexempel, nämlich $8 \cdot \frac{15}{28} = \frac{8 \cdot 15}{28} = \frac{2 \cdot 15}{7}$, das zweite ist ein Divisionsexempel, nämlich $\frac{2.15}{7} : 27 = \frac{2 \cdot 15}{7 \cdot 27} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 9} = \frac{10}{63}$. Also kommt durch die angegebene Regel das richtige Resultat heraus.

Die Vertauschbarkeit der Factoren eines Productes, auch wenn dieselben alle oder zum Theil Brüche sind, ist festzustellen.

Den Schluss der ganzen Theorie bilden die Sätze § 25, § 27 und § 31. Die beiden erstgenannten Sätze können passend in dem folgenden Satze zusammengenommen werden:

Jede Division zwischen unbenannten Zahlen kann ausgeführt werden, indem man den unveränderten Dividendus mit dem umgekehrten Divisor multiplicirt.

Derselbe kann auf doppelte Art auseinandergesetzt werden:

1) Eine Zahl durch $\frac{2}{3}$ theilen ist Multiplication der Zahl mit $\frac{3}{2}$. Denn $\frac{2}{3}$ ist 3 mal kleiner*) als 2 und je kleiner die Zahl wird, durch welche man ein Ganzes theilt, um so grösser werden die Theile. Folglich muss, wenn man eine Zahl durch $\frac{2}{3}$ theilt, dreimal mehr**) herauskommen, als wenn man sie durch 2 theilt, d. h.

---

*) 3 mal so klein als 2, oder: das Drittel von 2.
**) 3 mal so viel, oder: das Dreifache.
} Vergl. unsere u. Kober's Bemerkung Bd. I. S. 423. D. Red.

die Zahl ist zuerst durch 2 zu dividiren und darauf, was herauskommt, mit 3 zu multipliciren oder auch (§ 15 *b*) auf einmal mit $\frac{3}{2}$ zu multipliciren.

2) $\frac{5}{7} : \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{14}$ oder $1\frac{1}{14}$. Der Beweis ist folgender: Die Brucheinheiten $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{3}$ kommen in der Brucheinheit $\frac{1}{21}$ überein; $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$, $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$, also $\frac{5}{7} : \frac{2}{3} = \frac{15}{21} : \frac{14}{21}$. Nun ist $\frac{14}{21}$ in $\frac{15}{21}$ gerade so vielmal enthalten wie 14 in 15, d. h. $1\frac{1}{14}$ mal.

Als Uebungsmaterial sind ausser abstracten Zahlenexempeln auch Multiplicationen und Divisionen mit benannten Grössen zu verwenden, vor allen aber Proportionsaufgaben, welche auf dreifache Art zu behandeln sind. Das Nähere erhellt aus dem nachfolgenden Beispiele: Wie viele Zinsen erhält man in einem Jahre von $22\frac{17}{39}$ Thlr. Kapital zu $4\frac{1}{3}\,{}^0\!/_0$?

Fragesatz.	$22\frac{17}{39}$ Thlr. Kapital	geben	?	Zinsen
Bedingungssatz.	100 „	„	$4\frac{1}{3}$ Thlr.	„
Auflösung 1)	100 „	„	$4\frac{1}{3}$ Thlr.	„
	1 „	„ giebt	$\frac{4\frac{1}{3} \text{ Thlr. Z.}}{100} = \frac{13}{300}$ Thlr. Z.	
	$22\frac{17}{39}$ „	„ geben	$22\frac{17}{39} \cdot \frac{13}{300}$ Thlr. Z.	
			$= \frac{35}{36}$ Thlr. Z.	
			= 29 Sgr. 2 ₰ Z.	

Auflösung 2) So viel mal 100 Thlr. K. in $22\frac{17}{39}$ Thlr. K. enthalten sind, so viel mal $4\frac{1}{3}$ Thlr. Zinsen kommen heraus.

$22\frac{17}{39}$ Thlr. K.: 100 Thlr. K. $= 22\frac{17}{39} : 100 = \frac{35}{39 \cdot 4}$.

$\frac{35}{39 \cdot 4} \cdot 4\frac{1}{3}$ Thlr. Z. $= \frac{35}{36}$ Thlr. Z. = 29 Sgr. 2 ₰ Z.

Auflösung 3) $4\frac{1}{3}$ Thlr. sind in 100 Thlr. $\frac{300}{13}$ mal enthalten, also

Zinsen $= \frac{\text{Kapital}}{\frac{300}{13}}$ (Kapital getheilt durch $\frac{300}{13}$);

Hier ist das Kapital $22\frac{17}{39}$ ₰, also sind die Zinsen $\frac{22\frac{17}{39}\text{₰}}{\frac{300}{13}}$ $= \frac{35}{36}$ ₰ $= 29$ Sgr. 2 ₰.

Die Regeln für diese Auflösungen können, wie folgt, formulirt werden:

1) Man schliesse von dem ersten Gliede des Bedingungssatzes auf die Einheit und von der Einheit auf das erste Glied des Fragesatzes.

2) So viel mal das erste Glied des Bedingungssatzes in dem ersten Gliede des Fragesatzes enthalten ist, so viel mal muss man das zweite Glied des Bedingungssatzes nehmen, (bei der geraden Regeldetri — bei der umgekehrten Regeldetri muss man den eben so vielsten Theil vom zweiten Gliede des Bedingungssatzes nehmen).

3) So viel mal das zweite Glied des Bedingungssatzes in dem ersten Gliede enthalten ist, den ebenso vielsten Theil vom ersten Gliede des Fragesatzes muss man nehmen.

Der Unterricht in der Sexta dürfte passend sich auf die ausschliessliche Benutzung der ersten Regel beschränken; in der Quinta dagegen müssen die beiden anderen in grösster Ausdehnung geübt werden. Speciell die dritte Regel kann in der Form, welche ihr gegeben ist, freilich nicht auf alle einfache Proportionsaufgaben angewendet werden; sie leistet aber die wesentlichsten Dienste bei allen Aufgaben, wo Zinsen, Rabatt, Disconto, Agio, Gewinn, Verlust, Unkosten, Tara und dgl. mehr prozentisch ausgedrückt sind.

Der Unterricht in der Physik in Handwerker-Fortbildungsschulen.*)

Von Dir. Dr. Krumme in Remscheidt.

Mehrere Jahre hindurch mit dem physikalischen Unterricht in der Sonntags- und Handwerker-Fortbildungsschule zu Duisburg betraut, glaubte ich dem Einen und Anderen meiner Collegen mit der Mittheilung der über diesen Unterricht gesammelten Erfahrungen einen Dienst zu erweisen.

Die oben genannte Schule wird vorwiegend von Handwerkerlehrlingen besucht, die am Sonntage und in den Abendstunden von 8—10 Uhr an einigen Wochentagen unterrichtet werden. Der Unterricht in der Physik beschränkt sich auf die zweitoberste Classe — in der obersten Classe wird Chemie gelehrt — und zwar ist für denselben wöchentlich eine Stunde angesetzt.

Neben dem eigentlichen Zweck, die hauptsächlichsten Erscheinungen und die Wirkungsweise der wichtigsten, im Haushalt und in den industriellen Etablissements zur Verwendung kommenden maschinellen Einrichtungen auf ihre physikalischen Gesetze zurückzuführen, ist auch die Pflege des correcten mündlichen Ausdrucks und die Ausbildung des Vorstellungsvermögens nicht ausser Acht zu lassen. Die Kenntniss auch derjenigen Einrichtungen, welche nicht in den Werkstätten der Stadt hergestellt werden, ist deshalb von besonderer Wichtigkeit, weil die Handwerker im Stande sein müssen, reparaturbedürftig ge-

---

*) Obgleich unsre Zeitschrift den Unterricht an der genannten Anstalt nicht in ihr Programm aufgenommen hat, bietet doch die Redaction diesen Aufsatz ihren Lesern, theils weil der physikalische Unterricht bis jetzt gar nicht behandelt worden ist, theils weil der hier gegebene Lehrgang manchen Lehrern in kleinen Städten, denen der Unterricht an jenen Anstalten zufällt, erwünscht sein dürfte. D. Red.

wordene Utensilien und Maschinen wieder in brauchbaren Zustand zu versetzen. Dazu bedarf es aber der Kenntniss der wichtigsten physikalischen Gesetze und einer gewissen Fertigkeit, dieselben auch da als zu Grunde liegend zu erkennen, wo sie in Combinationen oder in ungewöhnlichen Anwendungen auftreten. Der Mangel an tüchtigen Handwerkern hat seinen Grund in der mangelhaften theoretischen Ausbildung derselben. Die Wenigen jener Stadt, denen diese Ausbildung nicht fehlt, sind derartig mit Arbeit überhäuft, dass sie eine Anzahl anderer Meister beschäftigen, ein Verhältniss, welches wahrlich nicht zur Hebung des Mittelstandes beiträgt.

Der physikalische Unterricht hat auch den Zweck, den Schüler im Verständniss von Zeichnungen zu üben und muss hierin den Zeichenunterricht unterstützen. Der Lehrer des Zeichnens hat bei vollen Classen kaum die Zeit, dem mit der Aufnahme einer Maschine beschäftigten Schüler die Wirkungsweise derselben und die Details ihrer Einrichtungen zu erklären, ohne die übrigen Schüler zu benachtheiligen. Das ist aber auch überflüssig, wenn in der physikalischen Lehrstunde der Apparat gründlich erklärt worden ist. Wird ein Apparat nach einer von den Verfertigern gewöhnlich gern leihweise abgegebenen Werkzeichnung erläutert und werden durch Zerlegen des Apparats die einzelnen Theile mit der von denselben durch die Zeichnung gewonnenen Vorstellung verglichen, so ist das der sicherste Weg, den Schüler im Verständniss von Zeichnungen zu üben. Ein bereits weiter fortgeschrittener Schüler — und man wird gewöhnlich einen solchen nehmen, der durch seinen Beruf ein specielles Interesse dazu hat — wird dann den Apparat nach den für die Ausführung nöthigen Durchschnittszeichnungen, fast ohne weitere Beaufsichtigung und Anleitung aufnehmen können. Als Apparate, die sich zur Aufnahme eignen, nenne ich die Luftpumpe, die hydraulische Presse, die hydraulische Winde, die Eismaschine, die Gasuhr*) u. s. w. Der physikalische Unterricht, in dieser Weise gehandhabt, wird den Zeichenunterricht kräftig darin unterstützen, dass die nach hinreichend langem

*) Es ist hier ein die Einrichtung erläuterndes, zum Zerlegen geeignetes Modell gemeint, wie es Siegmar Elster, Berlin, Königstrasse 67, liefert.

Schulbesuch die Schule verlassenden Schüler befähigt sind, Zeichnungen zu verstehen und nach Zeichnung zu arbeiten.

Was nun die Methode des Unterrichts betrifft, so hat man zu bedenken, dass man auf häusliche Beschäftigung in keiner Weise rechnen darf. Es gilt das sowohl bezüglich der Auflösung von Aufgaben als auch des Lesens einzelner Abschnitte eines Lehrbuchs. Wollte man derartige Anforderungen zwangsweise durchzusetzen versuchen, so würde man bald vor leeren Bänken stehen. Was gelernt werden soll, muss im Unterricht gelernt werden. Hier sind zwar numerische Beispiele z. B. bei der Demonstration des Mariotte'schen Gesetzes nicht ganz auszuschliessen, aber vorwiegend hat man nur das Qualitative in's Auge zu fassen. Den ganzen Lehrstoff fasst man bei solchen Schülern, deren Auffassungsvermögen wenig ausgebildet ist, am besten in klar und kurz abgefasste einzelne Sätze. Dadurch wird Verwirrung und Ueberladung vermieden; und sollte der Schüler, wozu allerdings die Gefahr nahe liegt, wirklich die Sätze geradezu auswendig lernen, so verschlägt das auch Nichts, wenn er nur wirklich den Sinn versteht. Hätte ich den Unterricht noch länger zu geben, so würde ich den Versuch machen, ein höchstens einen Druckbogen umfassendes numerirtes Verzeichniss der zu behandelnden Lehren dem Schüler in die Hand zu geben. Hinter jedem Satze würden die Versuche zu seiner Begründung oder Ableitung und die hauptsächlichsten Anwendungen kurz angedeutet sein, etwa in der Weise wie ich das unten für die Lehre vom Gleichgewicht und von der Bewegung luftförmiger Körper näher ausgeführt habe. Von denen, die sich auf diese Weise ein bestimmtes Maass physikalischer Lehren wirklich angeeignet haben, wird auch der Eine oder Andere späterhin im Stande sein, ein wirklich für Handwerker geschriebenes Buch ohne Anleitung und Hülfe zu lesen.

Die Veranschaulichung der physikalischen Lehren muss durch möglichst einfache und zweckentsprechende Apparate bewirkt werden. Einige der Hauptapparate wie die Luftpumpe, der Hebelapparat, die schiefe Ebene etc. müssen möglichst gut sein. Dagegen lassen sich eine grosse Menge von Nebenapparaten mit äusserst geringen Mitteln herstellen. Hat dies Verfahren bei Einrichtung des physikalischen Cabinets auch vorzugsweise die pekuniäre Seite im Auge, so ist es doch auch wichtig, den Ver-

such womöglich so einzurichten, dass er vom Schüler wiederholt werden kann Nimmt man statt des Siebs der Vestalin das Sieb der Giesskanne, so kann und wird der Schüler den Versuch zu Hause wiederholen. Es ist zwar in den letzten Jahren viel in dieser Richtung geschehen, aber es bleibt auch noch viel zu thun übrig. Auf eine Art von Apparaten möchte ich vor allen die Aufmerksamkeit richten, weil sie sich gleich sehr durch Billigkeit und durch Zweckmässigkeit auszeichnen, trotzdem aber noch nicht allgemein bekannt zu sein scheinen. Seit einigen Jahren hat Herr Prof. Dr. H. Schäffer in Jena seinen Ferienaufenthalt in Ilmenau dazu benutzt, in der Glasfabrik der Herren Greiner und Friederichs im benachbarten Stutzerbach, eine grosse Anzahl physikalischer Apparate unter seiner Anleitung in Glas ausführen zu lassen. Nur einige dieser Apparate sind bis jetzt allgemein bekannt geworden, obgleich alle für höhere Schulen sowohl als für Volksschulen ein höchst geeignetes Unterrichtsmaterial sind. Herr I. Wilhelm Albert in Frankfurt a/M., von dem dieser glückliche Gedanke Schäffer's aufgenommen und weiter durchgeführt worden ist, hat mir auf meinen Wunsch nachfolgendes Verzeichniss genannter Apparate nebst den Preisen mitgetheilt, wozu er dieselben ablässt.

	Thlr.	Sgr.
Archimedische Wasserschraube	1	$17\frac{1}{2}$
Communicirende Röhren (3 verschiedene Schenkel)	—	10
Druckpumpe	1	—
Saugpumpe	1	—
Feuerspritze	1	—
Tantalusbecher	—	17
Heronsbrunnen	—	$27\frac{1}{2}$
Feuerspritze doppelt	2	—
Bramah'sche Presse	1	—
Kleine Luftpumpe zum Evacuiren	1	—
do. zum Comprimiren	1	—
Heronsbrunnen in anderer Form	1	10
Unterbrochener Heber	—	15
Sogen. Passe-vin (zum spec. Gew.)	1	—
Apparat zur Demonstration der allseitigen Fortpflanzung des auf eingeschlossene Flüssigkeiten ausgeübten Druckes	1	—
do. für Luft	1	10
Intermittirender Brunnen (mit Gestell)	3	—

Herr Albert setzt die Versuche, Apparate in Glas darstellen zu lassen, fort und wird im Laufe dieses Jahres (1870) ein ausführliches Verzeichniss über seine bis dahin erzielten Resultate erscheinen lassen.

Als Probe für die Auswahl des Lehrstoffs nehme ich das Capitel vom Gleichgewicht und von der Bewegung luftförmiger Körper.

1. Satz. Verdünnte Luft drückt weniger stark, verdichtete Luft stärker als Luft von gewöhnlicher Dichtigkeit.

Erläuterung der Luftpumpe (nach der Werkzeichnung) und des Heronsballs. — Blasensprengen, Queksilberregen, magdeburger Halbkugeln; man stellt eine Wasserflasche eine Zeit lang auf den warmen Ofen, schliesst sie mittelst eines hart gekochten geschälten Eies und bringt sie vor das Fenster ins Freie. Das Ei wird in die Flasche hineingedrückt; man bedeckt ein ganz oder zum Theil mit Wasser gefülltes Trinkglas mit ebenem Rande mit steifem Papier und kehrt das Glas um, das Papier stets gegen die Oeffnung andrückend; aus dem umgekehrten Glase fliesst das Wasser nicht aus, auch wenn das Papier nicht mehr angedrückt wird. Versuch mit dem Heronsball. — Kleb- oder Saugleder; Blasebalg, Cylindergebläse; Stechheber; Oelbehälter bei Schiebelampen; Saugpumpe (Glasmodell); Imprägnation der Eisenbahnschwellen mit fäulnisswidrigen Stoffen; Schröpfkopf. Feuerspritze (Glasmodell); Luftschellenzug; Lufttelegraph; Lufteisenbahn zur Beförderung von Paketen; Taucherhelm.

2. Satz. Die gewöhnliche Luft übt auf jede Fläche, womit sie in Berührung steht, einen Druck aus, der gleich ist dem Gewicht einer Quecksilbersäule, welche diese Fläche zur Grundfläche und den Barometerstand zur Höhe hat. Erklärung der Messung des Drucks der Gase durch Manometer.

Torricelli's Versuch; der eine Schenkel eines Manometers wird durch einen Gummischlauch mit dem Gasrohr verbunden. — Die Messung des Luft- resp. Dampfdrucks nach Pfd.; offenes Quecksilbermanometer; drückt der Dampf oder ein Gas auf eine Fläche mit 2, 3 . . . Atmosphären, so hat man sich die gedrückte Fläche als Boden eines Gefässes zu denken, welches bis zur 2, 3 . . . fachen Höhe des Barometerstandes mit Quecksilber gefüllt ist; der Druck dieses Quecksilbers auf den Boden ist gleich dem Druck des Dampfes auf das betrachtete Flächenstück; Saugpumpe (welches Ventil darf nicht mehr als 32 Fuss

über dem Niveau des Wassers im speisenden Behälter sein?); Heber in seinen verschiedenen Formen; man bringt zur Demonstration des Wasserverschlusses das eine Ende eines Glasrohres durch einen Gummischlauch mit der Gasleitung in Verbindung und taucht das andere Ende in ein Glas mit Wasser; Wasserverschluss, Gas-Schiebelampe.

3. Satz. Der Druck der Luft ist ihrer Dichtigkeit oder dem Gewicht gleicher Rauminhalte proportional.

Nachweis der Richtigkeit des Gesetzes. — Bierpumpe, Feuerspritze.

4. Satz. Die Menge des aus einer Oeffnung ausströmenden Leuchtgases ist dem Ueberdruck über die umgebende Luft proportional. Gasuhr.

5. Repetitionsfragen.

Kleinere Mittheilungen.*)

Zu dem Aufsatze von J. Kober: „Geometrische Grundbegriffe.“

Vom Gymnasiallehrer Ciala in Putbus.

Der Aufsatz des Herrn J. Kober in Bd. I Hft. 3 dieser Zeitschrift (S. 228—236), welcher die Definitionen der geometrischen Grundbegriffe behandelt, veranlasst mich, über diesen schon so oft verarbeiteten und doch noch nie erledigten Gegenstand ein Paar Gedanken zu Papier zu bringen. Sie enthalten vielleicht nichts wesentlich Neues, indess erinnere ich mich nicht, das Princip, auf das es mir ankommt, schon irgendwo ganz klar ausgesprochen gelesen zu haben. Es kommt mir vor Allem darauf an, zu betonen, dass die Geometrie nichts anderes ist als eine bestimmte Art und Weise, die Dinge der Natur zu betrachten; daher ihre Anwendbarkeit auf die Naturwissenschaften. Der menschliche Geist hat die Fähigkeit, die Gegenstände der Aussenwelt durch den Process des Denkens zu erfassen. Aus der Wahrnehmung nun, dass sich beim Beschauen der Natur sein eigener Zustand und der Zustand der Dinge um ihn verändert, aus der Beobachtung solchen Aufeinanderfolgens ergiebt sich ihm der Begriff der Zeit. Gewisse regelmässige, d. h. in derselben Art wiederkehrende Bewegungen geben ihm ein Mass für die Zeit, und indem er die grössere oder kleinere Zeit berücksichtigt, die er zur Durcheilung eines Gegenstandes braucht oder in der gewisse Naturkörper sich an ihm vorbeibewegen, erhält er einen Massstab für die Grösse eines Gegenstandes, oder, wenn auch zunächst noch unsicher, den Begriff der Gestalt, der Dimensionen. Die Gegenstände machen auf den Geist noch andere Eindrücke, als solche, die es mit ihrer Grösse zu thun haben, diese gehen uns hier nichts an; die Betrachtung der

*) Unter diesem Titel wird die Redaction künftig kleinere Aufsätze, Zusätze, kurze Entgegnungen, Bemerkungen oder Nachträge zu vorausgegangenen Aufsätzen u. dgl. — kurz, alle diejenigen Beiträge bringen, welche nicht auf den Charakter einer grösseren Originalarbeit Anspruch machen. Wir bitten daher die Herren Verfasser von kürzeren Beiträgen, falls sie dieselben nicht unter diese Rubrik gesetzt haben wollen, wenn sie also ihren Beitrag unter die grösseren Originalarbeiten rechnen, dies bei der Einsendung uns ausdrücklich zu bemerken. Auch werthvolle Schüleraufgaben finden hier Aufnahme. D. Red.

Gegenstände in Beziehung auf ihre Grösse, ihre Gestalt hat sich zu der Wissenschaft ausgebildet, welche Geometrie heisst und die ich demnach als einen Zweig der Naturwissenschaft ansehe.

Einen Theil der Natur nennen wir Körper und insofern wir ihn geometrischer Betrachtung unterwerfen, geometrischen Körper. Diese Betrachtung nimmt also nur Rücksicht auf die Gestalt, nicht auf das, woran diese Gestalt sich offenbart, die sogenannte Materie.

Ein Körper ist nicht unendlich, denn er ist ein Theil des Alls; wir nennen seine Grenzen Flächen. Auch eine Fläche können wir abgrenzen; ihre Grenzen werden Linien genannt und ebenso die Grenzen der Linien Punkte.

Warum können wir diese Operation nicht weiter fortsetzen? Es muss in der Natur der Dinge begründet sein, aber die Frage kann uns auch gleichgültig sein; jedenfalls haben wir auf diese Weise den Begriff Punkt hergeleitet und können, gezwungen oder freiwillig, dabei stehen bleiben.

Wir haben bis jetzt die Natur gleichsam in starrer Gestalt unserer Betrachtung unterworfen, ein Blick von momentaner Dauer genügte, um uns die Gebilde zu zeigen, denen wir die Namen Fläche, Linie u. s. w. beilegten. Dabei konnte die Frage nicht aufkommen: Welches sind die einfachsten Linien, die einfachsten Flächen? Nun werden wir aber, wenn wir die Natur länger betrachten, in ihr Veränderung, Bewegung gewahr. Diese Bewegung muss durch etwas hervorgebracht werden, und dieses Etwas nennen wir Kraft. Nie würde unser Geist sich bewogen gefühlt haben, die gerade Linie, Kreis, Ebene, Cylinder u. s. w. als besonders einfach und wichtig anzusehen und vorzugsweise geometrischer Betrachtung zu unterwerfen, wenn die sie erzeugenden Kräfte nicht die einfachsten wären. Denn worin beruht sonst wohl die Einfachheit der geraden Linie? Wo sehen wir in der starren Natur eine solche? Oder sind die Operationen unseres Auges besonders einfach, wenn es eine gerade Linie verfolgt? (vgl. Trendelenburg, logische Untersuchungen VII).

Ich behaupte also, dass die Geometrie nicht ohne Rücksicht auf die Kräfte der Natur behandelt werden darf. Die Betrachtung derselben drängt sich ja, wo es sich um Anwendung der Geometrie auf die Mechanik handelt, ohnehin auf. Nicht der Geist bewegt sich in geraden Linien (Fresenius' psychologische Grundlagen der Raumwissenschaft), sondern in der Natur, aber erst in der bewegten, sich verändernden, hat die gerade Linie eine objective Bedeutung.

Wir bemerken nämlich in der Natur theils Kräfte, die eine unmessbar kurze Zeit wirken, sogenannte Momentankräfte, theils solche, die eine längere oder kürzere Zeit thätig sind, continuirliche Kräfte. Erstere müssen offenbar für die einfacheren gelten, also auch ihre Erzeugnisse.

Wir definiren nun: Bewegt sich ein Punkt unter dem Einflusse einer Momentankraft und keiner andern Kraft ausserdem, so sagt

man von ihm, er bewege sich in einer geraden Linie und habe überall dieselbe Richtung. — „Richtung" und „gerade" sind also ungezwungen nur zu erklären mit Zuhülfenahme des Kraftbegriffs; ohne ihn behalten jene wichtigen Grundbegriffe immer etwas Dunkles.

Es würde sich nun darum handeln, aus der aufgestellten Definition der geraden Linie diejenigen Haupteigenschaften derselben herzuleiten, die in den Elementarbüchern aufgezählt sind; dies dürfte nicht schwer halten. Schwieriger — aber warum unmöglich? — wird es sein, mittelst des Begriffes der Kraft eine neue Definition der Ebene zu liefern, wenn die in der oben citierten Abhandlung des Herrn Kober unter III 2 gegebene übrigens ganz klare Definition nicht für genügend erachtet wird. Den Begriff der geraden Linie bei der Definirung der Ebene zu Hülfe zu nehmen ist man jedenfalls berechtigt.

Ich will nur noch das Eine erwähnen, dass, indem wir der geraden Linie an allen ihren Stellen dieselbe Richtung zuschrieben, wir über den Begriff „gleiche Richtung" noch nicht verfügt haben. Wann wir 2 Richtungen gleich nennen wollen, haben wir noch zu bestimmen, nur müssen unsere Bestimmungen darüber nicht in sich selbst einen Widerspruch haben. Wenn wir nun sagen, dass 2 Punkte, die sich in einer Ebene in geraden Linien bewegen und von denen der eine nirgends die Bahn des anderen trifft, gleichgerichtet heissen sollen, so lassen sich mittelst dieses Begriffs sowie der Definition des Winkels als Richtungsunterschieds die Lehrsätze der Parallelentheorie ganz klar entwickeln, wie es Kambly in seiner Planimetrie thut, nur dass ich, wie gesagt, den Ausdruck „dieselbe Richtung" in § 23 in „gleiche Richtung" verwandelt wissen möchte. § 29 würde ich ganz weglassen.

Noch einmal das Divisionszeichen. Vom Herausgeber.

Ich hatte in meinen Bemerkungen zu Sturm's Aufsatz (Bd. I. Hft. 4. S. 315) vorgeschlagen, das Divisionszeichen, wenn es bedeutet „enthalten in" (kurz: „in") durch das Zeichen $\div$ auszudrücken. Leider musste durch ein Versehen bei der Correctur (wodurch das Zeichen — zwischen dem Doppelpunkt weggeblieben war) mein Vorschlag unpractisch erscheinen und mir, wenn auch privatim, von mehreren Seiten Tadel zuziehen. Ich habe dieses Versehen bereits im Druckfehlerverzeichniss (Bd. I. S. 540) berichtigt.

Dass hier ein Versehen vorlag, war wohl anzunehmen. Niemand wird doch wohl, wenn er Verbesserungsvorschläge macht, das Alte, als falsch Erkannte, wieder auftischen! Warum ich aber gerade das Zeichen $\div$ wähle, will ich hier noch kurz rechtfertigen: Der Ausdruck „4 in 12 ist dreimal enthalten" (vulgo: 4 in 12 geht 3 mal) setzt ein Messen, Abzählen, Abziehen voraus und liegt

aus der Praxis den Schülern auch viel näher, als das Theilen in gleiche Theile, das, wie in der Geometrie meist erst erlernt werden muss. Die Division ist ja überhaupt in erster Linie eine wiederholte Subtraction und diese wird durch das Zeichen — angedeutet, welches in Verbindung mit dem Doppelpunkt jede Zweideutigkeit abschneidet. Hr. Dr. Schwarz schlägt zwar (S. 16 d. Hfts.) die Bezeichnung mittelst vertikalen Strichs vor, z. B. 3 | 12 d. h. 3 in 12; doch lässt sich dagegen geltend machen, dass dieser Vertikalstrich sehr leicht in den schiefen Bruchstrich, der noch in vielen Schulen und Büchern statt des horizontalen gebraucht wird, übergehen kann aber dann allemal „durch" bedeutet und Missverständnisse veranlasst. Die (a. a. O. S. 315) bei der Bezeichnung $\frac{12}{4}$ (12 durch 4) stehende Deutung „12 gemessen mit 4" gehört sonach zur zweiten Bezeichnungsart (zum Masse) und ist zu streichen, was ebenfalls im Druckfehlerverzeichniss bemerkt ist.

Literarische Berichte.

Der mathematisch physikalische Unterricht nach dem Regulative für die sächsischen Gymnasien. Dresden 1870*). Bespr. v. Gymnasialprofessor ZIEGLER in Freising.

Die Einladung der verehrlichen Redaction, das Regulativ in Betreff des mathematischen und physikalischen Unterrichtes einer Besprechung zu unterziehen, geht wie es scheint aus dem Wunsche hervor, auch das Urtheil eines den sächsischen Verhältnissen fernstehenden Schulmannes kennen zu lernen. Dieses Urtheil muss in vielen Punkten ein problematisches sein und will auch nur als kleiner Beitrag gelten zur Lösung der wichtigen Frage, wie der mathematische und physikalische Unterricht am Gymnasium zu vertheilen ist. Die Besprechung wird sich nach der Reihenfolge der Lehrpensa der einzelnen Jahrescurse richten, wie sie im Regulative aufgeführt sind. Vorerst mögen die hierher gehörigen Regulativbestimmungen folgen:

§ 63. Mathematik, Rechnen**), Naturwissenschaften.
Vorbemerkung.

Der Unterricht in Mathematik und Rechnen ist in den beiden Primen, Secunden und Tertien in wöchentlich 4 Stunden, in den drei Unterklassen in wöchentlich 3 Stunden zu ertheilen.

Um für den Unterricht in der Geometrie eine gleiche Vorschule zu geben, wie sie die Arithmetik in dem gemeinen Rechnen besitzt, empfiehlt es sich, bereits bei dem Unterricht in den unteren Gymnasialklassen geometrische Anschauungslehre und Con-

---

*) Für die den sächsischen Verhältnissen fernstehenden Leser dieser Zeitschrift sei bemerkt, dass, nachdem der Entwurf des Regulativs von allen sächsischen Gymn.-Collegien berathen und begutachtet worden war, auf den Antrag der sächsischen Fachcollegen für Math. und Natw. das Cultus-Ministerium zur Feststellung und Berathung dieser Regulativabtheilung eine Commission von drei Fachlehrern auf der Rectorenconferenz Ostern 1869 nach Dresden berufen hatte, welcher Se. Exc. der Cultus-Minister v. Falkenstein präsidirte. Die Commission bestand aus den Herren Prof. Dr. Baltzer (Dresden), Prof. Dr. Schmidt (Grimma) und Dr. v. Zahn (Leipzig). D. Red.

**) Wir halten die Coordination dieser Begriffe für unwissenschaftlich. Ist denn Rechnen nicht (genauer) Arithmetik? und ist diese nicht ein Theil der Mathematik? S. unsere Anm. Bd. I. S. 24.

structionsübungen zu berücksichtigen. Ebenso ist die Lehre von den Decimalbrüchen so frühzeitig als möglich vorzunehmen, und sind die Schüler im Gebrauche der Logarithmen zeitig zu üben. (Vergl. § 64, Untersecunda.)

Im Uebrigen ist der Unterricht in der Mathematik unter Vermeidung des Eingehens auf Gegenstände und Fragen, deren Verständnisse bei der Mehrzahl der Schüler zu erhebliche Schwierigkeiten sich entgegenstellen, so einzurichten, dass die Selbstthätigkeit aller Schüler durch Vortrag und angemessene vielseitige Uebungen angeregt und ununterbrochen erhalten werde.

§ 64. Mathematik und Rechnen; Vertheilung des Lehrstoffes.

Unter Beachtung dieser Vorbemerkungen ist der Lehrstoff in folgender Weise zu vertheilen:

Sexta: 3 Stunden wöchentlich. Die vier Species in unbenannten und benannten ganzen Zahlen. Theilbarkeit der Zahlen, Factorenzerlegung. Die wichtigsten Maasseinheiten. Regel-de-tri, durch Zurückführung auf die Einheit. Einübung alles dessen nicht nur schriftlich, sondern auch durch Kopfrechnen (mit nicht zu hohen Zahlen).

Quinta: 3 Stunden wöchentlich. Gemeine Brüche. Proportion. Anfänge der Decimalbrüche.

Quarta: 3 Stunden wöchentlich. Fortsetzung der Decimalbrüche. Proportionen. Zusammengesetzte Verhältnissrechnungen, Gesellschaftsrechnung.

Untertertia: 4 Stunden wöchentlich. Elemente der Buchstabenrechnung (die vier Species, Potenzen mit positiven, ganzen Exponenten).

Formenlehre: Ausführung leichter Constructionen mit Lineal und Zirkel. Gleichheiten und Ungleichheiten von Strecken und Winkeln an geradlinigen Figuren und am Kreise. (Das geometrische Pensum würde ungefähr entsprechen Euclid I. 1—34 und den nothwendig einschlagenden Sätzen aus dem dritten Buche.)

Obertertia: 4 Stunden wöchentlich. Wurzelausziehen. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten.

Erweiterung des geometrischen Pensums der vorigen Klasse. Flächengleichheiten (entsprechend Euclid I. und III.). Fundamentalsätze der Proportionslehre.

Untersecunda: 4 Stunden wöchentlich. Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten. Quadratische Gleichungen. Lehre von den Potenzen. Anfänge des Rechnens mit Logarithmen.

Aehnlichkeit der Dreiecke. Verhältnisse von Flächenräumen. Anwendung auf geradlinige Figuren und den Kreis. Kreisrechnung.

Obersecunda: 4 Stunden wöchentlich. Theorie der Logarithmen. Arithmetische und geometrische Progressionen. Zinseszins- und Rentenrechnung.

Geometrie und ebene Trigonometrie.

Unterprima: 4 Stunden wöchentlich. Anwendung der Algebra auf Geometrie, insbesondere Erweiterung der in der vorigen Klasse vorgetragenen trigonometrischen Lehren. Combinatorik. Binomischer Lehrsatz. Kettenbrüche. Diophantische Aufgaben. Elemente der Stereometrie.

Oberprima: 4 Stunden wöchentlich. Stereometrie. Körperberechnung. Analytische Geometrie.

§ 65. Lehrziel.

Als Lehrziel bei Beendigung des vollen Gymnasialcursus ist anzusehen im Rechnen: Rechenfertigkeit in ganzen und gebrochenen Zahlen, Kenntniss und Fertigkeit in algebraischen Rechnungen, in Behandlung der Gleichungen 1. und 2. (3.) Grades, sowie im Gebrauche der Logarithmen; Kenntniss der Planimetrie, ebenen Trigonometrie und Stereometrie, Alles als wohlverstandenes, geistig verarbeitetes Eigenthum, nicht als mechanische Fertigkeit und eingelernte Formel.

§ 66. Naturwissenschaften; Vertheilung des Lehrstoffes.

Sexta: 2 Stunden wöchentlich. Beschreibungen aus der Botanik (Sommer) und Zoologie (Winter, hauptsächlich Wirbelthiere) auf Grund von Anschauungen.

Quinta: 2 Stunden wöchentlich. Erweiterung des Pensums von Sexta zur Bereicherung der Kenntniss der Arten und Gattungen.

Quarta. Da in dieser Klasse der Unterricht in der griechischen Sprache beginnt, so fällt der naturwissenschaftliche Unterricht aus.

Untertertia: 2 Stunden wöchentlich. Systematische und wissenschaftliche Uebersicht über Botanik und Zoologie.

Obertertia: 2 Stunden wöchentlich. Anfänge der physischen und mathematischen Geographie. Elemente der Mineralogie.

Untersecunda: 2 Stunden wöchentlich. Mineralogie mit Hervorhebung der Krystallographie.

Obersecunda: 2 Stunden wöchentlich. Allgemeinste Lehren der Physik und Chemie.

Unter- und Oberprima: 2 Stunden wöchentlich. Eingehende mathematische Behandlung der wichtigsten Abschnitte ans der Statik und Dynamik unter besonderer Berücksichtigung der Bewegungen der Himmelskörper und Erläuterung der hauptsächlichsten Lehren aus dem Gebiete des Schalles, des Lichtes, der Wärme, der Elektricität und des Magnetismus (so weit thunlich, mit mathematischer Begründung).

§ 67. Lehrziel.

Am Ende des Cursus muss in den Naturwissenschaften eine übersichtliche Darstellung der Botanik, Zoologie und Mineralogie, sowie der hauptsächlichsten physikalischen Erscheinungen, Kräfte und Gesetze aufgenommen sein,

Das vorstehende Regulativ giebt den Unterrichtsplan nur in allgemeinen Umrissen, nicht ein detailirtes Unterrichtsprogramm, wie sie z. B. für die französischen Schulen durch Monge in Aufnahme kamen, wo sie sich vortrefflich bewährt haben sollen und für die Schüler zu Leitfäden, für die Lehrer zu Lehrbüchern verarbeitet wurden. In Baiern haben die technischen Schulen vollständigere Unterrichtsprogramme und die Gymnasien seit 1861 für den mathematischen Unterricht schon das dritte. Diese sind so formulirt, dass mit der Kürze des Regulativs der nämliche Zweck erreicht würde. Vollständige Unterrichtsprogramme erscheinen nothwendiger für neuorganisirte Anstalten, wo die exacten Wissenschaften die Hauptrolle spielen. Jedenfalls sollen sie mit aller Sorgfalt formulirt werden und unterscheiden zwischen Haupt- und Compensationspensum, wozu sich mancher Stoff schon wegen seiner elastischen Natur eignet. Jeder Plan, welcher diese Unterscheidung nicht macht, wird Klagen erwecken. Die gründliche Absolvirung des Hauptpensums soll unbedingt verlangt werden, bezüglich des Compensationsstoffes kann dem Lehrer auch eine cursorische Behandlung und ausnahmsweise eine Verlegung gestattet werden.

Für die drei Unterclassen (s. § 64) ist gemeines Rechnen vorgeschrieben d. h. eine Wiederholung und Ergänzung des in der Volksschule Gelehrten. Auch von diesem Standpunkte aus lassen sich gegen den Plan folgende Einwendungen machen:

In V und IV fehlt das Kopfrechnen. Für alle Classen sollte die Forderung gestellt sein, dass Rechnungen aller Art an den einfachsten Beispielen auch mündlich geübt werden und dass überhaupt so wenig als möglich geschrieben werde. Das Diktiren des Lehrers, das Stenographiren der Schüler sollte unbedingt verpönt sein.

Die Decimalbrüche sollten in V vollständig abgemacht werden*), es versteht sich von selbst, dass sie in allen folgenden Classen bei Rechnungen angewendet werden. Wenn der Schüler mit gemeinen Brüchen rechnen kann, braucht er für Decimalbrüche keine specielle Regel, er muss nur wissen was Zähler und Nenner eines solchen ist.

Dafür können die Proportionen ganz nach IV verwiesen werden. Die Procentrechnungen sollen schon in IV nach allen Gleichungsformen gelehrt werden, sie haben mehr Recht, im Plane genannt zu werden, als die zusammengesetzten Verhältnissrechnungen und die Gesellschaftsrechnung. Diese und die nicht angeführten Mischungsrechnungen werden besser durch Gleichungen gelöst. Dafür soll besonders hier die Vergleichung der Masse für Ausdehnung, Gewicht, Werth und Zeit gefodert werden, nicht in VI, wo nur die Anfänge verlangt werden können. Zu dieser Vergleichung sollte den Schülern eine gedruckte Tabelle der wichtigsten auf gesetzlichen und wissenschaftlichen Bestimmungen beruhenden Zahlen in die Hand gegeben

*) Da in V nur die Anfänge der Decimalbrüche sind (s. oben S. 47, so musste es doch in IV heisen: „Fortsetzung der D." D. Red.

und beim Unterrichte gezeigt werden, wie aus diesen eine grosse Menge anderer brauchbarer interessanter Zahlen abgeleitet werden kann. Ich habe bemerkt, dass die Schüler gerade an diesen Aufgaben sehr grosses Interesse haben, und ihnen daher solche „Rechnungselemente“ in die Hand gegeben. Schon das Aufsuchen der zur Lösung einer Aufgabe nöthigen Elemente ist eine nützliche Uebung. Diese Elemente sind auch später vielfach brauchbar, damit weniger mit bedeutungslosen Zahlen gerechnet wird.

Auch die Kettenregel ist bei keinem Lehrpensum angegeben. Diese kann in V begonnen werden, soll aber nicht mechanisch*) behandelt, sondern durch eine Multiplication von Productengleichungen erklärt werden. So lassen sich auch die „zusammengesetzten Verhältnissrechnungen“ am besten erklären.

Für Unter III ist die sogenannte Buchstabenrechnung vorgeschrieben, in dieser ist gewöhnlich die Zahl ebenso verachtet als vorher der Buchstabe gefürchtet. Das mechanische Rechnen in der Volksschule ist „Propädeutik“ genug. Für die Gymnasien sollte die noch in allen Plänen und Büchern betehende Trennung der gemeinen und allgemeinen Arithmetik aufgegeben werden. Schon in den Unterclassen sollen — natürlich ganz allmählich — die einfachsten Gesetze der Rechnungsoperationen aufgesucht, ausgesprochen, durch Buchstaben ausgedrückt, durch geometrische Anschauung bewiesen und auf Gleichungen angewendet werden. Die Auflösung dieser einfachen Bestimmungsgleichungen soll auch mündlich geübt werden. Mit der Lösung von Aufgaben durch Schlüsse ist immer jene durch Gleichungen zu verbinden. Diese kurz angedeutete Neuerung soll einer besonderen Besprechung unterzogen werden.

Die Buchstabenrechnung und die Beweise (nach Ohm) gehören der Unter III, man soll aber die Schüler lieber gar nicht als zu viel damit plagen. Auch soll unterschieden werden zwischen den Hauptgesetzen der Rechnungsoperationen und den Uebungssätzen. Alle Sätze über die ersten vier Operationen, welche ich den Schülern als unentbehrlich bezeichne, lassen sich durch neun Gleichungen ausdrücken und geometrisch beweisen.

Hier wie überall soll auf richtige gewandte Ausdrucksweise und erschöpfende Kürze beim Uebersetzen aus der Zeichensprache in die Wortsprache gesehen werden. Nicht bloss Philologen, auch Mathematiker haben keine Ahnung von dem sprachlichen Bildungswerthe des mathematischen Unterrichtes**); ein Lehrplan soll darauf hinweisen. Ueberall bietet sich reiche Gelegenheit zu werthvollen logisch-rhetorischen Uebungen, so dass ich oft die Schüler aufmerksam mache, jetzt sei die Mathematik eigentlich Nebensache. Gerade die Unbeholfenheit***) der Schüler, welcher man

*) Sehr richtig! Man sehe nur die meisten Lehrbücher des Rechnens für die Volksschule! Die Red.

**) Ihnen allen sei empfohlen: Oppels Aufsatz Bd. I. S. 394 u. 443. D. Red.

***) S. unsre Bemerkungen Bd. I. S. 224 u. S. 20 Anm., vgl. auch S. 395. D. Red.

hiebei begegnet, beweist die Nützlichkeit dieser Uebungen, welche zwar einseitig aber um so kräftiger sind.

Das arithmetische Pensum der Unter III ist zu klein, desshalb sollten mindestens in dieser Classe schon die Gleichungen mit einer Unbekannten gelehrt werden, auch damit die Buchstabenrechnerei etwas in die Klemme kommt. Die Gesetze der Rechnungsoperationen werden am besten an Gleichungen eingeübt. Auch zur Geometrie sind die Gleichungen nothwendig. Soweit noch die Zeit reicht, empfiehlt sich die Lösung von Aufgaben (sogenannten Textgleichungen) durch Gleichungen. Diese Aufgaben und überhaupt die praktische Arithmetik könnten unter der ganz passenden alten Firma „Logistik" gelehrt werden. In der Logistik sollen nur jene Aufgaben beachtet und auf alle möglichen Arten gelöst werden, welche einen kurzen Wortausdruck gestatten.

In dieser Classe beginnt die Geometrie mit der „Formenlehre"*), welche dem nachfolgenden Unterrichte als Vorschule dienen soll, wie die gemeine Arithmetik der allgemeinen. Von dieser Formenlehre gehört ein Theil zum geometrischen Zeichnen, ein zweiter zum arithmetischen Unterrichte in den Unterclassen, der Rest ist zu verbinden mit dem gründlichen wissenschaftlichen Unterrichte. Dieser kann in Unter III ohne erhebliche Schwierigkeiten beginnen, muss aber langsam vorschreiten und sich immer auf die Anschauung stützen. Sollten dem Lehrer einzelne Beweise zu schwer scheinen, so kann er sie im nächsten Jahre nachholen.

Die Planimetrie lässt sich in den drei mittleren Classen absolviren. Um die Vertheilung, welche mit den meisten Lehrbüchern eingehalten werden kann, zu exemplificiren, soll die Planimetrie in vier Bücher abgetheilt sein:**) 1) Gleichheit der von Geraden, 2) Gleichheit der von Kreisbögen begränzten Winkel und Strecken, 3) Proportionalität der von Geraden, 4) Proportionalität der von Kreisbögen begränzten Strecken und Flächen. An das zweite Buch schliessen sich an Constructionen und Aufgaben mit geometrischer Analyse, an das vierte Constructionen und Aufgaben mit algebraischer Analyse.

---

*) Das Regulativ kommt hier mit sich selbst in Widerspruch. Es heisst nämlich in § 63 (s. o.): „Um für den Unterricht in der Geometrie eine gleiche Vorschule zu geben, wie sie die Arithmetik (soll wohl heissen allgemeine Arithmetik?) in dem geom. Rechnen besitzt ..... zu berücksichtigen." Nun sind aber die untern Classen VI, V, IV. Gleichwohl verlangt das Regulativ (§ 64) die geomtr. Formenlehre erst in III^b und setzt keine Stunden dafür in den untern Classen an. Das ist ein schlimmer lapsus memoriae. Unserer Meinung nach gehört die geom. Formenlehre nach IV. Vergl. unsere Bem. Bd. I. S. 25. Auch darüber liesse sich eine Satire schreiben, dass wir in unsern Gymnasien mit dem Abstracten (der Arithmetik) und zwar viel früher (gerade drei Jahrescurse eher) beginnen als mit dem Anschaulichen (der Geometrie). D. Red.

**) Siehe des Hrn. Verfassers „Grundriss der ebenen Geometrie." Landshut 1870. D. Red.

In Unter III kann das erste Buch (Congruenz und Parallelismus) erledigt werden.

Ober III erhält das zweite und dritte Buch, dieses Pensum ist nicht zu gross. Die Berechnungen mit dem Pythagoreer können in der nächsthöheren Classe gemacht werden. Das arithmetische Hauptpensum der Ober III bilden die Gleichungen mit mehreren Unbekannten und die bei diesen besonders wichtige Logistik. An die Gleichungen mit mehreren Unbekannten schliessen sich als Compensationsstoff leichte diophantische an, sie gehören dazu auch bezüglich ihrer Anwendungen z. B. auf Mischungsrechnungen. Die Kettenbrüche gehören als Compensationsstoff entweder hieher oder zu den Massvergleichungen nach IV. Das „Wurzelausziehen" ist hier noch nicht nothwendig, für die Quadratwurzel wird kaum die Zeit mehr ausreichen.

Unter II erhält das vierte Buch mit Aufgaben, welche durch algebraische Analyse gelöst werden, am geeignetsten sind solche, welche auch für die geometrische Analyse nicht zu schwer sind. Jene, welche auf quadratische Gleichungen führen, bilden den Schluss.

Das arithmetische Pensum, welches das Regulativ dieser Classe zuweist, ist viel zu gross. Hieher gehören vor Allem Quadratwurzel und quadratische Gleichungen, beide können an vielen geometrischen Beispielen eingeübt werden. Quadratische Gleichungen mit mehreren Unbekannten, welche durch Kunstgriffe gelöst werden, haben geringen Werth, gute leichte Beispiele mit zwei Unbekannten geben die arithmetischen Progressionen, welche offenbar hieher gehören. Begriff und Bezeichnung der Potenz und Wurzel wird schon früher gebraucht, die allgemeine Theorie soll in dieser Classe kurz abgemacht werden ohne Übertreibung.

Ein Fehler des Regulativs ist, dass es oft ohne Noth einen Stoff auf zwei Jahre vertheilt, es sollen z. B. in dieser Classe die Anfänge der Logarithmen gelehrt werden und in der nächsten die Theorie*). Die Logarithmen sollen so wenig als möglich an bedeutungslosen Zahlen eingeübt werden, desshalb dürfen sie nicht zu früh gelehrt werden, sonst könnte es auch kommen, dass die Schüler besser mit als ohne Logarithmen rechnen. Die Logarithmen sollen das arithmetische Hauptpensum für Ober II bilden, hier können sie zur Wiederholung z. B. auf Kreisberechnung angewendet werden. Gute Beispiele geben auch die im nämlichen Jahre zu behandelnden geometrischen Progressionen mit den zugehörigen Aufgaben aus der politischen Arithmetik.

Das Regulativ sollte den Gebrauch fünfstelliger Loga-

---

*) Das scheint uns höchst unmethodisch. Bevor man einen Satz (ein Gesetz) oder ein System von Sätzen (eine Lehre) anwenden kann, muss man sie doch erst verstehen, sonst verfällt man dem gedankenlosen Mechanismus. D. Red.

rithmentafeln*) empfehlen und die Aufforderung enthalten, dass bei allen logarithmischen Rechnungen planlose überflüssige Schreiberei vermieden und ein geordnetes gleichförmiges Verfahren eingehalten werden soll.

Da auch die ebene Trigonometrie ein Hauptpensum dieser Classe bildet, so ist wenig Veranlassung die Logarithmen an bedeutungslosen Zahlen einzuüben. Vortreffliche Uebungen giebt die goniometrische Lösung quadratischer Gleichungen.

Dieser Classe (nämlich II[a]) ist das etwas unbestimmte Pensum „Geometrie"**) zugewiesen, damit werden Aufgaben gemeint sein. Sollten die Aufgaben, welche auf quadratische Gleichungen führen, schon erledigt sein, so wären Tactionsprobleme geeignet, diese lassen sich auch trigonometrisch behandeln.

Von der praktischen Geometrie ist im Regulative nirgends etwas gefordert. Dazu sind aber auch Lehrmittel erforderlich z. B. ein einfaches Instrument zum Messen von Horizontal- und Verticalwinkeln. Von den sinnreichsten Instrumenten z. B. Storchschnabel, Polarplanimeter, Spiegelsextant wären grosse solide Modelle am geeignetsten.

Das Pensum der Unter I handelt *de rebus omnibus et quibusdam aliis* und bedarf gewiss einer Vereinfachung. Die Anwendung der Algebra auf Geometrie gehört nach Unter II und die ganze ebene Trigonometrie nach Ober II. Für die Unter I soll die ganze Stereometrie das Hauptpensum bilden. Dabei soll der Parallelismus der stereometrischen Sätze mit den planimetrischen benützt werden um die letzteren in Erinnerung zu bringen.

Bezüglich der Planimetrie und Stereometrie sollte der Gebrauch eines Buches wenigstens anempfohlen werden. Das Regulativ legt mit Recht ein grosses Gewicht darauf „dass die Selbstthätigkeit aller Schüler angeregt und erhalten werde." Diesen Zweck erreicht man am besten durch eine kurze Sammlung von leichten Gleichungen und passenden Aufgaben besonders logistischen für die Arithmetik, für die Geometrie aber durch einen Leitfaden mit sorgfältig ausgewählten und geordneten Aufgaben. Mit einem ausführlichen Lehrbuche lernen die Schüler Beweise aber nicht beweisen, es verleitet sie zum Lernen und Memoriren anstatt zum Studium anzuregen. Diese Unterschiede werden zu wenig beachtet.

Als neuer im Regulative nirgends vorgeschriebener Lehrstoff eignet sich für diese Classe ganz besonders die sphärische Tri-

---

*) Uebereinstimmend mit Reidt s. Bd. I. p. 515 bei Besprechung von Wiegands Trigonometrie. Man lese auch die Verhandlungen der math. Section der Philologen-Vers. in Hannover 1864. D. Red.

**) Solche Unbestimmtheit in einem Regulativ setzt die ausführenden Lehrer in Verlegenheit oder auch — macht das Regulativ überflüssig. Warum nicht gerade heraussagen, was man meint? D. Red.

gonometrie. Diese lässt sich, wie ich in einem Programme*) gezeigt habe, ganz analog mit der ebenen Trigonometrie behandeln, so dass die analogen Sätze mit den nämlichen Figuren und als Wiederholungen mit leichten Ergänzungen bewiesen werden. Dabei wird zugleich die ebene Trigonometrie befestigt. Auch an und für sich bildet die sphärische Trigonometrie einen schönen und wichtigen Unterrichtsgegenstand, ohne dieselbe ist die Elementargeometrie nicht abgeschlossen, es bleibt eine bedenkliche Lücke. Wegen ihrer Anwendungen ist sie fürs Gymnasium viel wichtiger als die im Regulative der Ober I zugetheilte analytische Geometrie. Diese würde ich ganz streichen, einige Eigenschaften der Parabel können bei der Wurfbewegung, jene der Ellipse bei der Planetenbewegung erklärt werden oder in der Stereometrie beim Kegel. Besser noch als die analytische Geometrie eignet sich zum Compensationsstoff die neuere (das allgemeine Tactionsproblem) und besonders die descriptive.

Die grössere Ausdehnung des geometrischen Pensums der Unter I wird durch die geringere des arithmetischen compensirt. Die Combinatorik darf nicht fehlen, weil sonst eine wichtige Geistesthätigkeit ungeübt bleibt. Nützlicher als das Binomialtheorem sind hier leichte Aufgaben aus der im Regulative nicht verlangten Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dazu geben auch die interessanten Mortalitätsgesetze einen dankbaren Uebungsstoff. Die Körperberechnung giebt viele Gelegenheit die arithmetischen Lehren der beiden II anzuwenden. Die Kubikwurzel braucht man nicht früher.

Für die Ober I bleibt also kein rein mathematischer Lehrstoff übrig, wenn die analytische Geometrie aufgegeben und auf eine Wiederholung verzichtet wird. Eine Wiederholung in dieser Classe ist zu sehr in Gefahr in eine Dressur auf die Maturitätsprüfung auszuarten und mit dem Wesen ächter Gymnasialbildung in Widerspruch zu gerathen. Höchstens wäre eine Wiederholung durch Aufgaben zulässig.

Ein Stoff, der sich zur reinen Mathematik verhält wie die Lectüre zur Grammatik, ist für diese Classe am geeignetsten. Derselbe muss Gelegenheit zu ernster Geistesarbeit und vielen Anwendungen der Mathematik bieten, einer streng wissenschaftlichen Behandlung fähig und vielseitig anregend sein. Alle diese Eigenschaften besitzen zwei physikalische Disciplinen: Astronomie und Mechanik und zwar rationelle, denn die experimentelle gehört in die physikalischen Lehrstunden. Die Mechanik ist das Fundament der Naturwissenschaften und dehnt ihre Herrschaft immer weiter aus, sie kann in keiner früheren Classe gelehrt werden, weil die mathematischen Vorkenntnisse z. B. zu der schönen Lehre vom Schwerpunkte fehlen. Während andere physikalische Disciplinen in fortwährender Umbildung begriffen sind, haben Mechanik und Astronomie eine kaum mehr zu verbessernde Grundlage. Ihre Gesetze sind die ältesten, die Mark-

*) Programm der Freisinger Studien-Anstalten 1870. S. d. Anzeige v. Reidt hier S. 62. D. Red.

steine in der Geschichte der inductiven Wissenschaften. Das Lehrpensum der Astronomie könnte vielleicht passender mathematische Kosmographie benannt werden. Dieser Titel wäre bescheidener aber zu wenig geläufig. Die Astronomie ist das schönste von allen Unterrichtsfächern; für keines haben Lehrer und Schüler ein regeres Interesse, keines ist geeigneter für Ober I.

Bei diesen Vorschlägen ist nicht viel weiter ins Detail eingegangen als im Regulativ. Es soll nun eine kurze Uebersicht gegeben werden, wie sich nach denselben der Plan gestalten würde. Der Compensationsstoff soll durch Klammern bezeichnet werden, hiefür sind die Vorschläge weniger kategorisch.

	In allen Classen soll mündlich und mit wichtigen Zahlen gerechnet werden.
VI.	Rechnen mit ganzen Zahlen.
V.	Gemeine und Decimalbrüche. Gleichungen von Producten.
IV.	Gleichungen von Quotienten. Procentrechnungen. Massvergleichungen.
Unter III	Allgemeine Arithmetik. Gleichungen mit einer Unbekannten. (Logistik.) Gleichheit geradlinig begrenzter Winkel und Strecken.
Ober III	Gleichungen mit mehreren Unbekannten (Diophantische Gleichungen, Kettenbrüche). Logistik. Gleichheit der von Kreisbögen begränzten Strecken und Winkel-Constructionen. (Geometrische Analyse.) Proportionalität der von Geraden begränzten Strecken und Flächen.
Unter II	Quadratische Gleichungen. Arithmetische Progressionen. Allgemeine Sätze über Potenzen und Wurzeln. Proportionalität der von Kreisbögen begränzten Strecken und Flächen. Aufgaben besonders mit algebraischer Analyse.
Ober II	Logarithmen. Geometrische Progressionen. Zinseszinsen und Annuitäten. Ebene Trigonometrie (goniometrische Lösungen quadratischer Gleichungen). (Geometrische Aufgaben, welche auf quadratische Gleichungen führen oder Tactionsprobleme.)
Unter I	Combinatorik. (Binomialtheorem.) Wahrscheinlichkeitsrechnung. (Mortalität.) Kubikwurzel. Stereometrie. Sphärische Trigonometrie. (Landesvermessung.)
Ober I	Rationelle Mechanik. Astronomie.

Eine Vergleichung der Lehrpläne für die sächsischen und baierischen Gymnasien ist nicht an der Zeit, weil dem baierischen eine Modification bevorsteht. Schon zweimal sind bei Versammlungen von Collegen die nämlichen Abänderungen einstimmig als wünschenswerth anerkannt worden. Dringen die Aenderungsanträge durch, was kaum zu bezweifeln ist, so entspricht der baierische Plan fast ganz den im Voranstehenden gemachten Vorschlägen mit dem allerdings be-

merkenswerthen Unterschiede, dass das ganze Pensum, welches hier für die vier Curse von Ober III bis Unter I vorgeschlagen ist, in Baiern in drei Jahrescursen erledigt werden muss. Daraus scheint hervorzugehen, dass das vorgeschlagene Pensum für vier Curse nicht zu gross ist, wohl aber für drei, und dass in Baiern für die Uebungen und den Compensationsstoff die Zeit zu knapp bemessen ist. Geht das Project, ein neuntes Schuljahr unten anzusetzen, durch, so kann abgeholfen werden.

Eine Differenz zwischen dem baierischen und sächsischen Regulative besteht darin, dass ersteres vorschreibt die Arithmetik und Geometrie in je zwei Stunden nebeneinander zu behandeln, während das sächsische die Vertheilung dem Lehrer überlässt. Dieses halte ich für besser der Schüler und Lehrer wegen. Den Gymnasien macht man den Vorwurf, dass zu Vielerlei nebeneinander gelehrt wird; diesem Vorwurfe soll man nicht ohne Noth Berechtigung geben. Für die Fortbildung der Lehrer ist es nicht förderlich, wenn sie alle Disciplinen zu gleicher Zeit lehren müssen.

Die Naturgeschichte ist in Baiern nur an einzelnen Gymnasien facultativer Lehrgegenstand, die Physik wird mit Ausnahme der Mechanik und Astronomie gar nicht gelehrt. Die Abiturienten müssen aber an der Universität, ehe sie zum Fachstudium zugelassen werden, ein Jahr an der philosophischen Facultät Collegien hören. Von den naturwissenschaftlichen Fächern hören die Meisten nur die Experimentalphysik. Eine Aussicht, dass diese Verhältnisse geändert werden, ist nicht vorhanden.

Ueber die Vertheilung des naturgeschichtlichen Unterrichtes nach dem Regulative will ich mich aus Mangel an Erfahrung nicht aussprechen. Die Motivirung des Ausfalles in IV ist keine glückliche.

Ueber die vorgeschlagene Art der Vertheilung des physikalischen Pensums kann ich meine Verwunderung nicht bergen*). Der physischen und mathematischen Geographie fehlen nur die Vorkenntnisse aus der Physik und Mathematik, der Mineralogie jene aus der Chemie, der Krystallographie die Vorkenntnisse aus der Stereometrie. Für die beiden I ist der Stoff zu ausgedehnt und zu der verlangten eingehenden mathematischen Behandlung zu wenig Zeit geboten. Diese ist es, welche hauptsächlich den Bildungswerth bestimmt, den grössten haben Mechanik, Astronomie und Optik. Diese verdienen den Vorrang vor den jüngeren, noch theilweise in der Umbildung begriffenen, der Mathematik ferner stehenden. Dieser Unterschied wurde bei der Versammlung in Kiel nicht gemacht. Die eine grössere Reife und mathematische Vorbildung erfordernden Fächer sollen später gelehrt werden, jedenfalls soll sich die Vertheilung des physikalischen Pensums nach jener des mathematischen richten, wenn diese festgesetzt ist, scheint für jene wenig Wahl zu bleiben.

---

*) Wir die unsre auch nicht! D. Red.

Folgende Vertheilung des physikalischen Pensums scheint sich zu empfehlen:

Ober III. Physikalische Einleitung. Chemie. (Mineralogie.)

In der Chemie sollen nur die wichtigsten (sechzehn) Grundstoffe, ihre Eigenschaften und Verbindungen betrachtet werden. Die Mineralogie kann auch erst im nächsten Jahre beendigt werden.

Unter II. Wärme. Electricität. Magnetismus.

Ober II. Physik der Materie.

Die Mechanik wird hier experimentell behandelt. Dazu gehört die Akustik. Die Wellenlehre bereitet auf die Optik vor. Das barometrische Höhenmessen und die Tonverhältnisse geben Beispiele zu dem treffenden arithmetischen Pensum.

Unter I. Optik. (Krystallographie.)

Von der Optik sind besonders jene Lehren zu beachten, welche die Anwendung der geometrischen Disciplinen gestatten. Die Krystallographie könnte auch im nächsten Jahre gelehrt werden.

Ober I. Physikalische Geographie.

Diese enthält auch die Meteorologie und das Wichtigste der Geologie. Soll das Pensum nicht auf tellurische Verhältnisse beschränkt bleiben, so wäre Kosmographie anstatt Geographie zu setzen und das Gesammtpensum der Ober I enthielte ausser der Mechanik die mathematische und physikalische Kosmographie.

Mit diesen Vorschlägen scheint eine Vereinfachung und bessere Vertheilung der Lehrpensa erreicht und eine Trennung zusammengehöriger Lehrstoffe vermieden zu sein.

FRISCHAUF, Dr. J., Professor an der Universität zu Graz. Elemente der Geometrie, mit in den Text gedruckten Holzschnitten. Graz bei Leuschner und Lubensky 1870.

Vorstehende Elemente sind von den gewöhnlichen Lehrbüchern sehr verschieden. Sie enthalten die Grundlehren der synthetischen Geometrie, einschliesslich der Trigonometrie, aber ohne die gewöhnliche Trennung von Planimetrie und Stereometrie, welche als unpractisch verworfen wird. „An die Darstellung der Lagenverhältnisse knüpft sich die Betrachtung der einfachsten Gestalten und damit zusammenhängend die Lehre der Congruenz und Symmetrie. An diese, als einfachste Verwandtschaft, reiht sich die Aehnlichkeit und daran, gleichsam als Anwendung, die Trigonometrie. Die Lehren der Gleichheit und der Geometrie des Masses bilden den Schluss des Werkes.“

Was nun zunächst die Vermischung von Planimetrie und Stereometrie anbetrifft, so ist zuzugeben, dass die Scheidung dieser beiden Disciplinen einem durchaus wissenschaftlichen Lehrgange widerstrebt. Aber wer wird einen solchen für Quartaner oder Tertianer unserer

Schulen schreiben wollen? Allenfalls wäre der in Rede stehende geeignet, in der Secunda zur Grundlage des Unterrichts gemacht zu werden, und wäre dann wohl geeignet, eine Repetition der Planimetrie, welche zugleich eine Vervollständigung und Erweiterung des früheren Pensums in sich schlösse, mit der allmäligen Aneignung des stereometrischen Lehrstoffes zu verknüpfen.

„An Reichthum des Inhalts", heisst es in der Vorrede, „dürfte das vorliegende Buch auch von viel umfangreicheren nicht übertroffen werden. Theorien, die nur an und für sich interessant sind, ohne dabei die Einsicht wesentlich zu fördern, blieben ganz unberücksichtigt."

Nun findet sich freilich die Erklärung von Strahlen- und Ebenenbüscheln, aber nirgends etwas von den projectivischen Eigenschaften derselben. Sollten dieselben auch zu den „interessanteren" Partien des Wissens gehören, welche „die Einsicht zu fördern" nicht geeignet sind? In den §§ 166—172 wird über harmonische Linienproportionen gehandelt, aber die Sätze von den harmonischen Strahlen- und Ebenenbüscheln sind ausgelassen. So ist auch ein besonderer Abschnitt (pg. 54, 55, 56) den geometrischen Oertern gewidmet und der ganze Inhalt desselben besteht aus einer allgemeinen Definition, einem einzigen ziemlich untergeordneten Ortssatze und der Lösung der allerdings sehr allgemeinen Aufgabe, ein System von Punkten zu construiren, welches einem gegebenen Systeme von Punkten congruent oder symmetrisch ist.

Auf solche Art ist es allerdings leicht ein Buch zu schreiben, welches auf 159 Seiten ein Conglomerat der verschiedenartigsten Dinge zusammendrängt und an Reichthum des Inhaltes viel umfangreichere Bücher zu überbieten scheint.

Immerhin ist den eigentlich grundlegenden Partien eine gewisse Vollständigkeit und Geschlossenheit des Inhaltes nicht abzustreiten. Auch über Potenzen, Aehnlichkeitspunkte, Pole und Polaren ist alles Nöthige recht angemessen zusammengestellt, desgleichen über die allgemeine Berührungsaufgabe sowohl für die Ebene als für den Raum.

Den Beweisen, resp. den Andeutungen zu den Beweisen fehlt öfters die rechte Uebersichtlichkeit und Klarheit des Ausdruckes. Besonders auffällig nach dieser Seite hin ist die Darstellung der Sätze von Mascheroni und Steiner, welche die Lösbarkeit aller geometrischer Aufgaben entweder blos durch Anwendung von Kreisen oder durch Anwendung blos von Geraden und eines festen Kreises aussagen.

Im Einzelnen dürften folgende Punkte besonders auffallen.

Unter „Strahl" wird gewöhnlich eine von einem Anfangspunkte aus nur nach einer Seite verlaufende Gerade verstanden. Hier ist „Strahl" und „unbegrenzte Gerade" einerlei. Damit hängt die Einführung von „Halbstrahlen" zusammen.

„Der Unterschied der Lage zweier Strahlen oder Halbstrahlen"

wird (pg. 3) ein Winkel genannt. Gleich darauf heisst es: „Die Grösse der Drehung, um den Halbstrahl a in die Lage des Halbstrahles b zu bringen, wird ebenfalls Winkel genannt.“ Das sind zwei durchaus verschiedene Erklärungen für dieselbe Sache, von denen keine aus der anderen folgt. Die erste ist noch dazu nichtssagend, indem nicht erhellt, was unter Unterschied der Lage zweier Strahlen oder Halbstrahlen zu denken sei.

Parallele Gerade sollen solche in einerlei Ebene befindliche Gerade sein, deren Durchschnitt verschwindet (§ 13, pg. 5). Was heisst „verschwindender Durchschnitt?“ Der Satz, dass von einem Punkte ausserhalb einer Geraden nur eine dieser Geraden parallele Gerade existire, wird als Axiom der Parallelentheorie auch von anderen aufgestellt, kann aber hier, wenn die vorhergehende Definition in Betracht gezogen wird, ohne Commentar nicht einmal verstanden werden — er müsste dann heissen: Durch einen Punkt ausserhalb einer gegebenen Geraden existirt nur eine Gerade, deren Durschschnitt mit der gegebenen Geraden verschwindet.

„Gehen zwei Ebenen durch denselben Punkt, so schneiden sie sich in einer durch diesen Punkt gehenden Geraden; ausser dieser Geraden haben die beiden Ebenen keinen Punkt mit einander gemein. Denn die Gerade, welche zwei Punkte des Durchschnittes der beiden Ebenen verbindet, liegt in den beiden Ebenen.“ Dieser Beweis setzt voraus, dass ausser in dem einen Punkte, der nach der Voraussetzung beiden Ebenen gemeinsam ist, mindestens noch ein zweiter ihnen gemeinsamer Punkt existire. Mit welchem Grunde?

„Zwei Winkel in verschiedenen Ebenen, deren Schenkel paarweise parallel sind, sind einander gleich.“ Hier ist denn doch wohl hinzuzusetzen: „oder ergänzen sich zu zweien rechten Winkeln.“ Der betreffende Beweis (§ 28, pg. 9) ist illusorisch, indem er entweder eine ganz andere Erklärung paralleler Linien oder einen nicht bewiesenen Satz voraussetzt.

Zu dem Satze, dass sämmtliche Senkrechte, welche auf einer gegebenen Geraden in einem speciellen Punkte derselben möglich sind, in einer einzigen Ebene enthalten sind, wird (§ 33, pg. 11) folgender Beweis gegeben:

„Sind im Punkte A der Geraden a die Halbstrahlen b_1, b_2, b_3 ... senkrecht, so ist durch zwei derselben, etwa b_1 und b_2, eine Ebene B bestimmt. Da nun die Gerade b_3 gegen die beiden im Punkte A halb begrenzten Theile der Geraden a, also auch gegen die Ebene B einerlei Lage hat, so muss sie in dieselbe hineinfallen, indem sie sonst ebenso gut auf der einen als auf der anderen Seite der Ebene B liegen könnte.“

Man kann zugeben, dass die Gerade b_3 gegen die beiden im Punkte A halbbegrenzten Theile der Geraden a einerlei Lage hat — wie aber daraus folgen soll, dass sie auch gegen die Ebene B einerlei Lage hat, ist dem Referenten wenigstens unerfindlich. Von der Ebene B weiss man ja weiter nichts, als dass sie die Geraden b_1

und b_2 befasst, welche ebenfalls gegen die beiden Theile der Geraden a gleich gelegen sein müssen. Und selbst wenn die Gerade b_3 gegen dieselbe gleiche Lage haben sollte, so wäre das auch so denkbar, dass b_3 senkrecht auf B stände — also auch die letzte Folgerung, dass b_3 nothwendig in B enthalten sein müsse, ist ebensowenig wie die früheren begründet.

Das ebene vollständige Vieleck und das ebene vollständige Vielseit, sowie das vollständige körperliche Vieleck und das vollständige körperliche Vielfache bilden die Grundlage der Theorie sowohl der Polygone als auch der Polyeder — ein Vorgang, der allgemeinere Nachahmung verdient.

Der Begriff der geometrischen Aufgabe wird (pg. 51—54) im Allgemeinen abgehandelt und durch einige specielle Aufgaben, die gelöst sind, erläutert. Doch ist die Anzahl derselben zu beschränkt und nur ein kleiner Theil derjenigen Aufgaben, welche als fundamentale betrachtet werden, befindet sich darunter.

Die Aufgabe, „zu zweien Grössen ein gemeinschaftliches Mass zu finden, im Falle, dass ein solches existirt", ist gründlicher behandelt, als es üblich ist; aber die gleich darauf folgende Erklärung von dem, was unter proportionirten Grössen zu verstehen sei („zwei gleichartige Grössen A und B sind mit zwei gleichartigen Grössen C und D proportionirt, wenn die Verhältnisse $A:B$ und $C:D$ gleich sind oder im Falle der Incommensurabilität zwischen denselben Grenzen enthalten sind") ist total verunglückt, einmal weil sie der nöthigen Klarheit entbehrt und dann weil sie einen noch nicht bewiesenen Satz, nämlich den Satz von der Gleichheit der Quotienten $A:B$ und $C:D$ auch im Falle der Incommensurabilität, zu ihrem richtigen Verständniss voraussetzt.

Der Pythagoreer wird (pg. 68) mit Hülfe der ähnlichen Dreiecke beweisen, in welche das rechtwinklige Dreieck durch ein von der Spitze des rechten Winkels auf die Hypotenuse gefälltes Perpendikel zerfällt. Hierbei sind aber der Begriff eines Rechteckes als eines Linienproductes, der Satz von der Gleichheit der beiden Rechtecke, welche jede Linienproportion ergiebt, und der Satz von der Addition zweier Rechtecke, die eine gemeinsame Seite haben — alles noch nicht vorgekommene Sätze — nicht zu entbehren. Hinterher freilich (pg. 115) wird das Versäumte mit Ausnahme des die Linienproportionen betreffenden Satzes nachgeholt und ausser dem gewöhnlichen Beweise des Pythagoreers auch noch der Satz von Pappus nachgeliefert.

Die Anwendung des Grenzbegriffes auf die Berechnung von Bogenstücken, Flächenräumen und Körpern, insbesondere auch die Kreisberechnung, verdient alles Lob, obgleich nicht alles, was in arithmetischer Hinsicht von den Grenzen gesagt ist, einwendungsfrei sein dürfte. Hinter diesen stereometrischen Untersuchungen kommt die Construction von proportionalen Strecken und Quadratwurzeln, die Construction und Berechnung der regelmässigen Vielecke, die

Berechnung der regelmässigen Polyeder, die Verwandlung und Theilung ebener geradliniger Figuren (pg. 139—148).

Die Anhänge, welche hauptsächlich die schon erwähnten Sätze von Mascheroni und Steiner, sowie die Entwickelung der trigonometrischen Reihen enthalten, wären besser weggeblieben.

Ungeachtet aller Ausstellungen, welche im Einzelnen gemacht werden mussten, enthält das Werk doch auch vieles Gute und kann von befähigten Secundanern und Primanern mit gutem Erfolge zum Selbststudium benutzt werden.

I. ZIEGLER, Gymnasialprofessor in Freising. Ebene und sphärische Trigonometrie in analoger, theils neuer, theils verbesserter Durchführung zum heuristischen Unterrichte. München 1871. J. Lindauer'sche Buchhandlung. VIII u. 44 S. 8.

II. KOPPE, sphärische Trigonometrie für den Schul- und Selbst-Unterricht. Mit zwei Figurentafeln. Essen 1870. G. D. Bädeker. IV u. 39 S. 8.

III. HENRICH, Lehrer der Mathematik und Mineralogie am Realgymnasium in Wiesbaden. Lehrbuch der sphärischen Trigonometrie mit zahlreichen Aufgaben und Anwendungen für Gymnasien, Realschulen und zum Selbstunterrichte. Mit 27 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Wiesbaden 1870. Chr. Limbarth. VIII u. 123 S. in 8.

Die sphärische Trigonometrie ist, zum Theil wohl in Folge ihres Ausschlusses aus dem Gymnasium, bisher in methodischer Beziehung verhältnissmässig vernachlässigt worden, und diese Vernachlässigung hat vielleicht umgekehrt wieder der allgemeinen Einführung dieser Disciplin in den Unterricht hindernd im Wege gestanden. Denn so sehr auch das Bedürfniss einer solchen behufs der fast unentbehrlichen Anwendungen namentlich in der astronomischen Geographie, dann auch schon für stereometrische Aufgaben, empfunden werden mochte, so schien doch dieser Zweck Manchen durch die Anforderungen des Mittels an die sparsam zugemessene Zeit des Unterrichts und an die Arbeitskraft der Schüler zu theuer erkauft, und dies um so mehr, als man wohl vielfach dem theoretischen Cursus der sphärischen Trigonometrie an sich eine geringere geistbildende Kraft zuschrieb, wie manchen anderen Theilen der Elementar-Mathematik. Unter diesen Verhältnissen verdient jeder neue Versuch eines Fortschrittes nach den angedeuteten Richtungen eine eingehende Beachtung und Prüfung, und einen solchen Versuch enthalten, wenn auch in verschiedenem Grade, die drei vorstehend genannten, sonst einander sehr unähnlichen Schriften.

I. Die erste derselben, von Ziegler, ist ohne Zweifel eine vortreffliche Arbeit, welche viel Anregendes und Bahnbrechendes bietet

und von keinem Lehrer oder späteren Bearbeiter des Gegenstandes unberücksichtigt gelassen werden sollte. Dieselbe behandelt gleichzeitig die ebene Trigonometrie, welcher genau die Hälfte des Raumes gewidmet ist; ihre grössere Bedeutung aber gewinnt sie durch die sphärische, welche letztere wir hier auch vorzugsweise ins Auge fassen. Die wichtigsten Eigenthümlichkeiten des auf geringem Raum sehr reichhaltigen Werkchens sind folgende:

1) Die Ableitung der Sätze für die sphärische Trigonometrie ist derjenigen der entsprechenden Sätze für die ebene analog durchgeführt, so dass die Beweise, Anwendungen und oft auch die daran sich anschliessenden Uebungen meist, abgesehen von den nothwendigen Ergänzungen, fast wörtlich übereinstimmen. Der Unterricht in der sphärischen Trigonometrie wird so gleichsam eine Wiederholung der ebenen auf einem neuen Gebiete und unter neuen Gesichtspunkten, und einer der hauptsächlichsten Einwände gegen die allgemeine Einführung dieses Unterrichts wird so zum grossen Theil beseitigt. Diese analoge Behandlung ist dadurch ermöglicht, dass überall die Ableitung durch Construction benutzt ist, und das rechtwinklige sphärische Dreieck nicht blos als einfacherer Fall dem schiefwinkeligen vorausgeschickt wird, sondern als Grundlage für dasselbe dient, indem letzteres zur Ableitung der Fundamental-Formeln in zwei rechtwinkelige zerlegt wird. So sind z. B. auch die Gaussischen und die Neper'schen Gleichungen, statt durch die üblichen, ziemlich weitläufigen und für die Schüler nicht leicht dauernd zu behaltenden analytischen Methoden, mittelst einer ziemlich einfachen Figur und genau analog den entsprechenden Formeln der ebenen Trigonometrie abgeleitet; ebenso die Formeln, welche die Tangenten der halben Winkel durch die Seiten ausdrücken, letztere mittelst des sphärischen Radius des eingeschriebenen Kreises. Der bekannte Nachtheil der Beweise durch Construction, dass die in der Figur nur für einen einzelnen Fall gemachte Ableitung noch des Nachweises ihrer allgemeinen Gültigkeit bedarf, ist nicht unberücksichtigt geblieben, aber bei der ausserordentlich knappen, überall nur andeutenden Darstellungsweise des Buches auch nur durch kurze Anmerkungen erledigt worden. Analytische Ableitungen der Sätze sind meist unter den „Uebungen" angeführt. Mehr äusserlicher Natur, doch auch erwähnenswerth, ist, dass der Verfasser sogar dieselben Figuren zur Ableitung der analogen Sätze der beiden Trigonometrien benutzt, wobei freilich die geraden Linien durch die Phantasie in Bögen grösster Kreise zu verwandeln sind, und dass auch bei der Numerirung der Formeln die Analogie berücksichtigt ist. (Die entsprechenden Nummern differiren stets um 10.) Eine angehängte Tabelle giebt die wichtigsten Gleichungen in schwarzer und rother Schrift, derart, dass die schwarzen Formeln für das ebene Dreieck sich durch Hinzufügung der rothen Zusätze in diejenigen für das sphärische verwandeln.

2) Bei dem rechtwinkeligen Dreieck ist demselben ein „Com-

plementar-Dreieck" (Complementar-Dreikant), dessen Winkel 90^0, C, 90^0-c, und dessen Seiten bezüglich 90^0-b, 90^0-B, 90^0-a sind, hinzugefügt, wodurch die Ableitung der Formeln vereinfacht, diese im Wesentlichen auf nur zwei Fundamental-Formeln zurückgeführt werden, und das Behalten derselben und ihrer Ableitung, mit Beseitigung der mechanischen, hierdurch in ein Theorem veränderten Neper'schen Regel erleichtert wird.

3) Durch die Einführung des „Aussendreiecks", welches das ursprüngliche zur halben Sphäre ergänzt, wird für die Gaussischen Formeln die Regel begründet: „mit der Aenderung eines Zeichens müssen die Functionen für's andere Alphabet geändert werden." Durch diese Regel werden jene vier Gleichungen auf eine einzige zurückgeführt.

4) Die gewöhnlich in die logarithmisch nicht bequemen Grundformeln eingeführten Hülfswinkel werden durch die Zerlegung des Dreiecks in zwei rechtwinkelige geometrisch dargestellt, und jene Formeln werden hierdurch für die Anwendung auf numerische Beispiele entbehrlich.

Ref. übergeht eine nicht geringe Anzahl anderweiter Neuerungen und Verbesserungen im Einzelnen, indem er das Werkchen auch nach dieser Seite der Beachtung der Collegen angelegentlich empfiehlt, und erwähnt nur noch die den einzelnen Sätzen beigegebenen „Uebungen", welche weitere Ausführungen, Ableitung interessanter Gleichungen, u. dgl. enthalten. Unter dem Titel „Aufgaben aus der Vermessungskunde" sind zum Schluss der beiden Abtheilungen des Buches die wichtigsten allgemeinen Grundsätze der Messungen und Berechnungen, nebst einigen, meist der praktischen Geometrie (Geodäsie) entnommenen Aufgaben zusammengestellt.

Wir werden im Folgenden Gelegenheit finden, auf Einzelnes in dem Ziegler'schen Werke zurückzukommen; zunächst sieht sich Ref. noch genöthigt, nach einer Richtung hin sich nicht mit demselben einverstanden zu erklären, zumal der Verfasser gerade nach dieser Seite ein Urtheil durch den Schluss seiner Vorrede selbst verlangt. Nachdem derselbe durch die Bemerkung, dass über die Brauchbarkeit eines Buches zum Unterricht nur der Versuch einer Benützung vollgültig entscheiden könne, die Kritik in dieser Beziehung gewissermassen gelähmt hat, fällt er gleich darauf selbst das Urtheil dahin, dass, wer den Versuch mache, nach der von ihm hier und in seiner Geometrie eingehaltenen, für Lehrer und Schüler wohhlthätigen Methode zu lehren, kaum mehr davon abgehen werde; er will die Anerkennung seines Büchleins als einer geeigneten Grundlage für einen künftigen mathematischen Lehrplan und fordert jene Collegen, welche eine bessere Grundlage anzugeben wissen, auf, ihre Ansicht auszusprechen.

Es liegt mir fern, dem gegenüber irgendwie in Zweifel stellen zu wollen, dass das Werkchen, namentlich in der Hand eines geschickten Lehrers, als geeignete Grundlage für den Unterricht dienen

könne, wenn gleich mir scheint, als ob der Verf. durch die so sehr abgekürzte Behandlungsweise etwas hohe Ansprüche an die durchschnittliche Begabung seiner Schüler stelle*); dass dasselbe manchen dankenswerthen Beitrag zur Methode im Einzelnen enthalte, ist bereits im Früheren hervorgehoben worden. Aber bei aller Anerkennung im Einzelnen muss doch jener bestimmten Aufforderung des geschätzten Verfassers gegenüber hier bemerkt werden, dass, was allgemeine Methodik betrifft, die genetisch entwickelnde Unterrichtsmethode Manchen als eine ungleich geeignetere Grundlage erscheinen wird, wie die heuristische des Verfassers. Diese Heuristik besteht, um mit den eigenen Worten des letzteren zu reden, darin, „dass dem Schüler der Satz und die Beweismittel angegeben werden, und derselbe die Ausführung zu suchen hat." Dabei erscheinen aber die oft an sich recht scharfsinnigen Beweise nicht selten als Kunstwerke*), deren Hülfsmittel sich der Schüler wird gedächtnissmässig einprägen müssen. Warum gerade diese oder jene Hülfslinie gezogen werde, wird ihm erst aus dem Erfolg ersichtlich; sie entwickeln sich für ihn nicht als nächstliegende Folgerungen aus den Anforderungen des als Aufgabe hingestellten Lehrsatzes. Aehnliches gilt hier und da über die Aneinanderreihung der einzelnen Sätze. Darin, dass der Unterricht die Schüler zum Studiren und nicht zum Memoriren anhalten solle, wird wohl jeder dem Verfasser im Wesentlichen beistimmen; man kann aber noch einen Schritt weiter gehen, als dieser und, ohne deshalb „dem Schüler zuzumuthen, dass er Alles finde," die einzelnen Sätze und ihre Beweise nach ihrem inneren Zusammenhang zu ordnen und aus einander zu entwickeln und so den Schülern nicht blos die Beweise, sondern das Beweisen, nicht nur die Sätze, sondern auch das Auffinden der Sätze zu lehren suchen. In der Trigonometrie ergiebt sich eine derartige Behandlungsweise zum Theil ganz von selbst durch die Natur des Gegenstandes; zum Princip ist sie in dem Ziegler'schen Werkchen nicht erhoben. Ref. weiss sehr wohl, dass dies in den Augen mancher Lehrer, welche die genetische Unterrichts-Methode nicht als die vorzüglichere anerkennen, kein Vorwurf gegen dasselbe sein wird; seine Absicht ist nur, den erklärten Ansprüchen des Verfassers gegenüber der entgegenstehenden Ansicht ihr Recht zu wahren.*)

II. Der kurzen Darstellungsweise des eben besprochenen Werkchens entgegengesetzt ist das auch für den Selbstunterricht bestimmte von Koppe eins der ausführlichsten Schulbücher über sphärische Trigonometrie. Dasselbe schliesst sich den bekannten übrigen Lehrbüchern desselben Verfassers an und ist, wie die häufigen Berufungen auf Paragraphen der letzteren zeigen, als Fortsetzung und Ergänzung derselben anzusehen. Auch dadurch unterscheidet es sich von dem vorigen wesentlich, dass es in dem eigentlichen Lehrgang den bis-

*) Ganz einverstanden! D. Red.

her gewöhnlichen Weg verfolgt, ohne eben Neues zu bieten. Die einzelnen Formeln sind in synthetischer Form als Lehrsätze aufgestellt, denen dann die überall vollständig ausgeführten Beweise folgen. Auch hier ist überall das sphärische Dreieck mit dem ebenen verglichen, und die Formeln des ersteren werden mit eingehender Sorgfalt auf die des letzteren (in dem eigentlichen Text beigegebenen Anmerkungen) bezogen; diese Beziehung ist die gewöhnliche, bei welcher der Radius als unendlich gross angenommen wird, während bei Ziegler (der diese letztere auch erwähnt) die entsprechenden Gleichungen als coordinirte Lehrsätze aus einer gleichartigen Beweisführung erwuchsen. Seinen Werth erhält das Werkchen namentlich durch die eingestreuten anregenden Ausführungen und Bezugnahmen auf andere Gebiete. Den einzelnen Lehrsätzen zur Einübung und Anwendung derselben, wie bei Ziegler, beigegebene Uebungen finden wir freilich nicht; es sind die Anwendungen auf Stereometrie und Astronomie, welche jener später erscheinenden besonderen Lehrbüchern dieser Disciplinen vorbehält, die hier in eingehender und anregender Weise behandelt sind, und durch welche der Verfasser zu dem von ihm angestrebten Zweck, die sphärische Trigonometrie als fruchtbringendes Bildungsmittel zu verwerthen, gewiss einen ganz schätzenswerthen Beitrag geliefert hat. So wird bei dem rechtwinkeligen Dreieck ausser der Auflösung des gleichschenkeligen und solcher Dreiecke, in welchen die Summe zweier Seiten gleich 180^0, oder in welchen eine Seite ein Quadrant ist (die, wie zu erwarten, sich auch bei Ziegler finden), auch die regelmässige Ecke, entsprechend den reg. Polygonen der Ebene, behandelt und ihre Berechnung ausführlich auf die reg. Polyeder angewendet. Ausserdem sind vier Aufgaben für das rechtwinkelige und acht für das allgemeine Dreieck, meist die Fundamental-Aufgaben der astronomischen Geographie betreffend, durchgeführt worden. Sonstiges Uebungsmaterial fehlt; auch sind (ebenso, wie bei Ziegler) keine Zahlenbeispiele zu den Fundamental-Aufgaben beigegeben.

III. Als minder empfehlenswerth, wenngleich äusserlich am umfangreichsten unter den am Eingang genannten Werken, erscheint Ref. das von Henrich. Abgesehen von den mehr äusserlichen Ausstellungen an der Form und Behandlungsweise, welche bereits bei Besprechung der ebenen Trigonometrie desselben Verfassers Bd. I d. Zeitschr. S. 510 erwähnt wurden, lässt sich der eigentliche Lehrgang desselben vielfach anfechten. Zunächst ist nicht recht einzusehen, wozu die zum Beginn mitgetheilten sechs Lehrsätze aus der Stereometrie dienen sollen, da dieselben nicht hinreichen, den etwaigen Mangel eines Cursus der Stereometrie zu ersetzen und da, wo ein solcher, wie wohl an sich zu erwarten, vorausgegangen ist, als Wiederholungen von Bekanntem überflüssig sind. Sodann ist es für den Schulunterricht schwerlich zweckmässig, das allgemeine Dreieck voran zu stellen und später das rechtwinkelige als besonderen Fall des ersteren zu behandeln. Die an die Spitze gestellte

weitläufige Ableitung des Satzes $\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$ aus einem mit zwei Berührungslinien der Dreieckseiten construirten ebenen Dreiecke hat vor der kürzeren, bei welcher zwei Neigungswinkel der Ecke zugleich construirt werden, und welche sich ausgedehnter benutzen lässt, Nichts voraus; dass sie ebenfalls nicht allgemein ist, scheint dem Verfasser entgangen zu sein; sie ist nur unter der stillschweigenden Voraussetzung geführt, dass zwei Seiten b, c kleiner als 90^0 sind (nicht, wie der Verf. sagt, dass die Seiten $< 180^0$ seien), und der Nachweis der allgemeinen Gültigkeit ist — trotz aller sonstigen Weitläufigkeit des Buches — nirgends gegeben. Alle übrigen Gleichungen werden aus den drei Formen jener Grundformel auf rein analytischem Wege (oder durch das Polardreieck) abgeleitet, der Sinussatz z. B. mittelst der Gleichungen, welche die Sinus und Cosinus der halben Winkel durch die Seiten ausdrücken, indem aus diesen die Sinus der ganzen Winkel hergeleitet und durch Combination derselben die genannte Formel gefunden wird. Von den anschaulicheren Beweisen auf construirendem Wege ist nicht einmal anmerkungsweise die Rede. Die den einzelnen Fundamental-Aufgaben beigegebenen ausgeführten Zahlenbeispiele (je eins) zeigen, wie ein praktischer Rechner seine Rechnungen nicht schreiben soll. In den ausserdem noch hinzugefügten je 5—6 Zahlenbeispielen (ohne Resultate) finden sich auch diejenigen für das rechtwinkelige Dreieck, ehe die einfacheren Formeln für dieses entwickelt sind. Wenigstens nicht consequent ist, dass für die Inhaltsberechnung die Beispiele fehlen. Die Umgestaltung der Formeln für die Tangenten der halben Winkel aus den drei Seiten, durch welche dieselben für die gleichzeitige Berechnung der drei Winkel erst ihren vollen Werth erhalten, fehlt; dasselbe gilt bei der Berechnung der Seiten aus den Winkeln. Bei der Auflösung des Dreiecks aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel werden zwei Neper'sche Analogien zur Bestimmung der fehlenden Winkel angewendet und soll dann die dritte Seite durch den Sinussatz berechnet werden. Besser ist offenbar die Anwendung der 4 Gaussischen Gleichungen zur gleichzeitigen Bestimmung aller drei Stücke; man erhält dann mit sechsmaligem Aufschlagen der Tafel diese sämmtlich durch Tangenten, also immer scharf bestimmt, und hat ausserdem eine leichte Probe durch Aufschlagen des Sinus oder Cosinus der gesuchten Seite, während man nach dem von Henrich befolgten Verfahren zur Bestimmung der Winkel allein ein fünfmaliges, und dann noch für die Seite ein dreimaliges Aufschlagen nöthig hat, und doch nur die nicht immer scharfe Bestimmung durch den Sinus erhält, bei welcher ausserdem noch der an sich unzweideutige Fall scheinbar zweideutig wird. Die Behauptung des Verfassers, dass man die fehlende Seite durch den Sinussatz „am schnellsten" berechne, dürfte hiernach nicht begründet sein. Das ausserdem angegebene Verfahren, den § 3 (für die Berechnung der Seiten aus den bekannten 3 Winkeln) anzuwenden, ist enschieden

unpraktisch. — Entsprechende Bemerkungen gelten natürlich für den polaren Fall von zwei Winkeln und der eingeschlossenen Seite. In den beiden noch übrigen Aufgaben bestimmt der Verf. nur den zweiten der gegenüberliegenden Winkel, resp. die gegenüberliegende Seite; von den übrigen gesuchten Stücken ist keine Rede. Hier hätte wohl die Anwendung der Neper'schen Analogien zur Bestimmung der letzteren erwähnt werden sollen, zumal da durch das eine gesuchte Stück der Fall keineswegs auf einen früheren zurückgeführt ist.

Trotz aller dieser Ausstellungen hat jedoch auch das vorliegende Werkchen einen gewissen Werth; es gewinnt denselben durch das verhältnissmässig reichhaltige Uebungsmaterial, welches ihm beigegeben ist. In dieser Beziehung ist namentlich hervorzuheben, dass der Verfasser das gewöhnliche Gebiet der Anwendungen im Schulunterricht durch Heranziehen der Grundlehren der Krystallographie (Zonenberechnungen) zu erweitern gesucht hat, ein Abschnitt, dem er mehr als $^1/_3$ seines ganzen Werkes widmet. Auf unseren Gymnasien bricht der naturgeschichtliche Unterricht schon in Tertia ab; eine Anknüpfung an denselben in den oberen Classen ist desshalb gewiss ein dankenswerther Beitrag zur Concentration des Unterrichts — vorausgesetzt, dass man die Zeit dazu erübrigen kann. Diese Voraussetzung dürfte jedoch die Klippe sein, an welcher eine allgemeinere Einführung dieses Gegenstandes in den Unterricht in der von dem Verfasser befolgten ausgedehnten Weise scheitern wird.

Ausserdem enthält das Werk, abgesehen von den 28 Zahlenbeispielen (worunter 6 ausgeführte), in § 7 einige abgeleitete Gleichungen zwischen den Stücken des Dreiecks und eine Gruppe von 16 Aufgaben, in welchen sich Summen oder Differenzen von Seiten oder Winkeln unter den Bestimmungsstücken befinden, ferner in § 10 acht ausgeführte Aufgaben aus der Stereometrie und praktischen Geometrie und sieben nicht ausgeführte, meist über Tetraeder-Berechnung — § 12 enthält acht leichtere astronomische Aufgaben in vollständiger Ausführung, bei denen Ref. jedoch kein rechtes Princip der Auswahl erkennen konnte und einzelne wichtigere Aufgaben vermisste, wie z. B. die Verwandlung der ekliptischen Coordinaten in die äquatorialen und umgekehrt, während andere nur für specielle Fälle gestellt sind und die 6. Aufgabe (Bestimmung der geographischen Breite als arithmetisches Mittel der Höhen eines Circumpolarsterns in den beiden Culminationen) gar keine Trigonometrie erfordert. Ein Anhang liefert zum Schluss noch 23 Aufgaben zu den verschiedenen bisher behandelten Gebieten der Anwendung, von denen der Verfasser selbst bemerkt, dass „einige auch mit ebener Trigonometrie gelöst werden können." Richtiger wäre wohl, dass einige nur mit ebener Trigonometrie gelöst werden sollten, oder z. B. von Nr. 5 und 13, dass absolut nicht einzusehen ist, was dieselben in einem Lehrbuch der phärischen Trigonometrie zu thun haben; die 5. Aufgabe ist überhaupt keine trigonometrische.

Hamm. Dr. Reidt.

Duda, Th., (Gymnasiallehrer in Brieg.) Versuch einer naturgemässen Entwickelung der Aehnlichkeitslehre. Brieg 1869. Verl. v. Adolf Bänder. 20 S. in 8.

Die etwas verspätete Besprechung dieses Schriftchens wird durch die methodische Bedeutung der von demselben behandelten Frage gerechtfertigt erscheinen.

Die gebräuchliche Erklärung der Aehnlichkeit (Euklid) leidet nach dem Verfasser daran, dass sie das Zusammenbestehen von Eigenschaften als zugestanden betrachtet, deren Vereinbarkeit erst nachzuweisen ist; sie verdient, auch wenn man diesen Fehler durch allmählige Entwickelung des Begriffs in stufenmässigem Aufsteigen vermeidet, den Vorwurf der Künstlichkeit, da sie nicht in ausreichender Weise an den im alltäglichen Leben geläufigen Begriff der Aehnlichkeit anknüpft, endlich passt sie nur auf geradlinige Figuren in der Ebene. Den letzteren Einwand beseitigt die von Tellkampf an die Spitze gestellte Definition, welche diejenigen Raumgebilde ähnlich nennt, die sich in eine solche gegenseitige Lage bringen lassen, dass die von einem gewissen Punkte ausgehenden Strahlen durch ihren Umfang verhältnissgleich geschnitten werden; aber den Vorwurf der Künstlichkeit, und dass in ihr als Erklärung vorausgeschickt werde, was vielmehr als Lehrsatz zu beweisen ist, kann der Verfasser auch dieser Definition nicht ersparen. Die gerügten Mängel sollen nun beseitigt werden durch die Erklärung: „Aehnliche Figuren heissen diejenigen, welche sich in eine solche Lage gegen einander bringen lassen, dass sie von einem gewissen Punkte aus gesehen einander decken, und dass die bezüglichen Verbindungsstrecken beliebiger sich deckenden Punktpaare einander parallel sind.“ Der Verfasser zeigt dann eingehender, wie sich hiernach die Einführung in die Aehnlichkeitslehre gestalte, und wie dieselbe in Beziehung zu der Congruenz trete, und fügt als Anhang noch einige mit dem Vorigen nicht zusammenhängende Entwickelungen über die Flächen des Dreiecks und des Sehnenvierecks hinzu.

Wir glauben nicht, dass mit der Annahme der vorgeschlagenen Definition alle Schwierigkeiten gehoben sind; dieselbe ist zwar allgemein anwendbar und lässt sich, wie der Verfasser eingehender zeigt, leicht an den alltäglichen Begriff von Aehnlichkeit anschliessen, dagegen dürfte sie doch wohl mehr als die von Tellkampf gebrauchte die Möglichkeit eines Zusammenbestehens von Eigenschaften voraussetzen, welches erst zu beweisen wäre. Dass man beliebig viele Strahlen eines Strahlensystems in gleichen Verhältnissen schneiden und die Theilpunkte in entsprechender Weise verbunden denken könne, dass also ähnliche Figuren nach Tellkampf möglich sind, ist mindestens nicht schwerer einzusehen, als dass bei derselben perspectivischen Lage der Figuren die Verbindungslinien je zweier Punkte den homologen gleichzeitig parallel sein können. — Immerhin aber ist das Schriftchen ein der Beachtung nicht unwerther Beitrag zur Methodik der Aehnlichkeitslehre.

In Sachen der sphärischen Trigonometrie v. Roese.

Infolge der gedrängten Recension dieses Schulbuchs durch Dr. Wiegand (Bd. I. Heft 4. S. 332) übersandte uns Hr. Mathematikus Roese in Wismar folgenden „offenen Brief“ an Hrn. Dr. Wiegand in Halle mit der Bitte*) um Abdruck desselben in die Zeitschrift. Wir willfahren diesem Gesuch, nicht um etwa einer unerquicklichen Zänkerei Vorschub zu leisten, sondern um dem Leserkreise der Zeitschrift diese Angelegenheit zu eigener Beurtheilung vorzulegen und um uns nicht den Vorwurf der Parteilichkeit zuzuziehen. Ausserdem haben wir eine zweite, ausführlichere und wie wir glauben unparteiische Recension des fraglichen Buchs von einem andern Mitarbeiter veranlasst, welche auf die Recension des Dr. W. Rücksicht nimmt. Herr Dr. Wiegand selbst aber hat überhaupt die Kenntnissnahme von diesem Briefe, sowie eine Entgegnung auf denselben abgelehnt.

Wismar, December 1870.

Herrn Direktor Dr. Wiegand, Halle a/S.

Ew. Hochwohlgeboren haben in Nr. 4 Seite 332 der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht meine im Jahre 1866 gedruckte und Neujahr 1867 erschienene sphärische Trigonometrie besprochen. Unbefangene Leser jener Zeitschrift werden sich gefragt haben, wozu eine Arbeit besprechen, die vor beinahe vier Jahren erschienen**) und nach dem Urtheile des Recensenten durchaus nicht empfehlenswerth ist? Wären mehrere seit jener Zeit erschienene Bücher über sphärische Trigonometrie erwähnt resp. besprochen, so würde auch die Recension dieses kleinen Schriftchens nicht auffallen. Ein Kritiker hat freilich das Recht, sich nach seinem Wohlgefallen ein Object für sein Lob oder seinen Tadel auszuwählen, doch wozu so spät das Todesurtheil aussprechen und in einer Weise, die für den mit der Schrift bekannten Leser durchaus nicht überzeugend ist. Ich glaube recht gern, dass sich nicht jeder mit dem eingeschlagenen Entwickelungsgange befreunden wird, hängt doch die grosse Mehrzahl der Lehrer der Mathematik noch zu fest am Euklyd und der

---

*) Der Brief des Hrn. Roese lautet;

Wismar, den 9. December 1870.

Geehrtester Herr!

Umstehenden offnen Brief an Herrn Direktor Dr. Wiegand in Halle bitte ich in die Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht zufzunehmen, damit er in denselben Kreisen bekannt werde, in welche seine Recension über meine sphärische Trigonometrie gelangt ist.

Hochachtungsvoll

F. Roese,
Mathematikus an der mit dem
Gymnasium verbundenen Realschule
(Grosse Stadtschule).

**) Anm. d. Red. Eine ältere Arbeit zu besprechen ist an sich nicht unstatthaft. Im Gegentheil wäre es nach der Ansicht des Herausgebers richtiger, alle neuen Schulbücher erst nach längerem Gebrauch beim Unterricht zu besprechen. Uebrigens kam das Buch als Recensionsexemplar am 15. Jan. 1870 in die Hände der Redaction, mit der Bitte der Verlagshandlung, es zu besprechen, wurde am 13. Febr. an Dr. Wiegandt gesandt und kam mit Brockmanns Trig. rezensirt am 27. Febr. 1870 zurück, wurde aber wegen Mangel an Raum bis zum 4. Heft zurückgelegt.

Euklydischen*) Behandlungsart der Mathematik, und besteht doch selbst zwischen Snell und Grunert noch kein Einverständniss über diesen Gegenstand. Ihnen will mein „Lehrgang nicht recht systematisch erscheinen, weil der Grundsatz vom Leichtern zum Schwereren überzugehen nicht festgehalten wird.“ Meine Schrift macht indessen darauf auch keinen Anspruch, das Systematische in ihr ist die zusammenhängende Betrachtung dessen, was seiner innern Natur nach zusammengehört. Schüler, welche sich an das Studium der sphärischen Trigonometrie wagen, (in den Lehrplan ist sie noch nicht allgemein aufgenommen) müssen so weit sein, dass ihnen die Stereometrie und die ebene Trigonometrie keinerlei Schwierigkeiten mehr darbieten, und dann, behaupte ich, ist ihnen in meiner Schrift alles gleich leicht. Seit acht Jahren habe ich in meinem jetzigen Wirkungskreise diesen Lehrgang befolgt und bei meinen Schülern niemals ein Staunen bemerkt über die Irrfahrten ihres Lehrers, vielmehr habe ich immer eingesehen, dass diese Behandlungsart von ihnen vollständig begriffen war, denn sie konnten den Gang ohne Mühe auf die ebene Trigonometrie übertragen. In der ebenen Trigonometrie ist das rechtwinklige Dreieck von besonderer Bedeutung, das Adelsdiplom aber des rechtwinkligen sphärischen Dreiecks ist erloschen.

Sollte meine Arbeit eine zweite Auflage erleben, was Sie wol nicht werden hindern können, so wird freilich Manches geändert werden, namentlich werden dann die im Pädagogischen Jahresberichte von 1868 gegebenen Winke berücksichtigt werden, allein zu der vielleicht von Ihnen erwarteten Aenderung des Lehrganges werde ich mich nicht entschliessen können.

Uebrigens danke ich Ihnen, dass Sie meiner Schrift Ihre Aufmerksamkeit so weit geschenkt haben, dass sie überhaupt von Ihnen, dem rühmlich bekannten mathematischen Schriftsteller, besprochen worden ist.

Mit gebührender Hochachtung

Ferdinand Roese.

Roeses sphärische Trigonometrie (beurtheilt von Dr. Reidt.)

Die kurze Recension des Roese'schen Werkes von Wiegand ist nach meiner Ansicht durchweg begründet. Von einer Schrift, welche ein speciell ausgewähltes Lehrfach, zugleich mit der ausgesprochenen Tendenz behandelt, zur allgemeinen Einführung desselben in den Schulunterricht beizutragen, erwartet man nach irgend einer Richtung eine entschiedene wissenschaftliche oder methodische Weiterbildung des Gegenstandes. Von beidem ist hier, wie mir wenigstens scheint, eher das Gegentheil zu finden. Zur Begründung dieses Urtheils gehe ich zunächst das Werkchen im Einzelnen durch.

Als Grundlage des Ganzen dient die Formel cos A aus den drei Seiten, ähnlich wie in dem von mir besprochenen Werke von Henrich. Dass die Ableitung derselben mittelst eines aus einem Neigungswinkel enthaltenden ebenen Dreiecks analytisch weitläufiger und geometrisch weniger anschaulich ist, als die bekannte, welche zwei Neigungswinkel benutzt und gleichzeitig zur geometrischen Ableitung der anderen Fundamentalformeln gebraucht werden kann, habe ich am genannten Orte bereits bemerkt. Der Beweis ihrer allgemeinen Gültigkeit ist hier zwar versueht, aber wenn der Verf. einmal die specielle Behandlung des rechtw. Dreiecks principiell ausschliesst, so hätte er sich bei diesem Beweise nicht auf die von ihm

*) Der Verf. schreibt Euklyd.

erwähnten Fälle beschränken dürfen, und dies um so mehr, als seine Construction für den Fall, dass eine der Seiten b oder c gleich 90^0 ist, überhaupt unmöglich wird. Aus der genannten Formel werden nun auf die bekannte Weise diejenigen für die Functionen der halben und für die Sinus der ganzen Winkel abgeleitet, wobei die Abkürzung $a+b+c=2s$ nicht benutzt ist; dass sich aber die Formeln für die Tangenten der halben Winkel mittelst des Werthes von $\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin s}}$ auf eine zur gleichzeitigen Berechnung der drei Winkel sehr bequeme Form bringen lassen, scheint dem Verf. nicht bekannt gewesen zu sein, wenigstens führt er diese Umformung nicht an, benutzt auch die gedachten Formeln praktisch gar nicht, sondern bedient sich derjenigen für die Sinus der ganzen Winkel. Abgesehen davon, dass jeder praktische Rechner die Bestimmung durch Sinus schon deshalb möglichst vermeidet, weil dieselbe nicht immer sichere Resultate liefert, ist dies Verfahren aus folgenden Gründen entschieden zu verwerfen: 1) schlägt der Verf. drei Functionen mehr auf, als nöthig, hat eine weitläufigere Rechnung und gewinnt dadurch nur an Ungenauigkeit der Resultate. In der That sind die Resultate seines Zahlenbeispiels, verglichen mit denjenigen, welche die einfachere Methode liefert, in den Zehntelsecunden ungenau. 2) Hat er die Zweideutigkeit der Bestimmung durch den Sinus zu berücksichtigen, wobei er — was allerdings nicht Euclidisch ist — auf eine spätere Stelle seines Buches verweist.

Nachdem so der eine der 6 Fälle des allg. Dreiecks behandelt und dabei aus den für die Sinus gewonnenen Ausdrücken der Sinussatz analystisch abgeleitet ist, wird nun der eingeschlagene Lehrgang unterbrochen, um zunächst die Gaussischen Formeln und die Neperschen Analogien aus den bisherigen Gleichungen abzuleiten. Dass diese Ableitung weitläufiger ist, als nöthig, ist bereits von Wiegand angedeutet worden. Sie beansprucht, zugleich in Folge der dem Schüler Nichts überlassenden ausführlichen Darstellungsweise des Verfassers, nicht weniger als volle 4 Seiten, während z. B. der doch gewiss auch ausführliche Koppe dieselbe auf einer einzigen Seite nur wenig grösseren Formats bewältigt. — Es werden nun der Reihe nach die 5 übrigen Fälle des allg. Dreiecks behandelt. Die 4 zunächst folgenden sind auf bekannte Weise ausschliesslich durch Neper'sche und Gaussische Gleichungen gelöst; die theoretisch richtigen Methoden lassen sich hier und da für die Praxis noch etwas verbessern, doch will ich hierauf kein besonderes Gewicht legen. Dagegen ist die Auseinandersetzung für die zweideutigen Fälle S. 19 wieder nicht geglückt. Nachdem nämlich der Verf. aus der Gaussischen Formel $\sin\frac{1}{2}(A-B):\cos\frac{1}{2}C=\sin\frac{1}{2}(a-b):\sin\frac{1}{2}c$ die stereometrischen Sätze hergeleitet hat, dass gleichen Seiten eines sphär. Dreiecks gleiche, der grösseren Seite ein grösserer Winkel gegenüberliege und umgekehrt, folgert er weiter: Ist demnach 1. $a+b>180^0$ und $a>b$, so wird auch $A>B$ und $B\gtrless 90^0$,

ist $a = b$, so wird auch $A = B$ und $B > 90^0$, u. s. w. Offenbar fehlt vorher eine Hälfte des Gedankengangs, nämlich der Satz, dass $a + b$ gleichzeitig mit $A + B$ kleiner, ebenso gross oder grösser als 180^0 sein müsse, welchen der Verf. nach seiner Art aus der anderen Gaussischen Formel $\cos\frac{1}{2}(A+B) : \sin\frac{1}{2}C = \cos\frac{1}{2}(a+b) : \cos\frac{1}{2}c$ hätte herleiten müssen. — Die Behandlung der 6. Aufgabe endlich, aus den 3 Winkeln die Seiten zu berechnen, scheint mir völlig verfehlt. Da die bisher entwickelten Formeln des Verf. nicht zu ihrer Lösung hinreichen, so sucht er zunächst aus zwei Neperschen Analogien durch eine 2 Seiten lange analytische Entwickelung die Formel $\sin\frac{1}{2}c = \sqrt{\frac{\cos\frac{1}{2}(A+B+C).\cos\frac{1}{2}(A+B-C)}{-\sin A.\sin B}}$ und schreibt dann vor, nach Berechnung von c die Werthe von a und b durch die Gaussischen Formeln zu suchen. Dass dieser Fall dem zuerst behandelten polar ist, dass sich mithin die damals entwickelten Formeln sämmtlich mit wenigen Worten für den neuen Fall umgestalten lassen, und dass dann der Gebrauch der (vereinfachten) Gleichungen für die Tangenten oder Cotangenten auf eine auch praktisch viel bequemere und sicherere Methode führt, ist nirgends erwähnt, wie denn überhaupt das Polardreieck in dem ganzen Buche nicht genannt ist. Im vorliegenden Fall hat man nach der Anleitung des Verfassers an 9 statt an 7 Stellen der Tafel aufzuschlagen und gewinnt nur die nicht unter allen Umständen hinreichend sichere Bestimmung durch die Sinus*).

Es folgen noch die Berechnung des Flächeninhaltes aus den Winkeln (die Bestimmung des sphär. Excesses aus den Seiten ist nicht angegeben) und 100 Aufgaben, die an sich, wie alles Uebungsmaterial, ganz dankenswerth, von denen aber 70 reine Zahlenbeispiele sind, während die 30 eingekleideten im Wesentlichen nur zwei Gedankenkreisen, nämlich dem Dreieck zwischen zwei Orten der Erdoberfläche und dem Pol aus dem Dreieck Stern-Pol-Zenith entnommen sind. Zwei Tafeln zur Verwandlung von Bogen in Zeit und umgekehrt ersparen schliesslich dem Schüler die Division und Multiplication mit 15.

Das rechtwinkelige Dreieck ist, wie man sieht, nicht nur nicht an die Spitze gestellt, sondern gar nicht, auch nicht als specieller Fall des allgemeinen behandelt; auch die logarithmisch nicht bequemen Fundamentalformeln für das letztere, welche in der Anwendung zu den einfacheren Formeln für das rechtwinkelige führen würden, fehlen

---

*) Anm. Gleich in dem eigenen Zahlenbeispiel des Verf. ist die von ihm gezogene Folgerung: $\frac{1}{2}(a+b) = \text{arc}\,[\log\sin = 0{,}0000000] = 90^0$ nicht streng zulässig, denn Nichts berechtigt ihn, aus den für seine 7 Decimalen noch bleibenden Möglichkeiten von $89^0\ 58'\ 30''$ bis 90^0 (resp. $90^0\ 1'\ 30''$) gerade den bequemen Werth 90^0 auszuwählen, wenn er nicht etwa (wovon aber Nichts da steht) diese Folgerung aus dem zufälligen Umstande ableiten will, dass hier $A + B = 180^0$ ist, was aber für ein als allgemeine Richtschnur dienendes Beispiel nicht empfehlenswerth sein würde.

zum Theil. Diese gänzliche Vernachlässigung des rechtw. Dreiecks muss unbedingt als ein Fehler bezeichnet werden, denn wer ein rechtw. Dreieck z. B. mit den Neperschen Analogien oder den Gaussischen Gleichungen auflöst, begeht theoretisch eine Weitläufigkeit und praktisch eine Ungenauigkeit. Insbesondere aber muss es bei den verschiedenen interessanten Anwendungen, welche auch das rechtw. sphär. Dreieck bietet, als falsch erscheinen, wenn dem Schüler zu ihrer Bewältigung eine grössere, rein mechanische Arbeitslast aufgebürdet wird, als nöthig ist. Ich möchte den Verf. bitten, beispielsweise einmal die Aufgabe: „Aus der Schiefe ε der Ekliptik und der Länge l der Sonne die Rectascension r der letzteren zu berechnen“, statt mittelst der einfachen Formel $\tang r = \tang l . \cos \varepsilon$, nach seiner Anweisung zu lösen, und dann die hübschen Folgerungen und Anwendungen zu machen, wie sie z. B. Koppe zu der genannten Aufgabe gerade aus dieser Formel ableitet. — Dass übrigens dem rechtw. sphärischen Dreieck für die Berechnung des allgemeinen dieselbe fundamentale Bedeutung beigelegt werden kann, wie in der ebenen Trigonometrie, wird der Verf. z. B. aus der später erschienenen Schrift von Ziegler ersehen können.

Eine zweite Eigenheit des Roese'schen Werkchens, welche schon angedeutet wurde, ist, dass dasselbe nur die zur numerischen Bestimmung der gesuchten Grössen in bestimmten Zahlenbeispielen, insbesondere zur gleichzeitigen Berechnung aller 3 Stücke dienlichen Methoden behandelt, und logarithmisch unbequemere, aber für allgemeine analytische Entwickelungen oft unentbehrliche einfachere Formeln mit Stillschweigen übergeht. Man kann dies zu rechtfertigen suchen durch den Hinweis auf die Kürze der dem Unterricht zugemessenen Zeit, welche zur Beschränkung auf das Unerlässliche zwinge, aber ich glaube, dass der Verf. in nicht längerer Zeit und mit mehr Nutzen für die Geistesbildung der Schüler Beides hätte erreichen können, wenn er denselben statt seiner übermässig langen, vorwiegend die mechanische Fertigkeit in algebraischen Umformungen und das Gedächtniss in Anspruch nehmenden Entwickelungen, etwas mehr Denk-Arbeit zugemuthet und dafür auch praktisch kürzere Methoden gewonnen hätte. Die möglichste Beseitigung aller construirenden Ableitungen, auch da, wo dieselbe in Betreff des Nachweises der allgemeinen Gültigkeit keine Schwierigkeiten machen, raubt dem Verf. gerade die einfacheren, anschaulicheren und bildenderen Hülfsmittel. Eine Folge davon ist auch, dass das seiner inneren Natur nach Zusammengehörige in dem Werkchen nicht zusammenhängend betrachtet (man vergl. z. B. die Behandlung des 1. und 6. Falles), der Entwickelungsgang also kein genetischer, vielmehr allein durch die rein äusserliche Anordnungsweise der 6 Aufgaben bedingt ist.

Hamm, Januar 1871. Dr. Reidt.

Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.

Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer in dem neuen Lehrplan der österreichischen Realschulen sowie Gymnasien. (An den ersteren genehmigt mit dem Erlass des Cultusministeriums vom 19. Juli 1870 und 24. September 1870.) [Auszug aus Zeitschrift für Realschulen, Bürgerschulen u. s. w. Nr. 1. Wien 1870. Von Dr. Ackermann in Hersfeld.]

Wir schicken zur Orientirung für den Leser folgende allgemeinen Bemerkungen über die österreichischen höheren Schulen — oder wie sie dort heissen: Mittelschulen — voraus. Was zunächst die Realschulen betrifft, so besteht die vollständige Realschule aus sieben (seither sechs) Klassen, deren jede einen einjährigen Cursus hat, und zerfällt in eine Unter- und eine Ober-Realschule. Die erstere besteht aus vier (früher drei) Jahrgängen und bereitet auf die Oberrealschule vor, bezweckt zugleich aber für diejenigen Schüler, welche nach Absolvirung derselben in's practische Leben übertreten, eine bis zu einem gewissen Grade abschliessende allgemeine Bildung. Als Vorbereitungsschule für die Oberrealschule kann auch das vierklassige Realgymnasium dienen, welches zugleich Vorbereitungsschule für das Obergymnasium ist, je nachdem die Schüler der dritten Klasse an dem französischen oder griechischen Unterrichte Theil nehmen.

Die Oberrealschule besteht aus drei Jahrgängen. Sie setzt den in der Unterrealschule begonnenen Unterricht fort und ist specielle Vorbereitungsschule für die höheren technischen Fachschulen (Forstacademien, polytechnische Schulen, Bergacademien u. dergl. m.). Sie besteht nirgends für sich, sondern überall in Verbindung mit einer Unterrealschule oder einem Realgymnasium. Beide zusammen bilden eine einzige Lehranstalt. Wohl aber können Unterrealschulen ohne eine Oberrealschule bestehen. Lehrgegenstände der Realschule sind: Religion, Französisch, Englisch, Deutsch (oder in den ausserdeutschen Landestheilen die betreffende Landessprache), Mathematik, Naturwissenschaften, Geographie und Geschichte, Zeichnen (geometrisches und Freihandzeichnen) und Schönschreiben. Die lateinische Sprache ist durchweg vom Unterrichte ausgeschlossen. Das Gymnasium hat acht Klassen mit ebenfalls einjährigem Cursus. Die vier unteren bilden das Unter-, die vier oberen das Obergymnasium.

Lehrplan für Mathematik und Naturwissenschaft an der Realschule.

	I*	II	III	IV	V	VI	VII	Summe
Mathematik	3	3	3	4	6	5	5	29
Naturgeschichte	3	3	·	·	3	2	3	14
Physik	·	·	4	2	·	4	4	14
Chemie	·	·	·	3	3	3	2	11
Geographie	3	2	2	2	·	·	·	9
Geometrisches Zeichnen ...	6	3	3	3	3	3	3	24
	15	11	12	14	15	17	17	101

Mathematik.

Lehrziel für die Unterrealschule: Sicherheit und Fertigkeit im mündlichen und schriftlichen Zifferrechnen, namentlich in der Anwendung desselben auf praktisch wichtige Fälle; Durchübung der vier ersten Grundoperationen in allgemeinen Zahlen, sowie in ihrer Anwendung zur Auflösung von Gleichungen des ersten Grades mit einer oder zwei Unbekannten.

Lehrziel für die gesammte Realschule: Gründliche Kenntniss und sichere Durchübung der elementaren Mathematik als streng beweisender Wissenschaft.

1. Classe (3 St.): Decadisches Zahlensystem. Die Grundrechnungen mit unbenannten und einnamig benannten Zahlen, ohne und mit Decimalbrüchen. Grundzüge der Theilbarkeit, grösstes gemeinschaftliches Mass, kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches. Gemeine Brüche; Verwandlung derselben in Decimalbrüche und umgekehrt; Rechnen mit periodischen Decimalbrüchen. Rechnen mit mehrnamig benannten Zahlen.

II. Classe (3 St.): Das Wichtigste aus der Mass- und Gewichtskunde, aus dem Geld- und Münzwesen, mit besonderer Berücksichtigung des französischen Systems. Mass-, Gewichts- und Münzreduction. Lehre von den Verhältnissen und Proportionen, letztere mit möglichstem Festhalten des Charakters einer Schlussrechnung; Kettensatz, Procent- und einfache Zins-, Discont- und Terminrechnung, Theilregel, Durchschnitts- und Alligationsrechnung.

III. Classe (3 St.): Fortgesetzte Uebungen im Rechnen mit besonderen Zahlen, zur Wiederholung und Erweiterung des bisherigen arithmetischen Lehrstoffs. Zusammengesetzte Verhältnisse mit Anwendungen auf verschiedene im Geschäftsleben vorkommende Aufgaben. Einübung der vier ersten Grundoperationen in allgemeinen Zahlen mit ein- und mehrgliedrigen Ausdrücken, soweit dieselben zur Begründung der Lehre vom Potenziren und vom Ausziehen der Quadrat- und Cubikwurzel nöthig sind; Erhebung auf die zweite und dritte Potenz, Ausziehen der Wurzel zweiten und dritten Grades aus besonderen Zahlen, ohne und mit Abkürzung.

IV. Classe (4 St.): Ergänzende und erweiternde Wiederholung des gesammten arithmetischen Lehrstoffs der Unterrealschule; wissenschaftlich durchgeführte Lehre von den vier Grundoperationen mit allgemeinen Zahlen, grösstes gem. Mass und kleinstes gem. Vielf.; Lehre von den gemeinen Brüchen. Gleichungen des ersten Grades mit einer oder zwei Unbekannten, nebst Anwendung auf praktische Aufgaben.

---

*) Die Classen zählen, wie in Süddeutschland, von unten, so dass I die niedrigste, VII die oberste bezeichnet.

V. Classe (6 St.):

a) Arithmetik: Zusammenfassende Wiederholung des bisherigen Lehrstoffs aus der allg. Arithmetik; Gleichungen des ersten Grades mit mehr als zwei Unbekannten; Diophantische Gleichungen. Die Zahlensysteme überhaupt und das decadische insbesondere; Theorie der Theilbarkeit; Lehre von den Decimalbrüchen, Potenzen und Wurzeln; Bedeutung der imaginären und complexen Zahlen, die vier Grundoperationen mit denselben; Lehre von den Verhältnissen und Proportionen. Quadratische Gleichungen mit einer und zwei Unbekannten.

b) Geometrie: Planimetrie in ihrem vollen Umfange, vom streng wissenschaftlichen Standpunkte behandelt; zahlreiche Uebungen im Lösen von Constructionsaufgaben mit Hilfe der geometrischen Analysis.*)

VI. Classe (5 St.):

a) Arithmetik: Logarithmen; Gleichungen höheren Grades, welche auf quadratische zurückgeführt werden können, und Exponentialgleichungen; arithmetische und geometrische Progressionen mit Anwendung auf Zinseszins- und Rentenrechnungen; Einiges über die Convergenz unendlicher Reihen; Combinationslehre; binomischer Lehrsatz.

b) Geometrie: Goniometrie und ebene Trigonometrie nebst zahlreichen Uebungsaufgaben in besonderen und allgemeinen Zahlen; Stereometrie mit Uebungen im Berechnen des Inhalts und der Oberfläche von Körpern; Elemente der sphärischen Trigonometrie nebst Uebungsaufgaben.

VII. Classe (5 St.):

a) Arithmetik: Grundlehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Anwendungen auf die Berechnung der wahrscheinlichen Lebensdauer; Kettenbrüche. Das Wichtigste über arithmetische Reihen höherer Ordnung mit Rücksicht auf das Interpolationsproblem.

b) Geometrie: Anwendung der sphärischen Trigonometrie auf Aufgaben der Stereometrie und insbesondere auf sphärische Astronomie; analytische Geometrie der Ebene, und zwar analytische Behandlung der Geraden, des Kreises und der Kegelschnittlinien; Durchübung der analytischen Geometrie in allgemeinen und besonderen Zahlen, namentlich in Construction der entsprechenden Aufgaben.

Wiederholung des gesammten arithmetischen und geometrischen Lehrstoffes der Oberclassen mittelst zahlreicher Uebungsaufgaben.

Naturgeschichte und Physik.

Lehrziel für die Unterrealschule: Auf Anschauung gegründete im Unterscheiden geübte Bekanntschaft mit den wichtigsten Formen der organischen und unorganischen Welt; durch das Experiment vermittelte Kenntniss der leichtfasslichen Naturerscheinungen und ihrer Gesetze, mit Berücksichtigung der verständlichsten praktischen Anwendungen.

Lehrziel für die gesammte Realschule: Systematische Uebersicht der Thier- und Pflanzengruppen, auf Grund der Bekanntschaft mit den wichtigsten Thatsachen aus ihrer Anatomie, Physiologie und Morphologie; Kenntniss der Formen und Eigenschaften der wichtigeren Mineralien; Verständniss der bedeutendsten Naturerscheinungen und Naturgesetze, durch strengen Beweis gesichert, soweit die Elementarmathematik für letzteren ausreicht; Anwendung aller dieser Lehren auf das Gesammtbild der Erde, als eines aus Naturkörpern zusammengesetzten, einheitlichen, gesetzmässig entwickelten Ganzen.

I. Classe (3 St.): Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte:
1. Semester: Wirbelthiere.
2. Semester: Wirbellose Thiere.

*) Alles in einem Jahre!?

II. Classe (3 St.): Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte:
1. Semester: Mineralogie.
2. Semester: Botanik.

III. Classe (4 St.): Experimentalphysik: Allgemeine Eigenschaften der Körper, Wärme; Statik und Dynamik fester, tropfbarer und ausdehnsamer Körper.

IV. Classe (2 St.): Schall, Licht, Magnetismus, Electricität.

V. Classe (3 St.): Naturgeschichte: Anatomisch-physiologische Grundbegriffe des Thierreichs mit besonderer Rücksicht auf die höheren Thiere; Systematik der Thiere mit genauerem Eingehen in die niederen Thiere.

VI. Classe (6 St.):

a) Naturgeschichte (2 St.): Anatomisch-physiologische Grundbegriffe des Pflanzenreichs, Systematik der Pflanzen.

b) Physik (4 St.): Allgemeine Eigenschaften der Körper, Wirkungen der Molekularkräfte, Mechanik, Akustik.

VII. Classe (7 St.):

a) Physik (4 St.): Electricität, Magnetismus, Wärme, Optik, Grundlehren der Astronomie und mathematischen Geographie.

b) Naturgeschichte (3 St.): 1. Semester: Kenntniss der wichtigsten Mineralien nach krystallographischen, physikalischen und chemischen Grundsätzen, Geognosie. 2. Semester: Grundzüge der Geologie, das Wichtigste aus der Klimatologie.

Chemie.

Lehrziel: Eingehende Kenntniss der Grundstoffe und ihrer wichtigsten Verbindungen, Darstellungsmethoden und Anwendungen in der Natur, im menschlichen Haushalt und in der Industrie.

IV. Classe (3 St.): Uebersicht der wichtigsten Grundstoffe und ihrer Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung ihres natürlichen Vorkommens, jedoch ohne tieferes Eingehen in die Theorie und ohne ausführliche Behandlung der Reactionen.

V. Classe (3 St.): Gesetze der chemischen Verbindungen, Atome, Molecule, Aequivalente, Werthigkeit der Atome, Typen, Bedeutung der chemischen Symbole und Formeln. Metalloide, Alcalien, alcalische Erden und Erden.

VI. Classe (3 St.): 1. Semester: Schwere Metalle. 2. Semester: Chemie des Kohlenstoffs (ein-, zwei- und mehrwerthige Alcohol-Radicale).

VII. Classe (2 St.): 1. Semester: Chemie des Kohlenstoffs (andere Substanzen organischen Ursprungs). 2. Semester: Recapitulation mit kurzer Andeutung der neueren chemischen Theorien.

Die Arbeiten im Laboratorium, welche der Theilnahme vorzüglich Befähigter vorbehalten werden, sind ausserhalb der obligatorischen Unterrichtsstunden vorzunehmen.

Geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie.

Lehrziel für die Unterrealschule: Kenntniss der Elemente der Geometrie und geometrischen Constructionslehre; Fertigkeit im Linearzeichnen.

Lehrziel für die gesammte Realschule: Vollständige Kenntniss und gewandte Handhabung der Projectionslehre, in ihrer Anwendung auf Schattenlehre, auf Perspective und auf Darstellung technischer Objecte.

I. Classe (6 St.): Geometrische Anschauungslehre. Geometrische Gebilde in der Ebene (Linien, Winkel, Dreieck, Viereck, Vieleck, Kreis, Ellipse), Combinationen dieser Figuren; das geometrische Ornament. Elemente der Geometrie im Raume; Zeichnen nach Drath-, Holz- und Gyps-Modellen.

II. Classe (3 St.): Planimetrie; Uebungen mit dem Zirkel und dem Reisszeuge überhaupt, Gebrauch der Reissschiene und des Dreiecks.

III. Classe (3 St.): Fortsetzung des vorbesprochenen Lehrstoffs unter Anwendung auf Fälle und Beispiele aus der technischen Praxis. Stereometrie.

IV. Classe (3 St.): Anwendung der vier algebraischen Grundoperationen zur Lösung von Aufgaben der Planimetrie und Stereometrie. Theoretisch-constructive Uebungen im Zeichnen der wichtigsten ebenen Curven.

V. Classe (3 St.): Orthogonale Projection des Punktes und der Linie. Die Lehre von der Ebene. Projectionen von Körpern, die durch Ebenen begrenzt sind; Schnitte von Körpern mit Ebenen; gegenseitige Durchschnitte der Körper; krumme Linien und deren Beziehung zu geraden Linien und Ebenen.

VI. Classe (3 St.): Erzeugung und Darstellung krummer Flächen; Tangential-Ebenen an krummen Flächen. Schiefe Projection (Schattenlehre).

VII. Classe (3 St.): Centrale Projection (Perspective). Recapitulation der gesammten darstellenden Geometrie mit praktischen Anwendungen behufs Erlernung geeigneter Darstellungsweisen technischer Objecte.

Geographie.

Lehrziel für die Unterrealschule: Kenntniss der Erdoberfläche nach ihren wichtigsten natürlichen und politischen Abgrenzungen und Umrissen und nach ihren für Gewerbe und Handel massgebendsten Beziehungen mit besonderer Hervorhebung des österreichisch-ungarischen Reiches.

Lehrziel für die gesammte Realschule: Vollständige Aneignung des geographischen Wissens.

I. Classe (3 St.): Fundamentalsätze des geographischen Wissens, soweit dieselben zum Verständnisse der Karte unentbehrlich und in sinnlich-anschaulicher Weise erörtert werden können. Beschreibung der Erdoberfläche in ihrer natürlichen Beschaffenheit und den allgemeinen Scheidungen nach Völkern und Staaten, auf Grundlage steter Handhabung der Karte.

II. Classe (4 St.): Specielle Geographie Asiens und Afrika's, detaillirte Beschreibung der Terrainverhältnisse und der Stromgebiete Europa's, an oftmalige Anschauung und rationelle Besprechung der Schul- und Wandkarten anknüpfend; Geographie des westlichen und südlichen Europa.

III. Classe (2 St.): Specielle Geographie des übrigen Europa und namentlich Deutschlands.

IV. Classe (2 St.): Specielle Geographie des Vaterlands, Umrisse der Verfassungslehre. Geographie Amerika's und Australiens.

Von der Aufnahme der Schüler.

Zur Aufnahme in die unterste Classe ist erforderlich das vollendete oder in dem ersten Quartale des betreffenden Schuljahres zur Vollendung gelangende zehnte Lebensjahr.

Die folgende Uebersicht lässt das Verhältniss der Stundenzahl für Mathematik und Naturwissenschaften zu der für die sprachlich-geschichtlichen Fächer erkennen. Vom Freihandzeichnen, für welches von II—VII je 4, und vom Schönschreiben, für welches bloss in I und II je 1 Stunde angesetzt ist, wird abgesehen.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	Summa
Summa der math. und naturw. wöchentl. Stunden	15	11	12	14	15	17	17	101
Summa der sprach- und geschichtl. Stunden	11	12	12	10	12	11	11	79
Gesammtzahl der Stunden	16	23	24	24	27	28	28	180

Zur Vergleichung lassen wir den Normallehrplan der preussischen Realschulen I. Ordnung, sowie den Lehrplan einer II. Ordnung (Essen) folgen.

Beide Anstalten haben 6 Classen. Die drei untersten (VI—IV) haben einen je einjährigen Cursus, III einen in der Regel zweijährigen, II und I einen stets zweijährigen Cursus, so dass der ganze Realschulcursus in 9 (8) Jahren durchgemacht werden kann. Die Aufnahme in die VI geschieht in der Regel nicht vor dem vollendeten neunten Lebensjahre. Was den Unterschied zwischen den preussischen Realschulen I. und II. O. anlangt, so ist letztere bekanntlich ohne Latein; ausserdem werden für die Lehrpensa, für das Maturitätsexamen, ferner in Bezug auf Lehrerbesoldungen, Lehrmittel, Local u. s. w. geringere Anforderungen gestellt, als es bei den R. I. O. der Fall ist.

Realschule I. O.	VI	V	IV	III	II	I	Summa
Mathematik und Rechnen	5	4	6	6	5	5	31
Naturwissenschaften	2	2	2	2	6	6	20
Geographie	3	3	2	2	·	·	10
Zeichnen	2	2	2	2	2	3	13
Summa der math. naturw. Stunden	12	11	12	12	13	14	74
Summa der sprach- u. gesch. Stunden	15	18	18	20	19	18	108
Gasammtzahl der Stunden	27	29	30	32	32	32	182
Hierzu noch in VI, V, IV bezw. 3, 2, 2 Schreibstunden.							

Realschule II. O.	VI	V	IV	III	II	I	Summa
Mathematik und Rechnen	6	6	6	6	6	6	36
Naturwissenschaften	·	·	3	2	6	7	18
Geographie	3	3	2	2	2	·	12
Zeichnen	2	2	3	4	3	4	18
Summa der math. naturw. Stunden	11	11	14	14	17	17	84
Summa der sprach- u. gesch. Stunden	15	15	18	18	15	15	96
Gesammtzahl der Stunden	26	26	32	32	32	32	180
Hierzu noch in VI u. V je 4 Schreibstunden.							

Auch für den Gymnasialunterricht wird eine Reform beabsichtigt. Es war zu diesem Zwecke im Herbst des vergangenen Jahres von dem Unterrichts-Minister von Stremayr eine Versammlung einberufen worden, welche zu Wien in den letzten Tagen des September tagte. Von den verschiedenen zur Annahme gelangten Anträgen lassen wir die für unseren Zweck wichtigen folgen.

b) Kein Schüler kann in die erste Classe eines Gymnasiums aufgenommen werden, welcher nicht spätestens im letzten December desselben

Jahres das 10. Altersjahr zurückgelegt. Die Zulassung der Privatstudirenden zur Maturitätsprüfung hängt davon ab, dass sie das 18. Lebensjahr vollendet haben.

g) Für den Unterricht in der Geographie ist ein Lehrplan festzustellen, welcher acht Jahrgänge umfasst und besondere Lehrstunden (jedoch ohne Vermehrung der für beide Fächer bestimmten Stundenzahl (3)) festsetzt. Die Classification in der Geographie wird besonders charakterisirt, wo es wünschenswerth erscheint.

i) An die Stelle des bisher gesetzlichen Universitätstrienniums der Lehramtscandidaten soll ein Quadriennium treten.

l) Der naturwissenschaftliche und namentlich der naturhistorische Unterricht fordert in den unteren Classen des Gymnasiums sowohl, als in den oberen eine andere Vertheilung und ein grösseres Zeitausmass. Er soll besonders in der 8. Classe durch Einführung der physischen Geographie mit besonderer Berücksichtigung der Geologie einen geeigneten Abschluss finden. Der naturwissenschaftliche Unterricht in den unteren 4 Classen, sowie in der 5., 6. und 7. Classe ist mit je 3 wöchentlichen Stunden anzusetzen. — In der 8. Classe sind 5 Stunden, und zwar drei Stunden für Physik, zwei Stunden für physische Geographie zu bestimmen.

m) Die Regierung wird angegangen, mit Rücksicht auf die Verschiedenheit der einzelnen Länder die Erweiterung des Unterrichtes aus den Naturwissenschaften über Anhörung der Amtsschulbehörde von Fall zu Fall zu veranlassen.

n) Die naturwissenschaftliche, namentlich naturgeschichtliche und chemische Bildung von Lehrkräften soll an der Universität sorgfältig und nach einer praktischen Methode gepflegt werden. Insbesondere sind eigene Lehrkanzeln in Verbindung mit Laboratorien zur theoretischen und praktischen Heranbildung von Candidaten nothwendig.

o) Die Lehramtsprüfung aus den Naturwissenschaften ist den heutigen wissenschaftlichen Bedürfnissen gemäss abzuändern. Es erscheint namentlich bei der Fachgruppe „Naturgeschichte für das Obergymnasium in Verbindung mit Mathematik und Physik für das Untergymnasium“ eine Erhöhung der Anforderungen bezüglich des ersteren und eine Vereinfachung des Prüfungsmodus der beiden letzten wünschenswerth. In dieser sowohl, als bei der Fachgruppe „Mathematik und Physik“ soll ein grösseres Wissen aus der Chemie und bei der letzteren Gruppe auch aus der Elementarmathematik gefordert werden.

q) Der Mathematik soll in der 6. und 8. Classe eine Stunde zugelegt werden.

r) Die Vertheilung der Lehrstunden aus den naturwissenschaftlichen Fächern wird in folgender Weise beschlossen:

1. Classe: Zoologie, 3 Stunden.
2. „ 1. Semester: Abschluss der Zoologie.
   2. „ Botanik.
3. „ 1. „ Chemie.
   2. „ Mineralogie, 3 Stunden.
4. „ Physik, 3 Stunden.
5. „ 1. Semester: Mineralogie.
   2. „ Botanik, 3 Stunden.
6. „ Zoologie, 3 Stunden.
7. „ Physik, 4*) Stunden.
8. „ Physik, 3 Stunden; physische Geographie, 2 Stunden.

s) Die Naturgeschichte hat, insofern das bisherige Princip der Maturitätsprüfung beibehalten werden sollte, auch einen Gegenstand der mündlichen Maturitätsprüfung zu bilden.

*) Soll wohl heissen 3. cf. l) oben.

Nach uns vorliegenden Programmen von Wien, Klagenfurt, Feldkirch, Marburg und Triest haben wir den Lehrplan, wie er früher befolgt wurde, aufgestellt und daraus nach den eben aufgeführten Bestimmungen den neuen abgeleitet.

Der alte Lehrplan.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	Summa
Mathematik	3	3	3	3	4	3	3	1	23
Naturwissenschaften	2	2	2	3	2	3	3	3	20
Geographie*)	3	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	.	12
Summa der math. nat. St.	8	$6\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	4	55
Summa d. sprachl. gesch. St.	16	$17\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	21	151
Gesammtzahl	24	24	26	26	27	28	26	25	206

Der neue Lehrplan.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	Summa
Mathematik	3	3	3	3	4	4	3	2	25
Naturwissenschaft	3	3	3	3	3	3	3	5	26
Geographie	3	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1	13
Summa der math. nat. St.	9	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	8	64
Summa d. sprach. gesch. St.	15	$16\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	19	145
Gesammtzahl	24	24	27	27	27	27	26	27	209

Bemerkungen.

In dem alten Lehrplane verhält sich also die Summe der mathematisch-naturwissenschaftlichen Stunden zur Gesammtstundenzahl

ca. $= 1 : 4$;

in der untersten Classe $= 1 : 3$;

in der obersten ca. $= 1 : 6$,

also das Verhältniss in diesen beiden äussersten Classsen

$$= \tfrac{1}{3} : \tfrac{1}{6} = 2 : 1,$$

welches Resultat genau mit dem übereinstimmt, welches der Herausgeber d. Z. Bd. I. S. 253 für die badischen Gymnasien gefunden hat.

Günstiger stellen sich die Verhältnisse in dem projectirten neuen Lehrplane.

Hier haben wir das Verh. der math. nat. St. zur Gesammtstundenzahl

ca. $= 3 : 10$;

in der untersten Classe $= 3 : 8$;

in der obersten ca. $= 3 : 10$,

also das Verhältniss in den beiden äussersten Classen

$$= \tfrac{3}{8} : \tfrac{3}{10} = 5 : 4$$

oder auch $= \frac{9}{24} : \frac{8}{27} = 81 : 64$ d. i. ebenfalls nahezu $= 5 : 4$.

*) Geographie und Geschichte sind von II bis VII verbunden und zusammen mit 3 St. bedacht. Wir haben für jeden Gegenstand $1^1/_2$ St. wöchentlich angenommen.

Neue Entdeckungen und Erfindungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften.

Physik.

Die Dauer der Berührung beim Stoss elastischer Körper. Um die Zeit zu bestimmen, während welcher elastische Körper beim Stoss mit einander in Berührung bleiben, hat ein Schweizer Physiker, Schneebeli, die Pouillet'sche Methode benutzt, durch welche man in Stand gesetzt ist, äusserst kurze Zeiträume zu messen. Diese Messung geschieht in der Weise, dass man einen ziemlich starken galvanischen Strom auf ein feines Galvanometer wirken lässt. Der Ausschlag der Nadel ist dann je nach der längeren oder kürzeren Dauer des Stromes grösser oder kleiner. Hat man nun für jede Berührungszeit den zugehörigen Ausschlag in einer Tabelle notirt, so kann das Galvanometer ohne Weiteres als Chronometer benutzt werden. Schneebeli hat mit Hilfe dieser Methode folgende Resultate gewonnen:

1) Die Stosszeit nimmt mit der Masse des stossenden Körpers zu.

2) Die Stosszeit nimmt ab, wenn die Geschwindigkeit, mit welcher der stossende Körper gegen die feste Ebene trifft, wächst.

3) Die Stosszeit ist um so kürzer, je grösser der Krümmungsradius der stossenden Fläche ist.

Die absolute Dauer der Stosszeit war bei dem angewandten Materiale — glasharte Stahlkugeln — ausserordentlich klein. Sie betrug bei dem einen Körper, welcher 695 Gramm wog und von einer Höhe von 33 Millimeter herabfiel, nur 0,00019 Sekunden.

Sprengen von Geschossen durch frierendes Wasser. Ein Hohlgeschoss von 2610 Cubikcentimeter wurde mit Wasser von + 4° gefüllt, sodann durch eine feste Schraube geschlossen und in eine Kältemischung von — 21° gelegt. Nach $1^1/_2$ Stunden zerplatzte die Bombe in zwei Stücke und zeigte im Innern eine Eisschicht von 10 Millimeter Dicke. Das Volumen des Eises betrug nach dieser Dicke 814 Cubikcentimeter. Da nun das Wasser beim Frieren sein Volumen um $\frac{1}{11}$ vermehrt, so nahmen diese 814 Cubikcentimeter die Stelle von 740 Cubikcentimeter ein und da ferner das Wasser sich unter dem Druck von 1 Atmosphäre nur um 50 Milliontel komprimirt, so berechnet sich der Druck, durch den das Geschoss zum Bersten gebracht wurde, auf 550 Atmosphären, wenn man dem Eise dieselbe Zusammendrückbarkeit zuschiebt, wie dem Wasser und auf 912 Atmosphären, wenn man annimmt, das Eis sei nicht zusammendrückbar.

Eine kleinere Granate von 124 Cubikcentimeter Capacität zersprang in $1^1/_4$ Stunden, als sich in ihrem Innern 32 Gramm Eis gebildet hatten. Der hier entstandene Druck berechnet sich auf 440 Atmosphären. Eine zweite, ebenso grosse Granate hatte 42,4 Gramm Eis gebildet und ergab einen Druck von 574 Atmosphären.

Ungültigkeit des Mariotte'schen Gesetzes bei hohem Druck. Wasserstoff und atmosphärische Luft wurden, um die Gültigkeit des Mariotte'schen Gesetzes zu prüfen, in sehr fest und genau gearbeiteten Apparaten einem Druck ausgesetzt, welcher zwischen 60 und 705 Atmosphären schwankte, und dabei das Volumen derselben bei jedem Druck bestimmt. Das Resultat ergab, dass das Mariotte'sche Gesetz sich für hohen Druck nicht bestätigt. Es scheint vielmehr, dass bei der Zusammenziehung jedes Gas einen besonderen Gang verfolgt. Beim Wasserstoff nimmt das Verhältniss zwischen Volumen und Druck regelmässig ab, während es für die atmosphärische Luft bei einem Druck von etwa 80 Atmosphären ein sehr sonderbares Maximum zeigt und dann schneller abnimmt, als beim Wasserstoff. (Ntf.)

Neues Polarisationsprisma. Das bisher in allen Polarisationsapparaten angewandte Nicol'sche Prisma besteht bekanntlich aus zwei

Prismen von Isländischem Doppelspath, welche durch eine Schicht Canadabalsam zusammengekittet sind. Das in das erste Prisma eintretende Licht wird durch den Doppelspath in zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Lichtstrahlen zerlegt, den ordinären und den extraordinären Strahl. Der ordinäre wird von der Balsamschicht total reflectirt, und nur der extraordinäre durchdringt das Prisma. Der franz. Physiker Jamin hat nun einen neuen Apparat erfunden, welcher dieselben Anwendungen wie das Nicol'sche Prisma gestattet. Er besteht in einem kleinen parallelpipedischen Glasgefäss, welches mit Schwefelkohlenstoff gefüllt ist und in welchem unter einem passenden Neigungswinkel eine sehr dünne Platte von doppelt brechendem Kalkspath angebracht ist. Der Schwefelkohlenstoff wirkt hier ebenso wie bei dem Nicol'schen Prisma die Balsamschicht; der eine der polarisirten Strahlen erleidet beim Uebergange aus dem Doppelspath in die Flüssigkeit eine totale Reflexion und nur der andere geht hindurch. (Jahrb. d. Erf.)

Leicht darstellbare Flüssigkeit zur Erzeugung der Plateauschen Gleichgewichtsfiguren ohne Schwere. Zur Darstellung der Plauteau'schen Figuren, sowie auch stundenlang andauernder Seifenblasen, an denen die Farben dünner Plättchen so prachtvoll auftreten, schlägt Prof. Böttger folgende leicht anzufertigende Flüssigkeit vor. Man überschüttet in einer geräumigen Flasche fein geschabte Palmölseife mit kaltem destillirtem Wasser und bereitet sich durch starkes Schütteln eine möglichst gesättigte Lösung, filtrirt diese durch poröses graues Fliesspapier und versetzt sie mit ungefähr $^1/_3$ Volumen chemisch reinem concentrirtem Glycerin. Vor dem jedesmaligen Gebrauche schüttele man die Flasche um. Die Blasen erzeugt man am besten mit einem kleinen Glastrichter, der mit einem Kautschukröhrchen versehen ist und setzt sie unmittelbar nach ihrer Entstehung vorsischtig auf einen schwach oxydirten, mit obiger Flüssigkeit stark benetzten Eisendrahtring. Blasen von 1 Fuss Durchmesser und darüber erhalten sich — vor Erschütterung und Luftzug gehörig geschützt — nicht selten 5—10 Minuten, solche von 2—3 Zoll Durchmesser aber stundenlang. (Jahresber. d. phys. V. in Frankf.)

Zoologie.

Zur Naturgeschichte des indischen Elefanten. Zu den wichtigsten Nahrungspflanzen der indischen Elefanten gehören verschiedene Feigenarten (*Ficus indica, F. religiosa* und *F. racemosa*), deren Blätter und junge Zweige sie fressen; von anderen Pflanzen z. B. *Cochlospermum gossypium*, schälen sie die Rinde ab und von *Bambusa stricta* verzehren sie die Wurzel. Ihre Lieblingsnahrung aber ist Reis und oft verwüsten sie die Felder so regelmässig, dass Dörfer verlassen werden müssen. Die Männchen sind mit 25 Jahren ausgewachsen, die Weibchen fangen mit 18 Jahren an zu empfangen, tragen 18 Monate und gebären im Durchschnitt einmal in 5 Jahren. Die Jungen werden 2 Jahre gesäugt, man hat aber auch schon 12 Jahre alte Thiere noch saugend gefunden. Zwillinge sind noch nicht beobachtet worden. Das durchschnittliche Lebensalter in Freiheit lebender Elefanten schätzt man auf 100 Jahre (Campbell in Darherling nimmt nur 85 Jahre an). Wird das Thier krank, so zieht es sich immer tiefer in das Dickicht zurück und da dies für Menschen unzugänglich ist, so findet man nie todte Elefanten in den Wäldern. Daraus entstand die Fabel, dass die Elefanten ihre Todten begraben.

Für den Bedarf der bengalischen Märkte liefert Assam gegenwärtig die meisten Elefanten. Einer der bedeutendsten Plätze für den Elefantenhandel ist die im April stattfindende Messe zu Nek-Mured im Bezirk Diegpoor. Die mit dem Fang für das obere Bengalen beschäftigten Leute leben in den nördlichen Theilen der Districte Purneah und Rungpoor, und Titalya, wo alle aus den Elefantengegenden führenden Strassen sich vereinigen, bildet den Centralpunkt der Elefantenfänger. In früherer Zeit

wurden die Elefanten in Gruben gefangen, jetzt aber bedient man sich lediglich des Lasso. Man errichtet ein eingezäuntes Lager und recognoscirt in den Morgen- und Abendstunden, in welchen die Elefanten das Dickicht zu verlassen pflegen und in offenen Waldstellen anzutreffen sind, nach allen Seiten hin das Terrain. Bei jedem Trupp befinden sich 3 oder 4 Kunkis d. h. zahme, zum Fang abgerichtete Elefanten. Ist nun die Heerde aufgefunden, so wird ein Thier derselben in's Auge gefasst und man bemüht sich auf jede Seite desselben einen Kunki zu bringen. Die auf den beiden zahmen Thieren reitenden Jäger, Phanaits, werfen nach einander die offene Schlinge ihres Seils dem wilden Elefanten über den Kopf und sobald dieses geschehen und die Schlingen angezogen sind, schwenken die beiden Kunkis nach entgegengesetzter Seite ab und das gefangene Thier stürzt gewöhnlich in kurzer Zeit halb erdrosselt zusammen. Oft aber rast der wilde Elefant mit ungestümer Gewalt vorwärts und wird erst nach langem Kampf zur Erde gebracht. Dem gezwungenen Thier giebt man dann wieder etwas Luft und treibt es nun, indem die Kunkis dicht an seiner Seite bleiben, allmählich nach dem eingezäunten Lager, wo es durch Hunger und Stricke gezähmt wird. Nach 6 Wochen ist es soweit ruhig geworden, dass es weiter marschiren kann und einen Reiter verträgt. Aber es unterliegt sehr leicht in ihrem Wesen noch unerkannten Krankheiten. In den ersten 6 Monaten magern die gefangenen Thiere ungemein ab und die erste Regenzeit wird ihnen oft verderblich. Bisweilen geht der ganze Fang einer Saison zu Grunde, aber es kommen auch Jahre vor, in denen gar kein Verlust zu beklagen ist. Im Ganzen werden weit mehr Weibchen, wie Männchen gefangen und zwar im Verhältniss von 8 : 1. Wegen ihrer grösseren Stärke und Ausdauer stehen aber die Männchen um 25 Procent höher im Preis. (Ergänz. Bl.)

Interessante und ausführliche Beiträge zur Naturgeschichte der africanischen Elefanten giebt Heuglin in seinem neuesten Werke: Reise in das Gebiet des weissen Nil und seiner westlichen Zuflüsse. Leipzig. Winter.

Mineralogie.

Neue Fundorte verschiedener Mineralien.

Diamanten in Südafrica*) waren zuerst im J. 1867 entdeckt worden. In der neuesten Zeit sind Funde gethan worden, welche jene älteren vollständig iu den Schatten stellen. Der Diamantendistrict erstreckt sich über 1000 Meilen. Jede Post schreibt Adler v. Hochstetter bringt Nachricht, dass an neuen Stellen Diamanten gefunden werden. Die Hauptstelle aber ist Likatlong am Kolong, einem Zufluss des Vaal nahe der Grenze des Oranje-Fluss-Freistaates. Der Boden ist ein Kalksteinconglomerat und die Diamanten sind bisher nur an der Oberfläche gefunden worden. Es sind Stücke von $^1/_2$ bis 150 Karat. Der „Stern von Südafrica", welcher so viel Aufsehen erregte, wog $83^1/_2$ Karat, hatte die Grösse einer gewöhnlichen Wallnuss und einen Werth zwischen 20000 und 40000 Pfd. Sterling. Bei Hopetown soll nun aber ein Diamant gefunden worden sein von 167 Karat und einem Werth von ca. 130000 Pfd. Sterling. Steine von 6—13 Karat sind die gewöhnliche Grösse.

Quecksilber in Australien. Nach einem Bericht von Clarke ist in der Nähe des Cudgegon-Flusses Quecksilbererz in bedeutender Menge gefunden worden. Das Erz lieferte 30—50 % reines Metall. Zu dem Kupfer, Silber, Blei, Zinn, Wismut, Antimon und Gold kommt also hier ein neuer Schatz der Kolonie hinzu und dieser ist von um so grösserer Bedeutung, als sich die dortige Goldproduction jetzt hauptsächlich auf die Ausbeutung von goldhaltigem, festem Gestein richtet, für welchen Process aber schon in den Jahren 1858—68 Quecksilber im Werthe von 20519 Pfd. Sterling

*) Vergl. Heft. 4. S. 357.

eingeführt wurde. Auch zu Quindalup in Westaustralien, District Vahsee, soll Quecksilber aufgefunden worden und dort in dem schwarzen Titansand der Seeküste enthalten sein.

Bernstein in Australien. Auch ein reiches Bernsteinlager ist in Australien entdeckt worden und zwar zu Grassy Gully in der Nähe von Bokeword. Die Farbe des austral. Bernstein ist mehr bräunlich als honiggelb. Die Masse zeigt eine grosse Reinheit und die chemische Zusammensetzung ist eine gleiche mit der des Ostseebernsteins.

Pädagogische Bibliographie.

Verzeichniss der von November bis Ende des J. 1870 erschienenen Werke.

Mathematik.

Adam, Anweisung zum Unterricht im Rechnen für Lehrer und zum Selbstunterricht auf Grund der neuen Mass- u. s. w. Bestimmungen und mit gleichmäss. Berücksicht. des Kopf- und Tafelrechnens. Potsdam. Stein. $1^1/_6$ Thlr.

—, Aufgaben zum schriftlichen u. mündlichen Rechnen. Ebd. 13 Sgr.

—, Dasselbe. Auflösungen. 24 Sgr.

Baltzer, die Elemente der Mathematik. 2. Bd. Plan. Stereo-Trig. Mit 326 in den Text eingedr. Holzsch. 3. verb. Aufl. Leipzig. Hirzel. 2 Thlr.

Becker, Abhandlungen aus d. Grenzgebiete der Mathematik und Philosophie, Zürich b. F. Schulthess. 1870.

Berthelt, Jäckel, Petermann u. Thomas. Neue Rechenschule. Methodisch geordnete Aufgaben zum Tafelrechnen. 1.—8. Heft. Leipzg. Klinkhardt. $13^1/_2$ Sgr. Facitbuch dazu. 10 Sgr.

Binn, Kaufmännische Arithmetik. Stuttg. Maier. 1 Thlr.

Bolze, Uebergangsrechenbüchlein f. die neue Mass- u. s. w. Ordnung. Cottbus. Heine. 4 Sgr.

Eckel, Stufengang des Rechnungsunterrichtes. Regensb. Pustet. 3 Sgr.

Engelbrecht, 1400 Aufgaben zum schriftl. Rechnen in geordneter Stufenfolge. 7. Aufl. Für die Hand des Schülers: Regensb. Manz. 5 Sgr.

—, Dass. für die Hand des Lehrers. 3 Sgr.

Erhardt, der Rechenschüler oder methodisch geordn. Stoff für den Unterr. im Rechnen m. bes. Rücksichtsnahme auf Selbstbeschäft. der Schüler. Nürnberg. Korn. 8 Sgr.

Féaux und v. Winckler, das alte und das neue Mass. Ein Hilfsbuch für Jedermann. Arnsberg. Grote. 6 Sgr.

Fäsch, Aufg. zum Zifferrechnen. St. Gallen. Huber. 3 Sgr. Schlüssel dazu. 5 Sgr.

Frischauf, Einleitung in die analytische Geometrie. Graz. Leuschner. 16 Sgr.

—, Elemente der Geometrie. Ebd. 26 Sgr.

Gauss, vierstellige logarithmisch-trigonometr. Handtafel Imp.-Fol. Berlin. Rauch. 5 Sgr.

—, Fünfstellige vollständige logarithmische u. trig. Tafeln. Zum Gebrauche für Schule u. Praxis. Ebd. 20 Sgr.

Gresslers Rechenbuch. Neu bearb. v. Postel. Aufg. zum Kopf- u. Zifferrechnen f. Volkssch. Langensalza. Gressler. $1^1/_2$ Sgr.

Grüninger, Metrisches Schulrechenbuch. Aufgabensammlung f. das schriftl. Rechnen der Real- u. s. w. Schulen. Ausg. B. für Lehrer m. Resultaten u. Erläuterungen. Reutlingen. Ensslin. 18 Sgr.

Heckel, Leitfaden zum Unterrichte in der ebenen Trigonometrie f. d. Gebrauch in Schulen. Reval. Kluge. 15 Sgr.

Hentschel, Aufgaben zum Kopfrechnen. 10. Aufl. Lpz. Merseburger. 10 Sgr.
Heuner, Aufgaben zum Kopfrechnen. 3 Hefte. 18. Aufl. Ansbach. Seybod. à 2 Sgr.
—, Aufg. zum Zifferrechnen. Ebenso.
—, Lehrgang des Rechenunterrichts. Mit 2 Fig. Tafeln. 25 Sgr.
Klette, das perspectivische Zeichnen. Mit 38 Holzsch. 2. Aufl. Braunschweig. Bruhn. $7\frac{1}{2}$ Sgr.
Lange, Aufg. aus d. Elementar-Geometrie nach Hauptlehrsätzen geordnet. 3. Heft. Ueber die Gleichheit der Verhältnisse. Berlin. Bornträger. à $\frac{1}{3}$ Thlr.
Leitz, Aufg. für das schriftl. Rechnen. Mannheim. Löffler. 2 Sgr.
Lötzsch, Geometrie in concentrisch erweiterten Cursen. Zum Schulgebrauche bearb. 3. Aufl. 2 Curse. Mittweida. $11\frac{1}{2}$ Sgr.
Löw, Aufgaben zum Rechnen m. Decimalbrüchen unter Mitwirkung v. Dr. Müller u. Ohrtmann zusammengestellt. Berlin. Weidmann. 8 Sgr.
Niepoth, Praktisches Rechenbuch od. Aufg. zum schriftl. Rechnen. 7. Aufl. Umgearb. v. Würth. Giessen. Roth. 4 Sgr.
Prisi, Schlüssel zum Leitfaden f. d. Unterricht in der Algebra an Mittelschulen. Bern. Heuberger. 5 Sgr.
Schreiber, das lineare Zeichnen. Für Bau-, polyt.-, Gewerb- und Realschulen. In 3 Abthlgn. 2. Aufl. Mit 523 Holzschn. Lpz. Spamer. 1 Thlr.
Spieker, Lehrbuch der ebenen Geometrie mit Uebungsaufg. für höhere Lehranstalten. 4. Aufl. Potsdam. Stein. 25 Sgr.
Stampfer, Logarithm.-trig. Tafeln. Zum Gebrauche für Schulen, bes. für jene, welche sich m. d. prakt. Anwendung der Math. beschäftigen. 8. Aufl. Wien. Gerold. 20 Sgr.
+ Staudigl, Lehrbuch der neuen Geometrie für höhere Unterrichtsanstalten und zum Selbststudium. Wien. Seidel. $2\frac{2}{3}$ Thlr.
Toselowski, Raumlehre od. Geometrie f. Stadtschulen. 2. Aufl. Berlin. Mittler. 6 Sgr.
Wolff, Lehrbuch der Geometrie. 8. Aufl. Berlin. Reimer. $1\frac{2}{3}$ Thlr.

Naturwissenschaften.

Abendroth, Naturgeschichte der Vögel. Mit 11 Kupfertafeln. Lpzg. Bänsch. $1\frac{1}{2}$ Thlr.
Bach, Studien und Lesefrüchte aus dem Buche der Natur. Für jeden Gebildeten, zunächst für d. reifere Jugend und ihre Lehrer. 3. Aufl. Köln. Bachem. 24 Sgr.
Bechstein, Naturgeschichte der Hof- und Stubenvögel. Neu hrsg. v. Berge. Mit 8 Tafeln in Farbendr. 5. Aufl. Lpz. Keil. 2 Thlr.
Brendel, Erzählungen aus dem Leben der Thiere. I. Die Säugethiere. 3. Aufl. Mit 8 chrom. Bildern. Glogau. Flemming. geb. $1\frac{1}{3}$ Thlr.
Eckhardt, Neue Sternkarte. 5. verb. Aufl. Giessen. Roth. 1 Thlr.
Falb, Grundzüge zu einer Theorie der Erdbeben und Vulkanausbrüche. Graz.
Fellöcker, Anfangsgründe der Mineralogie bearb. für Unter-Gymnasien u. Realschulen. 6. Aufl. Wien. Gerold. 10 Sgr.
Fittig, das Wesen und die Ziele der chemischen Forschung und d. chem. Studium. Acad. Antrittsrede. Lpz. Quandt u. Händel. 5 Sgr.
Fraas, Vor der Sündfluth. Eine populäre Geschichte der Urwelt mit vielen Abb. 3. Aufl. Stuttg. Hoffmann. 21 Lieferungen. à 4 Sgr.
Franke, Chemie der Küche für Töchterschulen, sowie zum Selbstunterrichte. 3. Aufl. Eisleben. Reichard. 15 Sgr.
Grube, Biographien aus der Naturkunde. 4. Aufl. Stuttg. Steinkopf. 27 Sgr.
Hartmann, die Kleinschmetterlinge der Umgegend Münchens und einem Theil der bair. Alpen. München. Franz. 15 Sgr.
Jäger, Zoolog. Briefe. Wien. Braumüller. $1\frac{2}{3}$ Thlr.
Klein, Entwickelungsgeschichte des Kosmos nach dem gegenwärtigen

Stand der gesammten Naturw. mit wissensch. Anmerkungen. Braunschweig. Vieweg. 1 Thlr.

—, Handbuch der allg. Himmelsbeschreibung vom Standp. der kosmischen Weltanschauung dargestellt. — Das Sonnensystem nach dem gegenwärtigen Zustande der Wissensch. Mit 3 Taf. Abb. 2. Aufl. Ebd. 2 Thlr.

Klinkerfues, Theoretische Astronomie. 1. Abth. Braunschw. Vieweg. $1^1/_2$ Thlr.

Koppe, Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte. 4. verb. Aufl. Essen. Bädeker. 15 Sgr.

Linke, Atlas der Giftpflanzen od. Abbildungen u. Beschreibung der schädl. Pflzn. Zum Schul- u. Hausgebr. Mit 15 color. Kupfertaf. 2. Aufl. Lpz. Bänsch.

Marschner, Leitfaden einer physical. Naturlehre. Ein einleit. u. vorbereit. Kursus beim ersten zshäng. Unter. in d. Naturlehre. 3. Aufl. Prag. Reichenecker. 20 Sgr.

Naturgeschichte des Thier-, Pflzn.- und Mineralreichs in color. Bildern nebst erl. Text. 3 Theile à 2 Thlr. Esslingen.

Reimann, Grundriss der Chemie. Ein Leitfaden f. d. Unterr. in Realschulen. Nebst einem Anhang enth. stöchiometr. Aufg. zu den Nichtmetallen. 2. Ausg. Saalfeld. Niese. 10 Sgr.

Richter, Leitfaden zur Naturgeschichte der Thiere. 2. verb. Aufl. Augsburg. Jenisch. 3 Sgr.

Schödler, das Buch der Natur. Braunschw. Vieweg. 18. Aufl. 24 Sgr.

Scholl, Grundriss der Naturlehre. Neu bearb. von Bölle. 7. mit einem chem. Theil verm. Aufl. Ulm. 18 Sgr.

Schucht, Lehrbuch der Physik. Ein Leitfaden f. Studir. Lpz. Matthes. 15 Sgr.

Suess, Ueber Ammoniten. Wien. Gerold. 3 Sgr.

Tyndall, die Wärme betrachtet als eine Art der Bewegung. Autorisirte deutsche Ausg. hrsg. v. Helmholtz u. Wiedemann nach der 4. Aufl. des Originals. 2. Aufl. Braunschw. Vieweg. $1^1/_3$ Thlr.

Weygandt, Mathemat. Geographie od. die Erde im Weltraum. Ein Leitfaden für höhere Lehranstalten. 1. Thl. Butzbach. 1 Thlr.

Zech, Himmel u. Erde. Eine gemeinfassl. Beschreib. des Weltalls. 5. Band der Naturkräfte $1^4/_5$ Thlr.

Geographie.

Burger, Allgemeiner Umriss der Erdbeschreibung, für die unterste Classe der Lateinschule, sowie f. einen gründl. Anfangsunterricht überh. zusammengestellt. 28. Aufl. Erlangen. Deichert. $3^3/_4$ Sgr.

Daniel, Lehrbuch der Geographie f. höhere Unterrichtsanstalten. 26. verb. Aufl. Halle. Waisenh. 15 Sgr.

—, Leitfaden für den Unterricht in der Geographie. 58. verb. Aufl. Ebd. $7^1/_2$, geb. 10 Sgr.

Foss, Geographische Repetitionen. Berlin. Gärtner. 1 Thlr.

—, Leitfaden der Geographie. 2. Aufl. Ebd. 8 Sgr.

Klun, Leitfaden für den geogr. Unterricht in Mittelschulen. 10. Aufl. Wien. Gerold. 27 Sgr.

Körner, Handelsgeographie f. Mittel- u. Handelsschulen. 2. Aufl. 3 Abthlgn. Pest. Heckenast. $2^{14}/_{15}$. Thlr.

Inhalt: 1. Einleitende Uebersicht der Handelsgeographie. 16 Sgr.
2. Specielle H. der ausser- u. südeurop. Länder mit Einfluss der Waarenstatistik des Grosshandels. 1 Thlr. 16 Sgr. —
3. Handelsgeogr. Europas mit Ausschluss des Südens und die vereinig. Staaten N. Amer. 1 Thlr. 6 Sgr.

Kozenn, Geogr. Schulatlas für Gymnasien, Real- u. Handelsschulen. 10. Aufl. Ausg. in 36 Karten $1^3/_5$ Thlr.; in 48 Karten 2 Thlr. Olmütz. Hölzel.

Möbus, Geographischer Leitfaden. 4. Aufl. Berlin. Gärtner. 5 Sgr.

Spitzer, Geographie für Volksschulen. 12. Aufl. Wien. Mayer. 5 Sgr.

Vogel, Geographie für Mitttelschulen. 2. Aufl. Brünn. 1 Thlr.

Aufsatz- und Recensionenschau.

Zur Verständigung über die Frage nach der Ritter'schen Methode in unserer Schulgeographie v. A. Kirchhoff in d. Berl. Zeitschr. für Gymn.-Wesen XXV (V) Jan.-Hft. S. 10 (mit Angabe Ritter'scher Abhandlungen u. Werke für den Schulmann).

Lehrbücher der Planimetrie: v. Schweder (Riga 1867), Stegmann (Kempten 1867), Burbach (Weimar 1868), Ziegler (Landshut 1870), Beez (Plauen 1869), bespr. v. Krech ebendas. S. 60—68. Letzteres Werk besonders wegen geschickter Einverwebung der neueren Geometrie gerühmt.

Lehrbücher f. Arithmetik: von Brettner (worin die Vermischung der Bedeutung und Stellung des Divisors gerügt wird), v. A. Böhme, Uebungsbücher im Rechnen, Berlin b. Müller, worin der Recensent, gegenüber dem Verfasser, für die Decimalbrüche eine Lanze bricht. Von Dr. Kuckuk, Berlin ebendas. S. 68—75.

Handbuch d. neuesten Erdkunde v. Camerer, 1869, recens. von der Section des pädagog. Vereins für Erdkunde zu Dresden i. d. allgem. d. Lehrerzeitung 1870. Nr. 14. Zur Abwehr dagegen s. freis. Schulblatt aus Süddeutschland 1. Jahrg. 3. Hft. S. 238. von d. Verlagshandlung. Darauf derbe Zurechtweisung („eine saure Arbeit d. Kritik") v. Dr. S. Ruge i. d. allgem. d. Lehrerz. 1871. 6.

Briefkasten.

A) Allgemeiner: Die Redaction beabsichtigt in den „kleineren Mittheilungen" d. 1. Abth. eine Unterabtheilung: **„Schüleraufgaben"** einzurichten und zwar solcher, welche entweder sachlich od. methodisch od. geschichtlich ein besonderes Interesse bieten, namentlich mit Rücksicht auf schon vorhandene andere Lösungen, die zu citiren sind. Daselbst finden auch Verbesserungen (Druckfehlerangaben) renommirter Aufgabensammlungen (Heis, Martus u. s. w.) Aufnahme. — Weitere Zusendungen von Druckfehlern im 1. Bd. erwünscht.

B) Specieller: Hrn. Prof. *F.* in *F.* Druckfehlerverz. erhalten. Für Vorschlag danke, wird ausgeführt. — Hrn. Rector *F.* in *H.* Abhandlung findet sichere Aufnahme. — Hrn. Prof. *B.* in *S.* Die Besprechung der gesandten drei Bücher wünsche für's 3. Heft. Ihre Abh. im 2. Heft. — Hrn. Dr. *P.* in *W.* Besprechung d. Reden v. M. für's 2. Heft erwünscht. — Hrn. Dir. *M.* in *N.* Dankend erhalten. Unbedingt aufgenommen. Artikel a. Archiv erwünscht; ebenso der über Lehrerbildung auf Universitäten.

Zu dem Kapitel von den Incorrectheiten, die sich in die Sprache der Mathematik eingeschlichen haben.

Von J. C. Becker,
Professor der Mathematik am Gymnasium zu Schaffhausen.

Mit grosser Befriedigung habe ich den hierher gehörenden Artikel von Herrn Dr. Sturm in Bd. I S. 272 ff. dieser Zeitschrift gelesen, da er mir zeigt, dass ich nicht der einzige bin, welcher in dieser Hinsicht die in der Mathematik sonst übliche Strenge vermisst. Schon an zwei Orten habe ich mich über diese schwache Seite der mathematischen Lehrbücher ausgesprochen, nämlich in zwei Aufsätzen über Polyeder (Grunerts Archiv, XXXVIII, und Schlömilchs Zeitschrift, XIV). Nur wollte der Zufall, dass ich meine Beispiele gerade aus dem Buche genommen habe, welches Herr Dr. Sturm besonders rühmt als frei von den Fehlern, welche er rügt. Ich verkenne nun zwar keineswegs die grossen Vorzüge der „Elemente der Mathematik“ von Baltzer, möchte aber gerade deswegen hier nochmals und eingehender einige „Incorrectheiten“ in diesem Buche zur Sprache bringen. Denn die Fehler eines Werkes ersten Ranges sind von viel grösserer Tragweite als die mittelmässiger Werke, da sie gar leicht für Vorzüge gehalten werden.

Davon hat Herr Dr. Sturm selbst einen schlagenden Beleg geliefert durch seine Empfehlung der neuen Auffassung der Parallellinien als Linien, die sich in einem „unerreichbaren“ Punkte schneiden.

Ich gebe zwar zu, dass die Geometrie der Lage berechtigt ist, von dem unendlich fernen Punkte einer Geraden zu sprechen, und zwei Parallele als Linien zu definiren, die diesen Punkt gemein haben; auch bin ich von dem grossen Vortheil, den diese Ausdrucksweise vor der üblichen voraus hat („dass jetzt viele Sätze ganz allgemein ausgesprochen werden können, bei denen sonst immer Ausnahmen anzuführen waren, und dass manche scheinbar verschiedene Sätze sich jetzt in eine einzige Aussage zusammenfassen lassen“), vollkommen überzeugt. Aber darum ist „der unendlich ferne Punkt“ doch nur — eine blosse Fiction, und ebenso wenig reell, wie die imaginären Schnittpunkte zweier

Curven, die sich wirklich schneiden. „Zwei Gerade schneiden einander im Unendlichen“ heisst durchaus nichts andres, als „sie schneiden sich nicht“. Dass der Schnittpunkt zweier Geraden immer weiter fortrückt, wenn man die Stellung der einen durch Drehung allmälig in die der andern übergehen lässt, und nur in dem Falle, wo dies erreicht ist, gänzlich verschwindet, d. h. ins Unendliche rückt, hat zwar auf ganz ungezwungene Weise zur Fiction des unendlich fernen Punktes geführt, den dann die Geraden noch gemein haben, und der dann zugleich auf beiden Seiten eines jeden zugänglichen Punktes auf einer dieser Geraden liegt, oder vielmehr nicht liegt, weil er eben nur eine Fiction ist, und nicht wirklich existirt. Aber darum ist seine Einführung in die Wissenschaft nur als Fiction gerechtfertigt, und nur wegen der dadurch ermöglichten grösseren Uebersichtlichkeit und Allgemeinheit der Resultate.

Dasselbe gilt von allen übrigen unendlich fernen Elementen, und Reye nennt darum auch mit Recht den unendlich fernen Punkt in der Geraden, die unendlich ferne Gerade in der Ebene und die unendlich ferne Ebene im Raume uneigentliche Elemente dieser Gebilde, und das ist kein geringer Vorzug seines vortrefflichen Buches.

Ueberhaupt ist es durchaus nicht nothwendig, dass man irgend einen klaren Begriff der Elemente erst wieder los werden müsse, wenn man später die höhere Geometrie kennen lernt, wie Herr Dr. Sturm meint.

Vielmehr muss man sich im Gegentheil hüten, dass durch die in die höhere Mathematik eingeführten Fictionen die Grundbegriffe der Elemente nicht getrübt werden.

Man könnte sonst leicht auch innerhalb der höheren Mathematik selbst in grosse Confusion gerathen, da sie sehr Widersprechendes zu lehren scheint, wenn man blosse Fictionen für wirkliche Dinge nimmt.

So führt die geometrische Deutung der complexen Zahlen und die damit zusammenhängende Kreisverwandtschaft zu der Fiction des unendlich fernen Punktes einer Ebene, während die Verwandtschaft der Projectivität zwingt, die unendlich fernen Elemente einer Ebene als Punkte einer unendlich fernen Geraden aufzufassen. Und während die letztere

Verwandtschaft, sowie die analytische Geometrie, alle Geraden einer Ebene, auch die parallelen, sich je in einem Punkte schneiden lässt, muss man ihnen, mit Ausnahme der Parallelen, nach der Theorie der Kreisverwandtschaft, je zwei Schnittpunkte zuschreiben, wovon der eine überdies sämmtlichen Geraden einer Ebene, sowie überhaupt sämmtlichen unbegränzten Curven gemein ist.

Herr Dr. Sturm beklagt sich über den Mangel an Uebereinstimmung in einigen Bezeichnungsweisen. Es ist dies allerdings ein Uebelstand, dem wohl leicht abgeholfen werden könnte, wenn nicht eben fast jeder gerade die Ausdrucksweise für die beste hielte, welche er einmal gewohnt ist. Was speziel die Benennung der Winkelpaare betrifft, welche zwei Geraden einer Ebene mit einer dritten bilden, so möchte ich die sehr verbreitete Bezeichnungsweise empfehlen, wonach jeder einzelne dieser Winkel als innerer oder äusserer bezeichnet wird, je nachdem er zwischen den geschnittenen Geraden liegt, oder nicht, und jedes Paar als Gegen- oder Wechselwinkelpaar, je nachdem beide Winkel auf derselben Seite der schneidenden Linie liegen, oder der eine links, der andre rechts von derselben. Man hat danach innere, äussere und gemischte Gegen- und Wechselwinkel zu unterscheiden. Weil aber die gemischten Gegenwinkel besser als correspondirende oder entsprechende (auch gleichliegende) bezeichnet werden und von gemischten Wechselwinkeln nie die Rede ist, so dürften schliesslich die drei Namen, entsprechende Winkel, Gegenwinkel und Wechselwinkel, vollkommen ausreichen.

Sollte übrigens hierin keine Uebereinstimmung erzielt werden, so ist der Uebelstand kein sehr grosser, wenn nur in jedem Buche die Bedeutung der angewendeten Bezeichnung klar festgestellt ist. Aber dies ist mit manchen Ausdrücken durchaus nicht der Fall. So wird man kaum ein Lehrbuch finden, in dem nicht z. B. das Wort Kreis bald zur Bezeichnung der Kreislinie, bald zur Bezeichnung der Kreisfläche dient, und das sind doch sehr heterogene Begriffe. Eine ähnliche Unsicherheit herrscht in der Anwendung der Worte Kugel, Kegel, Ellipse, Polygon, Vieleck, Polyeder u. dergl.*)

*) Aehnlich ist es mit den Winkeln im Parallelogramm. Die diagonal gegenüberliegenden Winkel heissen hier gegenüberliegende, da ent-

Die alte Geometrie versteht unter einem ebenen Vielecke (Polygone) eine überall zusammenhängende von geraden Linien vollständig begränzte ebene Fläche. Dieser Begriff schliesst selbstverständlich Vielecke mit Umfangslinien, die sich selbst schneiden, aus. Die neuere Geometrie dagegen beschäftigt sich sehr wenig mit Polygonen im Sinne der Alten, wohl aber sehr viel mit gebrochenen, in sich selbst zurücklaufenden Linien, und hat darum diese als Vielecke bezeichnet, also mit demselben Wort einen ganz andern Begriff verbunden, so dass man sogar jetzt von Vielecken spricht, die sich selber schneiden!

Steiner unterscheidet in seinem fundamentalen Werke „über die Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander" vier verschiedene Arten von Gebilden, aus Geraden und Punkten: das einfache und das vollständige Vieleck und das einfache und das vollständige Vielseit. Für das Vieleck im alten Sinne bleibt ihm kein Wort mehr übrig, was in seinem Werke auch ganz überflüssig, da er davon nirgends zu sprechen hat. In der Elementargeometrie aber, und überhaupt überall da, wo beide Begriffe vorkommen, sollte man auch jeden mit einem andern Worte bezeichnen, und zwar scheint es mir in keiner Weise gerechtfertigt, dass man dem Worte Polygon oder Vieleck seine alte Bedeutung nimmt, vollends wenn man dabei den früher damit verbundenen Begriff ohne alle Benennung lässt, oder, wo man ihn nicht entbehren kann, gleichwohl auch mit dem nun doch einem andern Begriff zugetheilten alten Worte bezeichnet. Und gerade dieses letzte Verfahren scheint leider das übliche geworden zu sein, obgleich es, wenn man sich wörtlich an die einmal festgestellten Definitionen hält, bisweilen zu förmlichem Unsinn führt, wie ich an einem Beispiele zeigen werde.

Wäre es nun nicht viel zweckmässiger, wenn man dem Worte Polygon seine alte Bedeutung liesse und dagegen die Vielseite und Vielecke im Sinne von Steiner einfach als Steinersche Vielecke und Vielseite bezeichnete? Auch könnte man die einfachen Vielecke, im Sinne von Steiner, wenigstens, wenn sie sich nicht schneiden, nach Analogie von Kreislinie als Polygonlinien bezeichnen.

gegengesetzte, dort (sogar) Gegenwinkel! Die benachbarten Winkel im Parallelogramm, die sich zu 180° ergänzen, würden passend Nachbarwinkel oder supplementare Winkel heissen. D. Red.

Baltzer definirt:

„Unter Figuren (im weiteren Sinne) werden Systeme von Punkten oder Linien oder Flächen verstanden.“ (IV. Buch, §. 1, 7.)

„Geradlinige Figuren oder Polygone (Vielseite, Vielecke*) werden durch eine Reihe von Geraden gebildet, deren jede von der folgenden, die letzte von der ersten geschnitten**) wird; oder durch eine Reihe von Punkten, deren jeder mit dem folgenden, der letzte mit dem ersten durch eine Gerade verbunden ist. Die gemeinschaftlichen Punkte der aufeinander folgenden Geraden heissen Eckpunkte (Scheitel) des Polygons; die Strecken zwischen den aufeinander folgenden Eckpunkten heissen Seiten des Polygons; die Summe der Seiten bildet den Perimeter des Polygons.“ (§. 1, 8.)

Perimeter heisst Umfang; hat es aber einen Sinn, von dem Umfange eines Systemes von geraden Linien zu sprechen? Hier insbesondere geht nicht der Umfang um die Figur herum, sondern im Gegentheil die Figur um den Umfang, umfangen heisst sonst einschliessen, hier aber ausschliessen.

„Eine aus planen Polygonen bestehende geschlossene Fläche heisst ein Polyeder, mit Rücksicht auf den eingeschlossenen Raum ein (geometrischer) Körper.“ (V. Buch, §. 6, 1.)

Also ein Körper (sonst identisch mit begrenzter Raum) ist eine aus planen Liniensystemen zusammengesetzte Fläche mit Rücksicht auf den eingeschlossenen Raum!!

Dass natürlich dies nicht der Sinn ist, den Baltzer mit obigen Worten verbindet, ist klar; dennoch finden sich im Buche keine Anhaltspunkte, die berechtigen, ihnen einen andern Sinn beizulegen. Wenn im späteren Verlauf des vierten Buches von der Fläche gesprochen wird, die „der Perimeter eines ebenen Polygones einschliesst,“ und in Folge dessen zwei Polygone als gleich definirt werden, wenn sie gleiche Fläche haben, so wird damit jener Widerspruch nicht nur nicht aufgehoben, vielmehr abermals ein arger Verstoss gegen den Sprachgebrauch begangen. Im gemeinen Leben pflegt man zwei Dinge nur

*) Es ist unsicher, ob dies Unterarten, oder andre Worte für denselben Begriff sein sollen.

**) Also nicht begränzt; und doch schneiden alle einander, warum also diese selbstverständliche Bestimmung?

dann als gleich anzusehen, wenn das eine in allen Stücken gerade so beschaffen ist, wie das andre, eine blosse Uebereinstimmung in irgend einer Hinsicht, wird zwar auch durch das Wort gleich ausgedrückt, aber adverbial gebraucht, und bezogen auf die Qualität, worin die Uebereinstimmung stattfindet, z. B. gleich gross, gleichfarbig, u. s. w. Baltzer aber nennt zwei Systeme von Linien einander gleich, obwohl sie in gar keinem ihnen selbst zukommenden Merkmale übereinstimmen, bloss, weil zwei von ihnen begränzte Flächenstücke gleiche Grösse haben!

Wenn man zwei Polygone im Sinne der Alten gleich nennt, um sie als gleich gross zu bezeichnen, so kann man sich das etwa noch gefallen lassen, insofern die Grösse das wesentlichste Merkmal derselben ist. Richtig ist aber darum die Anwendung des Wortes gleich auch in diesem Falle nicht. Es ist überhaupt unbegreiflich, warum die deutschen Mathematiker, abweichend von denen aller andern Nationen, gleich mit gleich gross identificiren, was doch sonst gegen allen Sprachgebrauch ist. Das Wort gleich sollte man vielmehr statt des höchst unpassenden und überdies fremdländischen congruent gebrauchen. Gleich und ähnlich ist streng genommen ein Pleonasmus; denn Aehnlichkeit ist Gleichheit in Ansehung der Gestalt. Für gleich gross könnte man etwa, wie es in Frankreich, England und Italien üblich ist, gleichwerthig, oder falls man ein Fremdwort vorzieht, äquivalent setzen.

Ich wende mich nun noch zu einigen andern, wie mir scheint, meist sehr unklar gefassten Begriffen.

Die Gerade ist, wie jede andere Linie, durchaus nichts als die Gränze einer Fläche,*) kann aber als selbständiges Raumgebilde betrachtet werden, wenn man von der durch sie begränzten Fläche abstrahiert. Jedem Raumgebilde kommt nun als solchem ausser den Merkmalen der Gestalt und Grösse noch das der Stellung**) im Raume zu (oder in der Ebene, wenn es ein ebenes Gebilde ist), welches etwa als dasjenige Merkmal

*) Ich verweise hier auf meine kleine bei F. Schulthess in Zürich erschienene Schrift: „Abhandlungen aus dem Gränzgebiete der Philosophie und Mathematik," und zwar auf die dritte Abhandlung.

**) Wir würden lieber sagen Lage, weil mit Stellung immer stillschweigend der Begriff des Aufrechten (Vertikalen) verbunden wird. D. Red.

definirt werden könnte, das sich ändert, sobald das Gebilde in Drehung versetzt wird, wenn nicht Drehung und Stellungsänderung ein und dasselbe wäre. Dieses wesentliche Merkmal der Geraden findet man nun in den meisten Lehrbüchern der Geometrie zum grossen Nachtheil der Anschaulichkeit gar nicht erwähnt. v. Staudt hat den Begriff der Stellung in die Geometrie der Lage eingeführt, merkwürdiger Weise aber nur auf Ebenen angewandt. Wo er in der Planimetrie auftritt, ist er meistens durch das gänzlich unpassende Wort Richtung ausgedrückt, was zu vielfachen Unklarheiten führt. Einer Linie, als Raumgebilde, kommt eine Stellung, nicht aber eine Richtung, zu. Diese ist ein Merkmal der Bewegung oder andrer Thätigkeiten. Das Auge sieht einen Gegenstand in einer bestimmten Richtung, und ein bewegter Punkt, der von einer bestimmten Stelle aus immer in derselben Richtung gesehen wird, bewegt sich mit unveränderter Richtung. Die Bahn aber, welche dabei jeder einzelne seiner Punkte durchläuft, hat eine bestimmte Stellung, und nicht eine Richtung.

Auf jeder Geraden von bestimmter Stellung kann ein Punkt sich nach zwei entgegengesetzten Richtungen, bewegen, und diese ändern sich, sobald die Linie ihre Stellung ändert, sind aber darum keineswegs mit ihr identisch.

Ich gebe gerne den ausserordentlichen Vortheil zu, den das von Möbius in die Geometrie eingeführte Princip der Zeichen für dieselbe hat, kann es aber keineswegs billigen, wenn man dasselbe, wie Baltzer, an die Spitze eines Lehrbuches der Elemente stellt. Denn sobald man dieses Princip einführt, ist die Gerade nicht mehr selbst und als solche, sondern nur ein auf ihr von einem Punkte beschriebener Weg Gegenstand der Betrachtung. Einen solchen kann man als einen positiven oder negativen bezeichnen, wenn es sich darum handelt, auszudrücken, um wie viel und nach welcher Richtung sich dabei der Punkt von seiner Anfangslage entfernt hat.

Nun gibt es aber doch eine grosse Menge geometrischer Betrachtungen, bei denen man es ausschliesslich mit den Raumgebilden selber zu thun hat, und nicht mit Bewegungen auf denselben. Und mit allen diesen Untersuchungen hat der Begriff der Richtung und das Princip der Zeichen nichts, wohl aber oft der der Stellung zu thun.

Zwei Gerade sind parallel, sobald sie gleiche Stellung haben und sind gegen eine dritte gleich sehr geneigt, sobald sie in ihrer Stellung gleich sehr von ihr abweichen. Die grösste Abweichung in der Stellung zweier Geraden ist die, bei welcher sie aufeinander senkrecht stehen, d. h. so, wie eine senkrechte Linie auf einer wagerechten.*) Dass das Wort senkrecht (lothrecht) aus der Geographie und Naturlehre entlehnt worden, kann zu keiner Verwechslung führen, sobald dem Schüler klar gemacht wird, dass die Geometrie das Wort senkrecht nicht als Adjectiv, sondern als Adverb gebraucht, da sie damit nicht der Linie selbst, sondern ihrer Stellung gegen eine andre ein Merkmal zuschreibt, indem sie sie bezeichnet als eine solche, wie die jedermann bekannte einer Senkrechten gegen eine Wagerechte. Wenn etwa hier etwas nicht ganz normal ist, so ist es das, dass man die Linie selbst als eine Senkrechte bezeichnet. Denn es ist sonst nur üblich ein Ding durch ein hauptwörtlich genommenes Adjectiv zu bezeichnen, um dadurch das damit ausgedrückte Merkmal hervorzuheben, nicht aber durch ein Adverb, welches nur eine nähere Bestimmung eines Merkmals angibt, wie man ja auch nicht sagt „eine Schiefe“ um eine gegen eine andre schief geneigte Gerade zu bezeichnen. Dagegen muss ich es für eine Verbesserung nach dem Muster von Johann Ballhorn halten, wenn Baltzer statt der so bezeichnenden gebräuchlichen Worte senkrecht und lothrecht das Wort normal vorschlägt. Denn dies Wort heisst doch in aller Welt sonst so viel wie: „den gewöhnlichen Regeln entsprechend;“ man spricht von einem normalen Barometer- und Wasserstand, und nennt abnorm, anorm, oder anormal, was den gewöhnlichen Regeln widerspricht. Was hat aber dieser Begriff mit dem Senkrechtstehen zu thun? Dass man schon längst in der Lehre von den Curven oft normal statt senkrecht sagt, ist eben ein Missbrauch und gibt keinen Grund ab, dies Wort auch in den Elementen an die Stelle eines besseren zu setzen.

Die Definition des Wortes Winkel hat den Mathematikern von jeher viele Schwierigkeit gemacht; aber nur deshalb, weil

*) Dies drückt Bartholomäi (im Jahrb. des Vereins für wissensch. Pädagogik 1870 S. 172 „über die genetische Methode etc.“) in dem Satze aus: „das reine Seitwärts des Punktes C in Bezug auf AM ist das Loth CB auf AM.“

sie sich meist der anschaulichen Erkenntniss verschliessen. Der einzige Schweins scheint mir den Nagel auf den Kopf getroffen zu haben, als er den Winkel einfach als das durch zwei in einem Punkte zusammentreffende gerade Linien erzeugte offene Gebilde definirte, wozu allerdings das zwischenliegende Stück der Ebene gehört. Es ist aber gar nicht nöthig, dass man mit Bertrand dieses Bild ins Unendliche erweitert. Es ist dem gesunden Menschenverstand gar viel zugemuthet, etwas zugleich als unendlich, d. h. unbegrenzt, und doch als Grösse auffassen zu sollen. Das Unendliche lasse man ausser Betrachtung, zumal wenn es sich um so einfache Dinge handelt, wie den Winkel. Allerdings sagt man: „ein Punkt liegt in oder ausser einem Winkel, eine Gerade schneidet von dem Winkel ein Dreieck ab,“ und dergl., weil in der That zu der anschaulichen Vorstellung des Winkels auch der zwischen den Schenkeln liegende offene und eben darum auch beliebig zu erweiternde Flächenraum gehört. Wenn man aber von der Grösse des Winkels, oder von dem Winkel als einer Grösse spricht, so kann man doch wahrlich vernünftiger Weise nichts anderes darunter verstehen als den Drehungsabstand zwischen den Schenkeln. Falsch ist dagegen, wenn man ihn mit Euklid als „die Neigung von zwei Linien gegen einander,“ oder mit Schlömilch als den „Unterschied ihrer Richtungen“ bezeichnet. Ersteres ist falsch, weil, wie Schweins richtig bemerkt hat, die Neigung zweier Geraden durch das Verhältniss ihrer beiden Nebenwinkel bestimmt, und nur durch den kleineren derselben gemessen wird. Als Richtungsunterschied darf er, auch abgesehen davon, dass gerade Linien gar keine Richtung haben, schon deshalb nicht aufgefasst werden, weil die Richtung, und also auch der Richtungsunterschied gar keine Grösse ist. —

Ueber den chemischen Unterricht auf höheren Lehranstalten.

Von Dr. Müller in Spremberg.

Oft ist die Erfahrung gemacht und von meinen Herrn Collegen auch zu wiederholten Malen ausgesprochen worden, dass die Erfolge des chemischen Unterrichtes auf den höheren Lehranstalten im Vergleich zu anderen Disciplinen noch sehr gering seien, und wollte ich näher auf die Ursache dieses eigenthümlichen Missstandes eingehen, so bliebe mir nichts anderes übrig, als nochmals zu wiederholen, was andere bereits richtig erkannt und überzeugend dargelegt haben. Lassen wir es dennoch als feststehend gelten, dass einerseits der Mangel an genügenden Unterrichtsmitteln und an der erforderlichen Anzahl wirklich befähigter Lehrer, andererseits der Umstand, dass es bis jetzt an einer hinlänglich bewährten Methode und an einen bestimmten Lehrgange fehlt, die wichtigsten Ursachen jener relativen Erfolglosigkeit sind, so ergiebt sich daraus für sämmtliche Lehrer der Chemie die dringende Aufforderung, auf die Beseitigung dieser Uebelstände hinzuarbeiten. Treffender kann ich mich hierüber nicht aussprechen, als es bereits von Dr. Zwick*) in einer Abhandlung über den chemischen Unterricht geschehen ist und so sei es mir gestattet, seine Worte hier zu wiederholen. Er sagt: „Während man sich in einzelnen naturwissenschaftlichen Disciplinen angelegen sein liess, die Lehrform zu discutiren und womöglich naturgemässer zu gestalten, — wir erinnern nur an die Naturgeschichte und an die Physik — werden andre Zweige fast methodelos gelehrt. Hierher gehört vor allen Dingen die Chemie.“ Und weiterhin: „Es wäre an der Zeit, dass eine Verständigung darüber erzielt werde, in welcher Weise die besten und günstigsten Erfolge des chemischen Unterrichtes zu erreichen seien; hierdurch würde manchen

*) Pädagogisches Archiv v. Langbein. 10. Jahrgang. p. 247 ff.

Fachlehrern der Chemie, die nicht Gelegenheit hatten, ausgedehntere pädagogische und didactische Studien zu treiben, eine willkommene Erleichterung im Unterrichte werden. Oder geht es mit den chemischen Unterrichtmethoden, wie mit den Fabrikgeheimnissen? Will jeder das einmal gefundene Arkanum zur ausschliesslichen Benutzung haben und wacht er mit Argusaugen darüber, dass es ihm kein zweiter zu Nutz und Frommen ablausche? Fast scheint es so zu sein, denn die Aufforderung hat nur wenig Anklang gefunden, und obgleich ein anderer Fachmann*) dieselbe Bitte nochmals ausspricht, sind mir ausser den bekannten Schriften des Dr. R. Arendt nur eine geringe Anzahl von Schulprogrammen**) und einige Abhandlungen***) und kurze Bemerkungen in verschiedenen Zeitschriften zu Gesicht gekommen, die sich mit dieser wichtigen Frage beschäftigen.

Geleitet von der Ueberzeugung, dass nur durch eine öffentliche Besprechung der Bedingungen für die Ertheilung eines naturgemässen chemischen Unterrichts den oben erwähnten Mängeln mit der Zeit abgeholfen werden kann, spreche ich im Nachfolgenden meine Ansichten über Methode und Lehrgang, so wie über die erforderlichen Schritte zur Beseitigung der äusseren Hindernisse des chemischen Unterrichts in höheren Lehranstalten aus. Naturwissenschaftlichen Unterricht ohne Anschauungsmittel, vorzugsweise chemischen Unterricht ohne Experimente ertheilen wollen, hiesse Geometrie ohne Figuren oder Geographie ohne Karten lehren. Leider wird die Erfahrung so oft gemacht, dass an den höheren Lehranstalten in der unzureichendsten Weise den Bedürfnissen des chemischen Unterrichts Rechnung getragen wird. Vorzugsweise mag dies für die vielen in den kleineren Städten neugeschaffenen Lehranstalten

*) Dr. C. G. W. Stenzel. Jahresbericht der Realschule am Zwinger zu Breslau. Ostern 1863.

**) 6. Programm der k. k. deutschen Ober-Realschule in Prag 1867. Programm der Gymnasien zu Prenzlau 1870. Programm der Friedrich Wilhelms Schule zu Grünberg 1868. Programm der Handels-Lehranstalt in Dresden 1866. Jahresbericht der höheren Bürgerschule in Düren 1863. — Einige andere Programme habe ich auch auf schriftliche Bitte leider nicht erhalten!

***) Pädagogisches Archiv von Langbein. 12. Jahrgang pag. 252—272. Zum Lehrplan für den naturwissenschaftlichen Unterricht der Realschule von Dr. H. Müller in Lippstadt.

gelten. Bei ihrer Errichtung mögen wohl die von der Commune zu tragenden Lasten oft unterschätzt werden, der Etat der Schule steigt von Jahr zu Jahr und wenn endlich mit Einrichtung der oberen Klassen der Lehrer der Chemie seine Werkstätte zu beziehen wünscht, fehlt es meist schon am auskömmlichen Raum, sicher aber an der erforderlichen Einrichtung. Wie oft wird hier der Lehrer von Jahr zu Jahr vertröstet! Abhülfe wird versprochen, es wird wohl etwas angeschafft, aber es bleibt Flickwerk und Lehrer und Schüler opfern lediglich in Folge der ungünstigen äusseren Verhältnisse das Theuerste, was sie opfern können, Zeit und Gesundheit, beides ohne Erfolg.

Es sorge deshalb ein jeder Lehrer zunächst für genügende Unterrichtsmittel. Dem erprobten Lehrer werden seine mässigen Forderungen an massgebender Stelle sicher gewährt werden, um so mehr, da auch die Unterrichtsordnung für den chemischen Unterricht, ein geeignetes Local und die unentbehrlichen Unterrichtsmittel beansprucht.

Was sind nun aber mässige Anforderungen hinsichtlich des Locals und der Unterrichtsmittel?

Dem Lehrer der Chemie muss ein geeignetes Laboratorium und eine Sammlung von Unterrichtsmitteln, die sich nach und nach vervollständigen lässt, zu Gebote stehen.

Das Laboratorium muss

1) einer frequenten Klasse ausreichende Sitzplätze gewähren, die womöglich amphitheatralisch angeordnet sind,

2) müssen in demselben oder einem angrenzenden Raume mindestens für die Hälfte der Klasse Arbeitsplätze eingerichtet sein,

3) muss eine complette Einrichtung für qualitative und quantitative, für Maass- und Spectralanalyse vorhanden sein,

4) müssen alle Hülfsmittel vorhanden sein, die erforderlich sind, um die im Lehrgange vorgeschriebenen Versuche in anschaulicher Form anstellen zu können,

5) muss es eine Anzahl bequem eingerichteter Repositorien und Schränke, ein Dampfbad, ein Sandbad, ausreichende Ventilationsvorrichtung und wenn irgend möglich, Gas- und Wasserleitung besitzen.

Für Lehranstalten mit beschränkter Schülerzahl würde ein Laboratorium, wie es nach meinem Plane und nach meiner

Leitung an der Realschule in Spremberg gebaut und eingerichtet*) worden ist, vollkommen genügen.

Von nicht zu unterschätzender Bedeutung ist die dem chemischen Unterrichte dienende Sammlung:

Sie muss in folgende Theile zerfallen:

1) Sammlung der Elemente und ihrer wichtigeren Verbindungen. Sie muss dem Lehrer erlauben, möglichst sämmtliche Elemente und Verbindungen, die im Laufe des Unterrichtes erwähnt werden, vorzuzeigen; von den seltneren Elementen, wie Lithium, Cäsium u. s. w. genügt eine Verbindung, um die spectralanalytische Reaction zeigen zu können; andere wie die Metalle der Erden können, ausser dem Aluminium, ganz entbehrt werden.

2) Die naturhistorische Sammlung. Sie umfasst Naturkörper aus allen drei Reichen, die im Laufe des chemischen Unterrichts erwähnt werden. Theile dieser Sammlung, wie die Mineraliensammlung und eine Sammlung chemisch-technisch wichtiger Früchte und Samen, können mit der grösseren Schulsammlung vereint bleiben. Dagegen empfiehlt es sich, ein eigenes kleines Herbarium, sowie eine Sammlung der wichtigsten officinellen Pflanzentheile (die Samen und Früchte ausgenommen) in der im Handel gebräuchlichen Form anzulegen.

3) Die technologische Sammlung. Hierin sind die auf die wichtigeren Gewerbe bezüglichen Rohmaterialien, Zwischenproducte und fertigen Präparate aufzunehmen. Die Sammlung muss auch die wichtigsten der am Orte betriebenen Industriezweige umfassen, selbst wenn im Unterrichte nicht auf sie eingegangen werden kann. Hieran schliesst sich:

4) eine Sammlung von Modellen und Zeichnungen wichtiger Apparate, industrieller Einrichtungen u. s. w. Unterstützung durch den Zeichenlehrer, der Zeichnungen aus Lehrbüchern im vergrösserten Massstabe von besonders befähigten Schülern der oberen Klassen ausführen lassen kann, ist für diese Sammlung unentbehrlich. Derartige Sammlungen können nur nach jahrelangem Bemühen des Lehrers die erforderliche Vollständigkeit erlangen, da ja die verlangten Objecte im Handel meist nicht

---

*) Ausführlich (nebst dem erforderlichen Plane) beschrieben im Programm der Realschule zu Spremberg. 1870.

zu haben und überhaupt schwierig, durch Reisen und durch Unterstützung seitens der Industriellen und Gewerbetreibenden zu beschaffen sind, doch scheint mir eine derartige Sammlung unentbehrlich und die Erfolge werden die Bemühungen belohnen. Als Vorbedingung ist allerdings ein angemessener Raum mit geräumigen bequem eingerichteten Schränken erforderlich, in denen die Sammlung zweckmässig, d. h. so aufgestellt werden kann, dass sie sich wohl conserviren und leicht übersehen lässt.

Von besonderem Nutzen können die Sammlungen den Schülern nur dann werden, wenn ihnen die Betrachtung derselben auch ausserhalb der geringen Anzahl von Unterrichtsstunden gestattet ist. Die chemischen Lehrstunden werden durch den theoretischen Theil des Unterrichtes, durch oftmals zeitraubende, aber unentbehrliche Experimente und durch praktische Uebungen so sehr abgekürzt, dass dem Lehrer selbst für die wichtigeren Industriezweige nur sehr wenig Zeit übrig bleibt. Ein einmaliges, wenn auch sorgfältiges Betrachten der auf einen Industriezweig bezüglichen Produkte wird aber immerhin von zweifelhaftem Werthe sein, da bei der Fülle der Objekte die einzelnen dem Gedächtnisse zu schnell entschwinden. Angesichts dieser Thatsachen hat der Professor Dr. E. Willigk an der k. k. deutschen Ober-Realschule in Prag ein neues Lehrmittel geschaffen, das sehr wohl geeignet ist, dem Schüler ein Gesammtbild der auf Chemie basirenden Industriezweige und Fabrikationen in ihrem wechselseitigen Verhältnisse zu geben. Dasselbe besteht aus einer zweckmässigen Zusammenstellung eines Theiles der Sammlung in hölzernen vorn mit Glas verschlossenen Kästen, sogenannten Tableaux,*) welche leicht transportabel sind und an einem Orte aufgehängt werden, den der Schüler nach der Schul- und Hausordnung täglich betritt.

Die geräumigen hellen Corridors der genannten, vorzüglich ausgestatteten Anstalt gewähren allerdings zum Aufhängen dieser Tableaux einen Raum, wie er an anderen Anstalten selten gefunden werden wird, indessen befindet sich in jedem Schulgebäude soviel Platz, dass wenigstens ein Theil der Tableaux den Schülern zugänglich gemacht werden kann, so dass ja nach

*) 6. Programm der k. k. deutschen Ober-Realschule in Prag 1867. Ueber Unterrichtsmittel in der Chemie von Dr. E. Willigk.

dem Lehrgange dieselben von Zeit zu Zeit durch andere zu ergänzen wären. Indem ich zum weiteren Nachlesen auf die Originalabhandlung verweise, möchte ich die Aufstellung der Tableaux nach Angabe des Dr. Willigk sämmtlichen höheren Lehranstalten, zum Theil auch in ihrer Ausdehnung auf die Naturbeschreibung den Gymnasien*) empfehlen. Schon die jüngeren Schüler werden so Gelegenheit finden, die Formen frühzeitig aufzufassen und mit einem grösseren Vorrathe von Anschauungen in den chemischen Unterricht eintreten, die älteren aber werden dadurch in den Stand gesetzt, das einmal Erlernte ihrem Gedächtnisse immer einzuprägen und selbst kurze Andeutungen bis zur deutlichen Vorstellung hinzuführen. Ueber den Mangel an einer genügenden Anzahl befähigter Lehrer hat sich bereits Dr. Arendt**) ausführlich ausgesprochen. Nach seiner Ansicht befindet sich der Unterricht zwar fast ausschliesslich in den Händen von Fachmännern, denselben geht aber von vorn herein meist die pädagogische Bildung ab, da sie auf der Universität gewöhnlich nicht beabsichtigen, sich dem Lehrfache zu widmen. In Anbetracht der Nothwendigkeit einer pädagogischen Ausbildung vermisst derselbe auf der Universität die Gelegenheit, ausreichende Uebung in der Anstellung von Vorlesungsversuchen zu erlangen, und knüpft daran den Wunsch nach Gründung einer akademischen Lehrstelle, die es dem künftigen Lehrer der Chemie möglich machen soll, die wichtigsten und schwierigsten Versuche unter sicherer Leitung anzustellen, sowie übungsweise den Inhalt seines Faches methodisch zu zergliedern.

Derartige Uebungsanstalten bestehen übrigens in dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Seminar in Halle, und in dem naturwissenschaftlichen Seminar in Bonn schon seit Jahren. In beiden Seminarien wird Uebung im Experimentiren und im Lehrvortrage geboten, in beiden werden die Mitglieder zu Referaten über naturwissenschaftliche Schriften älterer und neuerer Zeit und zur Uebung in der methodischen Behandlung ihres Faches angehalten. Im Vergleich mit den Uebungen in

*) Als mein unübertreffliches Beispiel erinnere ich an die Tableaux in der k. k. zoologischen Sammlung in Wien.

**) Dr. Arendt. Organisation, Technik und Apparat des Unterrichtes in der Chemie an niederen und höheren Lehranstalten. Leipzig, 1868.

anderen Seminarien wird den Mitgliedern allerdings nur wenig geboten werden können, denn welche Methode soll ihnen in die Hand gegeben werden, da bei der Jugend des chemischen Unterrichts sich überhaupt noch keine in der Praxis hat bewähren können. Die Methode entsteht nicht am Schreibtische, sondern in der Schule, wir dürfen sie nicht von den Universitätslehrern erwarten, sondern müssen sie uns selbst schaffen.

Ein besonderer praktischer Cursus zur Uebung in der Anstellung von Vorlesungsversuchen, mag wohl im Allgemeinen nicht erforderlich sein. Ein Chemiker von Fach wird während seiner Universitätszeit doch mindestens 4 Semester lang das sogenannte grosse chemische Prakticum besucht d. h. mit Ausschluss der Ferienzeit zwei Jahre lang täglich mindestens 4 bis 5 Stunden, meistens aber viel länger praktisch gearbeitet haben. Während dieser Zeit hat er an unzähligen Präparaten und Analysen Accuratesse und Sauberkeit der Arbeit gelernt, er hat auch sicher Gelegenheit gefunden, selbst complicirte Apparate, die in allen ihren Theilen auf das genaueste schliessen müssen, zusammenzusetzen, er hat Glas biegen, ausziehen und vielleicht auch blasen, und mit explosiven und der Gesundheit nachtheiligen Verbindungen umgehen gelernt. Für solche, die hieraus noch nicht die nöthige Fertigkeit im Experimentiren erlangt haben, mag ein solcher Cursus wohl erwünscht sein, wünschenswerther aber wäre es, wenn sie auf das Unterrichten in der Chemie überhaupt verzichteten. Selbstverständlich wird der gewissenhafte Lehrer selbst durch die grösste Fertigkeit, die er sich schon angeeignet hat, noch nicht von der Pflicht entbunden, die Vorlesungsversuche rechtzeitig vorzubereiten, und wenn er von ihrem Gelingen nicht sicher überzeugt ist, sie für sich durchzuprobiren.

Viel häufiger, als das Vermögen sicher zu experimentiren, wird bei dem Lehrer der Chemie die rechte Behandlung des Lehrstoffes vermisst werden. Es werden in dieser Beziehung aber auch an keinen Lehrer so grosse Anforderungen gestellt, wie an ihn. Er muss den Unterricht genau dem Gange des Versuches anzupassen verstehen, der doch auch selbst seine ganze Aufmerksamkeit in Anspruch nimmt. Der Versuch allein genügt bei weitem noch nicht, die Sinne der Schüler sind

vielmehr meist so stumpf,*) dass sie erst der Lehrer durch den Dialog in den einzelnen Phasen des Versuches auf das richtige Erkennen hinzuleiten hat. Da ich selbst nicht Gelegenheit gehabt habe, an den Uebungen in einem der genannten Seminarien Theil zu nehmen, muss ich mich eines weiteren Urtheils über dieselben enthalten, nach den Reglements**) derselben dürften sie indessen den oben genannten Wünschen entsprechen und es bliebe nur zu bedauern, dass dergleichen Seminarien nicht an allen Universitäten eingerichtet sind.***) Es fehlt aber nicht nur an pädagogisch erfahrenen, sondern auch an wissenschaftlich genügend vorgebildeten Lehrern. Da mir das statistische Material zur Feststellung des Verhältnisses der Lehrstellen, mit denen der chemische Unterricht verbunden ist, zu der Anzahl der *pro facultate docendi* in der Chemie geprüften Lehrer, nicht zur Hand ist, beschränke ich mich auf einen Vergleich folgender Zahlen: Nach Dr. Mushackes Schulkalender für 1870, haben wir in Preussen 282 Schulen im Range eines Gymnasiums oder Progymnasiums, darunter 28, die mit einer anerkannten Realschule oder höheren Bürgerschule verbunden sind und andere, an denen bereits einzelne Realklassen eingerichtet sind; ferner 219 Realschulen, höhere Bürger- und Stadtschulen, und 33 polytechnische und Provinzialgewerbeschulen. Erfahrungsgemäss nehmen aber auch andere Schulen, wie höhere Töchterschulen,†) Mittelschulen, gehobene Bürger- und Privatschulen, (von denen nur einzelne im Schulkalender angeführt sind) Schulen im Auslande u. s. w. die in Frage kommenden Lehrerkräfte in Anspruch, und mancher Lehrer mit einer vollgültigen Facultas in der Chemie wird als Lehrer der Naturwissenschaften an einem Gymnasium angestellt. Dem Bedürfnisse gegenüber standen nun aber im Jahre 1868††) 5 Lehrer, die ein Zeugniss ersten Grades für

---

*) Raumer's Geschichte der Pädagogik. Stuttgart. 1857. III, 351 und IV. 259.

**) Dr. Wiese Verordnungen und Gesetze II, 42 und 48.

***) Das in Königsberg bereits 1834 eingerichtete Seminar ist 1852 wegen Mangel an Theilnahme eingegangen.

†) Verfasser selbst war mit einem vollgültigen Zeugnisse für Chemie und beschreibende Naturwissenschaften längere Zeit an einer höheren Töchterschule angestellt.

††) Dr. Wiese. Das höhere Schulamt in Preussen II. pag. 620.

Chemie und beschreibende Naturwissenschaften erlangt hatten und 13 Lehrer mit Zeugnissen niederer Grade.*) Darf man da wohl annehmen, dass sämmtliche Stellen mit Fachlehrern besetzt sind?

Die Ursache dieses Missstandes mag zum Theil in der Vernachlässigung liegen, welche die Naturwissenschaften auf den höheren Lehranstalten erfahren, die zum Universitätsstudium vorbereiten. Angesichts der Verheissung, dass für die Zukunft auch den Real-Abiturienten das Studium der Naturwissenschaften und der Mathematik gestattet sein soll, darf ich wohl einen Theil der gewiss berechtigten Klagen unterdrücken, kann mir aber nicht verhehlen, dass es unseren zukünftigen auf Realschulen vorgebildeten Collegen schwer genug werden wird, sich im Kreise der „classischen Philologen" eine volle Anerkennung zu erwerben. Soviel auch der hohe Werth und die eminenten Leistungen der Naturwissensckaften, insbesondere der Chemie, gerühmt werden, so wenig kann man sich doch dazu entschliessen, ihnen auch an den Gymnasien eine sichre Stellung einzuräumen, und selbst auf den meisten Realschulen gewöhnen sich die Schüler leicht an den Gedanken, dass ihre Leistungen in den naturwissenschaftlichen Fächern weder bei den Versetzungen, noch bei der Abgangsprüfung, einen Ausschlag zu geben im Stande sind.

Leider muss ich die Erfahrung aussprechen, dass die Nichtachtung der Naturwissenschaften, vorzüglich auf den Gymnasien, durch die Herrn Collegen, denen der Unterricht in andern Fächern anvertraut ist, nicht selten geradezu gepflegt wird. In keinem Zweige des Wissens habe ich die Unkenntniss selbst Schülern gegenüber unbefangener aussprechen hören, als in den Naturwissenschaften, und selbst hochverdiente Lehrer scheuten sich nicht auf dem Gymnasium meine Neigung für die Naturwissenschaften zu bespötteln und meine Beschäftigung mit denselben als Zeitvergeudung zu bezeichnen. Ja noch mehr, bezeichnete doch selbst der ehemalige Präses einer wissenschaftlichen Prüfungs-Commission, eine auf seinem Ge-

*) Im folgenden Jahre (1869) sind nach Stiehls Centralblatt (Dezemberheft S. 718) nur zwei Candidaten mit einem Zeugnisse 1. Grades, sechs und vier mit Zeugnissen resp. 2. u. 3. Grades durchgekommen. (Nachträgl. Bem. d. Verf.)

biete mit Recht gefeierte Persönlichkeit, die Erfolge der Chemie als „blauen Dunst“ und wusste er doch so manchen seiner speciellen Schüler geradezu vom Besuche des chemischen Laboratoriums abzuhalten.*) Wohl ist seitens des königl. Unterrichtsministeriums die mangelnde Würdigung der Naturwissenschaften anerkannt und Abhülfe erstrebt worden,**) indessen ist der Erfolg der getroffenen Massregeln weit hinter den Wünschen zurückgeblieben und wird es bleiben, so lange man den Naturwissenschaften nicht auch auf den Gymnasien eine grössere Berechtigung einräumt und solange eine gewisse Bekanntschaft mit denselben nicht auch von jedem Lehrer bei dem Examen. *pro facultate docendi* gefordert wird.

(Schluss folgt.)

---

*) Wir wollen zur Ehre der obersten Unterrichtsbehörde annehmen, dass dieser Vorfall nicht zu ihrer Kenntniss gelangt sei, sonst hätte diese grobe Pflichtverletzung mindestens eine scharfe Rüge und im Wiederholungsfalle schärfere Behandlung nach sich ziehen müssen. Wenn aber etwa das Unterrichtsministerium gegen solche Missbräuche absichtlich nicht einschreitet, dann muss es scheinen, als sei es mit diesem Gebahren einverstanden. D. Red.

**) Das Ministerial-Rescript vom 2. Dec. 1842 an die Regierungsbevollmächtigten an den Universitäten ordnet naturwissenschaftliche Vorlesungen für zukünftige Lehrer an.

Kleinere Mittheilungen.

Aphorismen

von H. Bolze.

1.

Ueber die Einheit des mathematischen Unterrichts.

Die Aufsätze der Herren Sturm und Fahle im 4. Hefte d. I. Bd. dieser Zeitschrift machen neben ihrem Hauptzwecke auf einen Umstand aufmerksam, welcher oft eine Ursache sein kann, dass der mathematische Unterricht an einer Anstalt nicht gedeihen will, obgleich die einzelnen Lehrer in ihrer Weise eifrig und tüchtig sein mögen. Es ist dies der Mangel an Einheit in Ausdruck und Methode durch alle Klassen von Sexta bis Prima. Der Repräsentant dieser Einheit muss derjenige Lehrer sein, welcher die Abgangsprüfung zu leiten hat, denn er allein ist für die Leistungen der ganzen Anstalt der Wissenschaft, den Behörden, dem Publicum gegenüber verantwortlich; also steht ihm auch zu, massgebend bis in die unterste Klasse einzuwirken. Wenn er dies mit Geschick und Humanität thut, so wird er dadurch weder mit dem Direktor in Conflikt gerathen, dem er ja eine Arbeit abnimmt, noch mit den Lehrern, welche er sich gewiss zu Danke verpflichtet. Die Sache lässt sich auf rein praktischem Wege erledigen. — An der Schule, wo ich unterrichte, habe ich vor Jahren eine umständlich ausgeführte Instruktion für den Rechen- und den mathematischen Unterricht (acht Bogen lang) aufgesetzt, welche in den Gymnasialakten niedergelegt ist. Bevor dieselbe fest niedergeschrieben wurde, fanden eingehende Besprechungen darüber statt. Seitdem hat das Lehrerpersonal in den unteren Klassen oft gewechselt. So wie ein neuer Lehrer eintritt, schreibt er sich sein Pensum aus der Instruktion ab, und dann wird es mit ihm in Privatbesprechungen genau durchgenommen. Zur Controle, dass Alles ordnungsmässig geschieht, gebe ich gegen Ende des Semesters Versetzungsaufgaben für alle Klassen, welche aufgeschrieben und in einem dazu angelegten Hefte aufgehoben werden, damit aus diesen ein angehender Lehrer wenigstens das Ziel seiner Klasse ersehe. Die Versetzungsarbeiten sehe ich alle allein durch und beurtheile sie nach Form und Inhalt. Findet sich dann, dass ein Lehrer sein Pensum nicht richtig erfüllt hat, so wird der Cursus noch einmal mit ihm durchgenommen, und

wenn auch dies nichts hilft, nun so ersucht man den Direktor der Anstalt, eine Aenderung eintreten zu lassen, einen tüchtigen Mann sucht man aber zu halten mit allen Kräften.

Ich kann an dieser Stelle eine Bemerkung über die Besetzung der mathematischen Lehrstellen nicht unterdrücken. An jeder Schule dürfte durchschnittlich das Bedürfniss durch zwei mathematische Lehrer gedeckt sein. Der Oberlehrer mag seine oberen Klassen bewirthen, und für den Unterricht von Tertia abwärts sind die Kräfte eines Elementarlehrers vollkommen ausreichend.*) Es giebt unter denselben lehrtüchtige Männer genug, welche eine solche Stelle sehr gut auszufüllen im Stande sind. Sollte es wirklich an wissenschaftlichen Kenntnissen mangeln, so wird der Oberlehrer mit geringer Mühe einen solchen Mangel beseitigen können; dafür hat er aber auch dann einen Hilfslehrer, der ihm für alle Fälle bleibt und der selbstverständlich mit ihm in einem Sinne arbeiten muss. Wenn ein eintretender Candidat die volle Berechtigung durch seine Staatsprüfung nicht erworben hat, so ist doch kein rechter Zug in ihm, besitzt er diese Berechtigung aber, so wird er nicht zu lange an einer Anstalt bleiben, an welcher er doch nicht aufsteigen kann. So hat man immer Wechsel und immer neue Einrichtungen.

Man könnte einwenden, dass die angedeutete Instruktion zu einem Pedantismus führen müsste, wenn der Oberlehrer sie in seinen jüngeren Jahren aufgesetzt hätte und nach einem Menschenalter noch mit eiserner Strenge an ihr festhielte. — Dagegen hilft kein anderes Mittel, als dass man sie mit seinen Collegen nach einigen Jahren wieder durchsieht und dann ändert, was man besser machen kann, und dies ist ganz natürlich und nothwendig, denn „Alles ist dauerlos“ hatte der alte Buddha gesagt, als er starb. Der berühmte pedantische Mathematikus des Lustspiels dürfte nur noch in sehr wenigen Exemplaren auf der Erde herumwandeln. Unsere Wissenschaft ist durch ihre Anwendung auf die Naturkunde und die Technologie praktischer geworden und fühlt das Bedürfniss einer fortgehenden Entwicklung. Ja selbst die Schüler veranlassen durch ihre tausend Fragen den Lehrer zu Aenderungen und Verbesserungen. Wie kann auch Jemand, der durch seine Wissenschaft mitten in der Fluth der menschlichen Strömung steht, der durch seine Kenntniss der Natur mit dem Bürger in vielfache Beziehung tritt, zu einem antediluvianischen Gerippe versteinern! Solche Zeiten sind für den Mathematiker ein überwundener Standpunkt. — Wer sich über den Mangel an Einheit des Unterrichts in seiner Schule beklagt, der ist selber schuld daran, und wer erlebt, dass die Schüler der oberen Klasse die Elemente vergessen, der hat in Wiederholungen seine Pflicht vernachlässigt.**)

---

*) Nach der gegenwärtigen Seminarbildung bezweifeln wir dies.

**) Diese Rüge passt nicht zu der in 2. geforderten Lektionenkürzung, weil gerade die gerügte Unterlassungssünde ihren Hauptgrund in Zeitmangel hat. D. Red.

2.

Ueber die Dauer der Lektionen.

Als ich ein Knabe war, hatte ich vor jeder Lehrstunde eine Viertelstunde frei. Jetzt bin ich über ein Menschenalter Lehrer und habe als solcher auch manches Jahr meine Freiviertelstunde genossen, bis endlich die Verordnung erschien, dass von den sechs Lektionen eines vollen Tages vier zu 55 Minuten und zwei zu 50 Minuten gehalten werden sollten, so dass also an Lehrzeit in einem einzigen Tage eine ganze Lektion von 50 Minuten mehr herauskam. „Wie viel muss sich da lehren und lernen lassen," sagte man. „Ach die Buben werden in der vollen Viertelstunde so wild, dass man sie gar nicht wieder in Ordnung bekommt." — Was zunächst den zweiten Punkt anbetrifft, so bin ich fest überzeugt, dass der Lehrer, welcher die Schüler nach der Viertelstunde nicht in fester Zucht gehabt hat, sie auch nach den fünf Minuten nicht in Ordnung bringen wird. Durch das freie und unbeaufsichtigte Umhertummeln erstarkt der Knabe am Körper und Geist, ja am Charakter. Der Gegensatz des Unterrichts zum Spiel ist so gross, dass derselbe unbedingt von jedem Schüler gefühlt wird, und von jedem tüchtigen Lehrer eingeschärft und zum vollkommen klaren Bewusstsein gebracht werden kann, wenn es an diesem Gefühle fehlen sollte. Mögen sie toben! Sie sitzen dafür hernach desto ruhiger. Ich selbst könnte aus der Zeit der Freiviertelstunden eine reiche Sammlung erlebter Schulanekdoten mittheilen. Das ist eine Art Poesie, welche der jetzigen Schuljugend ganz abgeht. Man verursacht durch zu grosse Strenge in der Führung der Jugend, dass ein grosser Theil der jungen Leute hernach, der Fesseln ledig, die Freiheit missbraucht oder in philisterhafter Charakterlosigkeit ein zu normalmässiges und darum zu armes Leben führt.

Ich komme zu der andern Frage, ob in den 50 Minuten Mehrunterricht an einem Tage auch wirklich mehr gelehrt oder gelernt wird. Meine eigene Erfahrung spricht dagegen. Ich habe nie aufmerksamere Schüler gehabt, als zur Zeit der Freiviertelstunden. Ja ich musste nach Verlust derselben, um sie nur bei voller Spannung zu erhalten, eine gewisse List anwenden, um noch innerhalb der Lektion Erholungspausen herbei zu führen. Die gebräuchlichste für den Mathematiker ist die, dass er nach einem vollendeten Satze mit abgewandtem Gesicht langsam und mühsam die Wandtafel abputzt und sich nicht umsieht, wenn auch hinter seinem Rücken ein leises Kichern unterdrückt oder ein dumpfer Puff hörbar wird mit obligatem Seufzer. Das sind ja die Ergötzlichkeiten der Jugend! — Man kehrt sich wieder um, und der neue Satz kann beginnen. — Andere Pausen kann man durch eingeschaltete Privatgespräche mit einzelnen Schülern herbeiführen. Die unzweckmässigste Art ist aber, kleine Unarten aufzumutzen und darüber lang und breit zu schelten. Solche

Kunstpausen fördern den Unterricht gar nicht. Alle diese Kunststücke waren früher nicht nöthig.

Ich habe die Klage über das Nichtaushalten des Schülers mit seiner Aufmerksamkeit auf volle 55 Minuten vorzugsweise von Mathematikern, sehr selten nur von Philologen gehört. Ich glaube aber, dass diese Herrn die Unaufmerksamkeit nicht so scharf bemerken wie wir, die wir als gelernte Optiker sehr wohl wissen, dass Augen mit richtiger Parallelstellung der Axen nichts wahrnehmen, wenn sie auch noch so artig auf den Lehrer gerichtet sind. Die Herrn würden ja sonst nicht im Stande sein, gleich zwei Stunden hinter einander ohne Pause zu geben, wie dies von den Ordinarien, welche die Stunden nach der Reihe in ihrer Klasse haben, wohl zuweilen geschieht. — Sollte der philologische Unterricht wirklich so sehr viel leichter sein, als der mathematische? — Ich bezweifle dies. — Wenigstens habe ich bei Vertretungsstunden in Horaz und Homer einen solchen Unterschied nicht gemerkt. — Ich finde in Uebereinstimmung mit vielen mathematischen Lehrern, dass unsere Lehrstunden wirklich zu lang sind. — Tadelt man doch einen Geistlichen, wenn er länger als $^3/_4$ Stunden predigt, weil man behauptet, länger könne die andächtige Gemeinde nicht scharf aufpassen. — Ach und so manches fromme Mitglied derselben wiegt sich ohne Gewissensbisse schon nach der ersten Viertelstunde in den süssesten Träumen, durch keine aufschreckende Querfrage gestört. — Nein wir müssen wieder zu kürzeren Lektionen und zu längeren Pausen zurückkehren. Wir erhalten uns dadurch frischere Schüler und frischere Lehrer und lernen und lehren wenigstens eben so viel wie bei der jetzigen Ordnung der Dinge. Und wir Mathematiker müssen für die Sache in Agitation treten, weil wir, wie es scheint, am meisten von dem Uebelstand zu leiden haben.

Ein Paar Notizen zur mathematischen Bezeichnung.*)

Von Dr. Schwarz.

1.

Die Stellung des Multiplicators.

Von dem Inhalte der mathematischen Wissenschaften lebt freilich nur wenig im allgemeinen Volksbewusstsein: aber soweit dies der Fall ist, sollte auch die Nomenclatur und Bezeichnung derselben sich möglichst an die Volkssprache anlehnen. Viel ist hierin freilich nicht mehr zu ändern: aber immerhin sind einzelne Punkte schwankend und erfolgt deren definitive Regelung jedenfalls am passendsten auf Grund des aufgestellten Principes.

---

*) Diese beiden kleinen Aufsätze sind angeregt durch Kobers Recension v. Schwarz Grundzüge Bd. I S. 421.

Schwankend ist namentlich die schriftliche Bezeichnung der Multiplication. Sehr viele Schriftsteller, vielleicht die Mehrzahl (z. B. Bretschneider, Gallenkamp, T. Müller, Baltzer u. a. m.) setzen den Multiplicandus *vor* den Multiplicator, so dass das Product $3 \cdot 4$ als der abgekürzte Ausdruck der Summenformel $3 + 3 + 3 + 3$ erscheint; andere (z. B. M. Cantor in seinen vortrefflichen Grundzügen zur Elementararithmetik, Koppe, Schellen in seinen mustergültigen Materialien für den Rechnenunterricht) schreiben gerade umgekehrt $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \cdot 3$; einige endlich wechseln principlos zwischen beiden Bezeichnungen ab. Eine genauere Betrachtung der einschlagenden Thatsachen führt darauf hin, dass der Multiplicator am passendsten *vor* und der Multiplicandus *hinter* das Malzeichen zu setzen sei. Nämlich

1) indem man sagt, „3 multiplicirt mit 4“, ist freilich die Bezeichnung $3 \cdot 4 = 3 + 3 + 3 + 3$ angezeigt: aber der vorstehende Ausdruck ist einer fremden Sprache entnommen und auch die Uebersetzung desselben durch „3 *vervielfacht oder vervielfältigt mit* 4“ hat kein eigentliches Bürgerrecht in unserer Sprache erlangt; man fühlt immer noch heraus, dass dies nicht der natürliche Ausdruck ist.

2) Die ursprünglich deutsche Bezeichnung der Multiplication ist die mit der Wiederholungssilbe „*mal*“, welcher der Multiplicator angehängt wird, z. B. dreimal 4 oder 4 dreimal genommen $= 3 . 4$. Entsprechend steht in zusammengesetzten Zahlwörtern der Multiplicator immer *vor* den Multiplicandus, z. B. zweihundert = zweimal Hundert oder zwei Hunderte $= 100 + 100$, vierzig $= 4 . 10$ oder 4 Zehner, dreitausend = dreimal tausend u. s. w. Auch das Ein mal Eins ist diesem Sprachgebrauche nachgebildet.

3) Jede benannte Zahl ist am natürlichsten als das Product der betreffenden Einheit mit einer abstracten Zahl aufzufassen. z. B. 4 ℳ = 4 · 1 ℳ = 1 ℳ + 1 ℳ + 1 ℳ + 1 ℳ. Auch *hier* wird also der Multiplicator allgemein *vor* den Multiplicandus gesetzt.

4) Ausdrücke wie $3\,x$ und $4\,x$ werden vielfältig, z. B. auch in der bekannten Aufgabensammlung von Heis, addirt und subtrahirt, noch ehe die eigentliche Multiplication und insbesondere der Satz von der Vertauschbarkeit der Faktoren abgehandelt ist. Dies setzt die Bezeichnung $3\,x = x + x + x$ und $4\,x = x + x + x + x$ voraus, bei welcher 3 und 4 als Multiplicatoren gelten.

Also auch, wenn man sich entschliesst den Multiplicandus vor den Multiplicator zu setzen, kann man um einige Fälle nicht herum kommen, in denen die entgegengesetzte Stellung statt findet: diese letztere ist hierdurch als die einzig richtige gekennzeichnet.*)

---

*) Diese Ausführungen des Herrn Verfassers scheinen uns sehr zutreffend! D. Red.

2.

Die Methodik der Volksschule.

Zu den verwirrenden Momenten, welche in die arithmetische Nomenclatur einzugreifen versuchen, gehört auch die Methodik der Volksschule. Gewiss, die Verdienste derselben um den Rechnenunterricht sind nicht gering anzuschlagen: namentlich die Behandlung des von den ersten Zahlen gebildeten Zahlenkreises ist mustergültig, indem sie den ganzen wissenschaftlichen Lehrstoff in anschaulichster Form verarbeitet vorführt. Nicht das gleiche Lob ist in Bezug auf die weitere Unterweisung in den vier Species auszusprechen, wo die practische Abrichtung zum Kopf- und Zifferrechnen, mitunter auch blos zum Zifferrechnen, im Vordergrunde steht und ein guter Theil der bereits gewonnenen Einsicht der Schüler geradezu verloren geht. Ganz besonders unangenehm tritt aber die Neigung hervor, durch kleine pädagogische Kunstgriffe um einzelne Schwierigkeiten, welche der Einprägung des Lehrstoffes entgegenstehen, herum zu kommen, und die Rücksichtslosigkeit, mit welcher hierbei die allgemeine in der Wissenschaft eingeführte Bezeichnungsweise umgestossen wird. So ist seit einigen Jahrzehnten das Wörtchen „von“ zur Bezeichnung der Subtraction hin und wieder ganz abgeschafft und durch das Wort „weniger“ ersetzt, damit bei der schriftlichen und mündlichen Formulirung von Subtractionsaufgaben eine Uebereinstimmung in der Stellung von Subtrahendus und Minuendus herbeigeführt werde. Die deutsche Sprache wird dadurch um eine lateinische Wendung bereichert, die nur dann zugelassen werden kann, wenn der natürlichen Ausdrucksweise daneben ihr volles Recht bleibt. Ganz ähnlich verhält es sich mit der Einführung des Zahlwortes „Zig“ als eines selbstständigen für sich bestehenden Hauptwortes. Wozu diese Misshandlung der Sprache ohne alle Noth? Denn für die Auffassung auch des schwächsten Schülers ist es wirklich einerlei, ob er zwei Zig oder zwei Zehner als die Zahl 20 begreifen lerne. Die gleiche Hülfslosigkeit der Methode giebt sich in der Volksschule bei Einübung der Division kund, wo die Stellung des Divisors vor dem Doppelpunkte und dem Dividendus gelehrt wird, lediglich weil der Gebrauch der Präposition „in“ zur Bezeichnung der Division dies Stellungsverhältniss nahe legt.

In letzter Instanz sind hierfür freilich die Lehrer an den Seminarien verantwortlich, welche ihren Zöglingen sowohl den Unterrichtsstoff, als auch die Unterrichtsmethode zuschneiden. Dieselben wissen recht gut, welche Bezeichnung in der Wissenschaft gilt: demungeachtet thun sie für ihre Person alles, um das gemeine Rechnen aus dem Zusammenhange mit der Arithmetik loszulösen.

Eine Folge des zuletzt besprochenen Missstandes ist die überhandnehmende Neigung,*) jedwede Division, auch wenn sie ein eigentliches Theilen fordert, mit dem Wörtchen „in“ zu formuliren, also z. B. „3 in 12 ₰“ statt „12 ₰ durch 3“ zu sagen. Um das in dieser Hinsicht mehr und mehr abnehmende Sprachgefühl zu beleben würde es gut sein den Sinn für die Bedeutung des Wörtchens „durch“ dadurch zu schärfen, dass man auch der weitläufigeren Wendungen „12 ₰ getheilt durch 3“ oder „der 3. Theil von 12 ₰“ während des Unterrichtes sich öfters bediente. Eine durchgreifende Hülfe ist allerdings nur darin zu finden, dass die Bezeichnung der Division der in der Sprache scharf ausgeprägten Unterscheidung des Divisionssinnes gerecht werde, d. h. dass fernerhin der Bruchstrich nur ein Theilen des Dividendus durch den Divisor und der Doppelpunkt nur ein Enthaltensein des Divisors in den Dividendus formulire.**) Lediglich die Erkenntniss dieses Bedürfnisses ist es gewesen, welches in alter Zeit zu der Form der Proportion und der Ausbildung der betreffenden Theorie, sowie zur Einführung des Bruchbegriffes geführt hat — also etwas Neues ist im Grunde genommen die so eben vorgeschlagene Aenderung der Bezeichnung nicht, aber sie wird zur Klärung der Begriffe in den Schülern ungemein beitragen und dabei die freie Beweglichkeit der Operationen nicht im mindesten einschränken, weil für abstracte Zahlen, um welche bei allen tiefer gehenden arithmetischen Untersuchungen es sich fast ausschliesslich handelt, die willkührliche Vertauschung beider Divisionszeichen zulässig ist.

---

*) Den Commentar zu dieser Erscheinung liefern einige weit verbreitete Lehrbücher für den Rechnenunterricht an Seminarien, welche bei Entwickelung der allgemeinen Divisionsgesetze zumeist sehr einseitig verfahren und die Division in dem jedem einzelnen Falle bequemen Sinne nehmen.

**) Siehe unsere Bem. Bd. II, Hft. 1. S. 44—45, wo wir für das Messen (oder für das Resultat des Messens, das Enthaltensein,) das Zeichen ÷ vorgeschlagen haben; z. B. 3 ÷ 12 d. h. 3 in 12 (ist) 4 mal (enthalten); oder 3 ₰ ÷ 12 ₰ d. h. 3 ₰ (sind) in 12 ₰ 4 mal (enthalten); oder allenfalls auch 12 ₰ ÷ 3 ₰ d. h. 12 ₰ durch das Mass 3 ₰ gemessen gibt 4 (Masszahl); 12 ÷ 3 d. h. 12 gemessen durch (mit) 3 gibt 4 (die Masszahl). Das Zeichen : und der Bruchstrich verbleibe dem Theilen, so dass also $12 : 4 = \frac{12}{4} = 3$ heisst: 12 (getheilt) durch 4 (d. h. 12 getheilt in 4 gleiche Theile) = 3 (Grösse eines Theils), wo also Zeichen : und Bruchstrich identisch sind. Am allerwenigsten aber mögen wir uns mit dem Vorschlage des Herrn Verfassers (siehe Hft. 1. S. 17) befreunden, die Formel 12 : 3 von hinten nach vorn (rückwärts) zu lesen: „3 in 12“. — D. Red.

Ueber Rechenbücher.

Von J. Kober in Dresden.

Wenn man über die Zweckmässigkeit eines Rechenbuches urtheilen will, so muss man sich im Voraus klar werden über die Natur des speciellen Bedürfnisses, für welches das Buch bestimmt ist.

In armklassigen Volksschulen ist es für den Lehrer unmöglich, alle Schüler zu gleicher Zeit selbst zu beschäftigen. Bei zahlreichen Abtheilungen der Klasse ist es kaum möglich, jedem einzelnen Schüler auch nur den Mechanismus des Verfahrens, geschweige die Begründung desselben, deutlich zu machen. Der Lehrer ist schon fast vollständig in Anspruch genommen durch Abhörung der Resultate, kaum dass er hier und da die Arbeit eines Schülers untersuchen und prüfen kann. Diesem Bedürfnisse entsprechen die früheren Rechentafeln und jetzigen Rechenbücher für Volksschulen mit kurzen an Beispielen erklärten Regeln für das Verfahren. Diese Methode sowie die in den modernen Büchern übliche Behandlung des elementaren Rechnens nach Zahlenkreisen liegt ausserhalb des Rahmens dieser Zeitschrift.

In mehrklassigen Volksschulen dagegen tritt das Bedürfniss der „Regelerklärung“ mehr und mehr zurück, weil alle Schüler der Klasse zu gleicher Zeit dasselbe treiben können und daher der Lehrer an die Stelle der gedruckten für das Verständniss bestimmten „Erklärungen“ treten kann. Es ist kein Zweifel, dass im Principe die Erklärung des Lehrers nützlicher ist, als die des Buches; sie kann vollständiger, vielseitiger sein, und das lebendige Wort ist immer besser, als der gedruckte Buchstabe. Eine Menge mehr oder minder wichtiger Nebensachen, die das Buch ohne unpraktische Weitläufigkeit nicht enthalten kann, lernt der Schüler ohne viel Anstrengung durch blosse Nachahmung des vorrechnenden Lehrers. Die Erklärungen eines Buches, das den Lehrer ersetzen soll, sind, wie von vielen Seiten her aus einander gesetzt worden ist, mehr schädlich, als nützlich, weil sie die eigne Erfindungskraft des Schülers lähmen, die Aufmerksamkeit ablenken und den Lehrer in den Augen träger Schüler als überflüssig erscheinen lassen. Die Gesetze („Regeln“) und Entwickelungen müssen dem Schüler in Folge eigner Erfindung und häufiger und vielseitiger Uebung so zum geistigen Eigenthume werden, dass er sie nicht erst gedruckt vor Augen zu haben braucht.

Diess gilt ganz besonders von den höheren Schulen (Gymnasien, Realschulen und höhern Bürgerschulen), für die wohl allgemein als richtige Methode anerkannt ist, dass der Lehrer mit den Schülern zusammenarbeitet, also Aller Aufmerksamkeit zugleich in Anspruch nimmt, die nur soweit die Schüler sich selbst beschäftigen d. h. für sich rechnen lässt, wie zur Prüfung der Kraft oder des Verständnisses nöthig ist. Hier muss das Buch der Anforderung genügen,

dem Lehrer gut gewählte Aufgaben in bequemer Uebersicht zu bieten; insbesondere muss das Facitbuch übersichtlich eingerichtet sein, so dass der Lehrer nicht erst nach der betreffenden Nummer lange zu suchen hat und zumal die Resultate der zusammen aufgegebenen Beispiele in gerader, leicht zu überblickender, Reihe vorfindet. Diese äussere Technik, zumal des Facitbuchs, ist durchaus nicht Nebensache: sie spart dem Lehrer (in und ausser den Stunden) Zeit und Mühe, die er besser anwenden kann.

Trotzdem ist dem Referenten kein Rechenbuch bekannt, das hierauf gebührende Rücksicht nähme. Die meisten Aufgabenbücher sind so beschaffen, dass der Lehrer sich förmlich vorbereiten möchte, um diejenigen Aufgaben heraus zu suchen, die er zweckmässiger Weise aufzugeben hat. Wenn er nun gar, was sehr zu empfehlen ist, verschiedenen Jahrescursen oder Parallelklassen oder einzelnen Schülern verschiedene aber ähnliche Aufgaben geben will, so thät es noth, von vornherein eine Auswahl zu treffen und die Aufgaben des Buches zu diesem Zwecke erst mit neuen Nummern zu versehen — eine Arbeit, die füglich dem Verfasser des Buches zukommt. Ein Aufgabenbuch kann zu wenig, aber auch zuviel Aufgaben enthalten, welch letzterer Fehler die Auswahl erschwert: der Lehrer, der nicht Alles aufgeben kann, aber keinen wichtigen Fall übergehen will, wird von dem Gebrauche zn einem förmlichen Studium des Buchs gezwungen — und das ist zu viel verlangt.

Dieser Uebersichtlichkeit wegen müssen auch die Kopfrechenaufgaben von denen für schriftliches Rechnen scharf gesondert werden, um dem Lehrer die Mühe des Sonderns zu ersparen. Die Zahl der Kopfrechenaufgaben braucht nicht gross zu sein: der Lehrer kann solche ohne Mühe jeden Augenblick selbst machen und muss sie machen, weil der Schüler auch in Behandlung von Zahlen, die er nicht vor Augen hat, geübt werden muss; aber ganz zu entbehren sind sie nicht, schon um zu verhüten, dass (was dem Improvisator leicht widerfährt) wichtige Fälle vergessen werden, eine Gefahr, die auch dann eintritt, wenn die Beispiele nicht gruppirt oder zu zahlreich sind.

Die Beschaffenheit der Aufgaben selbst ist von höchster Wichtigkeit. Viele Schüler haben nur desshalb nichts gelernt, weil ihnen im entscheidenden Momente unpassende Aufgaben vorgelegt wurden. Die Aufgaben müssen auf die allmählig wachsende Entwicklung des Verstandes, wie der Ausdauer und Arbeitskraft Rücksicht nehmen, der Knabe, der noch mit der Methode zu kämpfen hat, muss nach kurzer, nur sehr allmälig wachsender Arbeit zum Ziele gelangen, er darf nicht zu unnützer Arbeit*) genöthigt werden: solche „Strafarbeit" ist nur dann am Platze, wenn der Schüler aus Trägheit im Denken die Abkürzungen verschmäht oder aus Flatterhaftigkeit sich

*) So sind z. B. die grossen Nebenrechnungen (Multiplicationen und Divisionen) in der Bruchrechnung eine Art geschäftiger Müssiggang.

oft verrechnet. Der häufige Verstoss gegen diesen Grundsatz berechtigt die Opposition des grossen Publikums gegen das Rechnen mit „grossen Zahlen“; mit grossen Zahlen muss aber der Schüler, sobald er mit kleinern Zahlen eingeübt ist, umgehen lernen, zumal da sich nur an grossen Zahlen das Verständniss der Zahlengesetze erprobt.

Die Zahl der Beispiele muss für die leichteren Fälle kleiner, für die schwierigeren grösser sein; häufig wiederkehrende Fehler z. B. bei Nullen im Multiplicator oder im Quotienten, müssen durch häufige Wiederholung entsprechender Aufgaben bekämpft werden, daher z. B. Nullen im Quotienten oder im Multiplicator auch in den Bruchrechnungsaufgaben häufig vorkommen müssen. In der Bruchrechnung muss ganz besonders auf Gründlichkeit und erschöpfende Behandlung aller Möglichkeiten Rücksicht genommen werden; in der Multiplication und Division muss sich weitaus der grösste Theil der Aufgaben, in der Addition und Subtraction der Resultate durch Heben vereinfachen lassen; für die Kettendivision (Aufsuchung des kleinsten gemeinschaftlichen Dividuus) müssen Beispiele gewählt sein, die sich auf keine andre Art heben lassen. U. s. w.

Bei dieser Forderung eines bestimmten Systems der Aufgaben macht uns schon der Titel „Aufgabensammlung“ ein wenig misstrauisch; in der That begegnet man nicht selten einem durch den blossen Zufall ohne Wahl zusammengewürfelten Aggregate von Aufgaben.

Der Gegenstand der angewandten Aufgaben muss möglichst selbständiges Interesse bieten und dem übrigen Streben der Schüler angemessen sein: der Gymnasiast soll nicht in die Hökerbude und Dorfschenke heruntergedrückt, sondern in seinen übrigen Studien (Geschichte, Geographie, Naturwissenschaft) gefördert werden. Man muss aber hierbei Mass halten, so dass der Gegenstand nicht über den Horizont des Schülers hinausgeht; insbesondere soll das Schulbuch kein kaufmännisches, dem Handlungs-Commis angepasstes, Rechenbuch sein. Auch müssen die Ansprüche an die Denkkraft Mass halten, daher schwierige Gleichungsaufgaben (ohne Gleichungen!) nicht dem Quartaner zugemuthet werden.*)

Eine dritte Gruppe von Rechenbüchern bilden die für den Selbstunterricht oder für angehende Volksschullehrer bestimmten. Dieselben sind meist von den Schullehrer-Seminarien ausgegangen und enthalten, ihrer Aufgabe entsprechend, eine vollständige Methodik des Unterrichts, setzen eine grössere Reife des Verstandes voraus und bedürfen daher nur weniger Uebungaufgaben. Die Uebung des Denkens, die zumal durch Diesterweg in den Vordergrund gestellt

*) Bei dieser Gelegenheit erlaubt sich der Referent, sein nach obigen Grundsätzen bearbeitetes Rechenaufgabenbuch, das noch vor Ostern vollständig erscheinen wird, der freundlichen Beachtung der Herren Collegen zu empfehlen.

ist, wird in solchen Büchern meist übertrieben, indem man dem Seminaristen ohne die nöthigen Hülfsmittel (Gleichungen) die Lösung aller möglichen Gleichungsaufgaben auf künstlichem Wege zumuthet: eine Uebertreibung, die den vielbesprochenen preussischen Regulativen eine gewisse Berechtigung gibt.

Endlich sind noch Schriften zu nennen, die wir mit dem Namen „Repetitions- oder Nachschlagebücher“ bezeichnen möchten. Sie enthalten in kurzer Form, für Schulen bestimmt, gewissermassen die Grundzüge des Rechnens oder eine Zusammenstellung der Gesetze nur mit Erklärungs-, nicht Uebungsbeispielen. Für Schüler mit lückenhaftem Wissen, deren es freilich viele giebt, sind solche Bücher recht zweckmässig, bei normalen Unterrichtsverhältnissen entbehrlich.

In jedem Rechenbuche sollte übrigens oben am Rande der Paragraph besonders angegeben sein, was bei allen vorliegenden Büchern unbeachtet geblieben ist. Grössere Zahlen sollten stets abgetheilt sein (aber nicht duch das Komma), um den Griffel in der Hand des Lehrers entbehrlich zu machen. (Wer sich hiervon noch nicht überzeugt hat, vergleiche Heis § 102, 1, § 92, 22 u. a.)

Jedes Aufgabenbuch, das zur Recension eingesandt wird, muss, wenn ein völlig gerechtes Urtheil gewünscht wird, mit dem Facitbuch versehen sein.

Diese Gesichtspunkte leiteten uns bei der in Abth. II folgenden Besprechung einiger Rechenbücher.

Literarische Berichte.

I. LÖBE, Dr. MAX, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik. Altenburg 1870. (6 Hefte zu 3 Ngr.)

Das Buch ist für höhere Schulen (Gymnasien, Realschulen, höhere Bürgerschulen) bestimmt. Es enthält theils in Fragform (wie Heis), theils durch Bemerkungen, zumal aber durch methodische Reihung der Aufgaben die „Grundzüge" des Rechnens in einer vom theoretischen Standpunkte fast untadeligen Weise.

Dennoch glauben wir, dass der Verfasser durch die Resultate seines Unterrichts selbst nicht recht befriedigt werden wird. Sein Buch nimmt zu wenig Rücksicht auf das praktische Bedürfniss. Dem Lehrer die Auswahl zu erleichtern, sowie das Facitbuch (das übrigens nicht beigegeben ist) bequem übersichtlich zu machen, ist gar nichts geschehen, eher im Gegentheil. Das Princip, für die leichten Fälle wenig, für die schwierigen viel Aufgaben zu bieten, ist vernachlässigt. So finden sich zum Beispiel unter sämmtlichen Aufgaben der gemeinen Multiplication nur acht mit Nullen zwischen den Ziffern des Multiplicators, nur ein einziges (oder bei Vertauschung der Factoren zwei) mit mehreren Nullen nebeneinander, dagegen über 200 mit einziffrigem Multiplicator! In der Subtraction gemeiner Brüche finden sich 44 Beispiele mit gleichen Nennern, 36 für Subtraction eines Bruchs von einer ganzen Zahl und nur 12, deren Nenner, ohne in einander aufzugehen, einen gemeinschaftlichen Factor enthalten, kein einziges (wie auch in der Addition) mit schwieriger zerlegbaren Nennern; die Beispiele sind fast sämmtlich Kopfrechenaufgaben. Aehnlich in der Multiplication; dazwischen mitunter grosse Zahlen, wie

$$144 \times 362583\,{}^{2}/_{7} \text{ oder } 397929\,{}^{18}/_{25} \times 233\,{}^{144}/_{271}$$
$$\text{oder } 5980627323\,{}^{4}/_{5} : 7526,$$

die den geschäftigen Müssiggang nähren. Die Mittelstufe, Aufgaben, die der Schüler nicht aus dem Kopfe aber mit mässiger Arbeit schriftlich lösen kann, finden sich spärlich.

Die Kettendivision fehlt gänzlich; die wenigen höchst einfachen Beispiele im ersten Hefte sind bei der Bruchrechnung (im dritten und vierten Hefte), wo bekanntlich die Kettendivision erst Anwendung findet, längst wieder vergessen.

Die abgekürzten Rechnungen mit Decimalbrüchen fehlen gleichfalls vollständig. An Aufgaben wie 69 ß 12 gr. 1,21104 ₰ : 8,652 kann man sich nur mit Widerstreben gewöhnen, da die Hunderttausendtel-Pfennige doch gar zu wenig Sinn haben.

Die angewandten Aufgaben sind lehrreich gewählt und in den späteren Heften sehr zahlreich (zu zahlreich für die Uebersicht), gehen aber mitunter etwas zu hoch, z. B. im ersten Hefte verzahnte Räder, im zweiten Ortsuhrendifferenz, im dritten (gemeine Brüche) Peripherie und specifisches Gewicht, im vierten (Decimalbrüche) eine Tabelle der specifischen Gewichte u. s. w.

Die Kettenregel fehlt sammt der Wechselrechnung; dagegen ist die (überflüssige) Terminrechnung vertreten.

Die äussere Ausstattung der Hefte ist anständig.

II. Bolze, Dr. Heinrich, Conrector. Uebergangsbüchlein für die neue Mass- und Gewichtsordnung. Cottbus 1870.

Ein kleines populär gehaltenes Schriftchen, das ausser dem im Titel angemeldeten Inhalte (Decimalbrüche) kurz und verständlich auch die Gesetze der gemeinen Brüche enthält und seinen Zweck recht wohl erfüllen wird. Abgekürzte Multiplication und Division sind erklärt. Nicht einverstanden sind wir mit der Behandlung der Regeldetriaufgaben durch Proportionen, statt durch Schlussrechnung.

Die Ausstattung ist nicht sonderlich.

III. Adam, W., Aufgaben zum schriftlichen und mündlichen Rechnen. Potsdam 1869—70. Für die Volksschulen des norddeutschen Bundes. 5 Hefte. (1. Zahlenkreis 1—10, 20 und 100. 2. Zahlenkreis bis 1000 und höher; Resolviren und Reduciren. 3. Mehrfach benannte Zahlen; Regeldetri, Zeitrechnung. 4. Gemeine Brüche und Decimalbrüche. 5. Proportion u. s. w.)

Die ersten beiden Hefte sind nach der bekannten Methode der Elementarbücher eingerichtet: viele Anschauung (Striche, Dominosteine), daneben Parenthesen und Brüche (z. B. im Zahlenkreise 1—10 die Aufgabe $1 - {}^2/_7 = {}^5/_7$), mancherlei Willkührlichkeit in der Bezeichnung u. s. w. Da sich das Gebiet dieser Zeitschrift nicht auf die eigentliche Volksschule erstreckt, so wollen wir nur erwähnen, dass viele von den angewandten Aufgaben viel zu schwer sind und künstliche Methoden beanspruchen.

So findet sich z. B. im zweiten Hefte (Zahlenkreis 1—1000) die Aufgabe:

> In einer Familie sind Vater und Mutter zusammen 110 Jahre alt, der Vater und der Sohn zusammen 80 Jahr, die Mutter und der Sohn zusammen 70 Jahr. Wie alt ist jede der genannten drei Personen?

Eine solche Aufgabe soll ein Kind lösen, dessen Horizont noch nicht über Tausend hinaus reicht.

Im dritten Hefte ist von Procent Rabatt in Hundert und auf Hundert die Rede. Von den angewandten Aufgaben sei folgende angeführt.

Ein Buchbinder verkauft zwei gebundene Bücher, welche nur Papier zum Schreiben enthalten. Das eine Buch ist 36 Bogen stark und kostet 9 Sgr., das andre Buch ist 54 Bogen stark und kostet 12 Sgr. Der Preis des Einbandes beider Bücher wird vom Buchbinder gleich hoch gerechnet. a) Wie viel kostet der Bogen Papier? b) Wie hoch wird der Einband jedes Buches gerechnet?

Dergleichen Aufgaben soll eine Classe lösen, der man im nächsten Cursus erst durch vielerlei ins Buch gedruckte Anschauungsfiguren den Begriff des Bruches klar macht.

Im vierten Hefte (Brüche) findet sich z. B. die Aufgabe:

Die Eisenbahn zwischen den Städten *A.* und *B.* ist 48 Meilen lang und hat ein Doppelgeleise. Es geht von *A.* nach *B.* Morgens $9^1/_2$ Uhr ein Personenzug ab, welcher in der Stunde $3^3/_4$ Meilen zurücklegt, und von *B.* nach *A.* Mittags 12 Uhr ein Eilzug, welcher $6^1/_2$ Meile in der Stunde zurücklegt. Um wie viel Uhr und wo treffen die beiden Züge einander?

Was wir oben als für die Seminaristen zu schwer abwiesen, findet sich hier im Bruchrechenhefte*). Mit gleichem Rechte möchte man einige Schulstunden zu Charadenauflösungen ansetzen!

Wir wollen damit dem geehrten Verfasser keinen Vorwurf machen; der Vorwurf trifft nur die gegenwärtig noch immer florirende Richtung der Seminare. Man scheint sich noch immer nicht recht zu überzeugen, dass auf solche Weise eine ungesunde und anmassliche Klugthuerei herangebildet wird, gegen die aufzutreten die preussischen Regulative im vollen Rechte sind. So lange man nicht den Seminaristen durch tüchtige Arbeit zum Bewusstsein bringt, was Algebra ist, wird die Neigung zu solchen Uebergriffen nicht aufhören.

Uebrigens ist das Buch besser, als manches andre von ähnlicher Richtung; schon die Ausstattung macht einen guten Eindruck und nimmt auch (was häufig vergessen wird) auf die Augen der Schüler einige Rücksicht. Ein besonders wichtiger Vorzug ist die „vom zweiten Hefte an durchgeführte Bearbeitung von Doppelaufgaben für einen Parallelcursus,“ um „bei verschiedenen Jahrgängen mit den Aufgaben zu wechseln.“

Das fünfte Heft scheint mehr für den Selbstunterricht (siehe oben) bestimmt zu sein, entspricht auch diesem Zwecke sehr wohl und mag für Seminarpräparanden sehr gute Dienste leisten. Ein Anhang gibt die ersten Elemente der Algebra in sehr ausführlicher Form, doch ohne Uebungsaufgaben; die Algebra, die wir von dem Seminaristen verlangen möchten, ist freilich etwas ganz Anderes.

*) Man wende nicht ein, dass solche Aufgaben nur für besonders entwickelte Schüler bestimmt seien; dann würden sie in einem „methodischen“ Schulbuche höchstens in einem Anhange stehen können.

Nachträglich sei bemerkt, dass das dritte Heft bei Gelegenheit der Zeitrechnung eine umfängliche Auseinandersetzung der Chronologie enthält, die zwar für die betreffende Altersstufe zu schwer ist, aber eine schätzenswerthe Zugabe des Buches bildet.

IV. Adam, W. Die Decimalbrüche. Potsdam 1868.

Das Werkchen gehört zu der Kategorie der für Selbstunterricht bestimmten Bücher. Ausführlichkeit und grosse Deutlichkeit, auch die Beifügung der Resultate der Uebungsaufgaben dienen jenem Zwecke in befriedigender Weise. Periodische und abgekürzte Decimalbrüche sind ausgiebig behandelt.

Einzelnheiten haben wir hie und da zu tadeln. So heisst es z. B. (§. 9, 2): „Der rein periodische Bruch 0,999 ... ist allemal kleiner als 1, wesshalb man schreibt 0,999 ... $<$ 1". Der genannte periodische Decimalbruch ist genau gleich Eins.

Mit dem Divionszeichen (:) haben die Seminare entschiedenes Unglück. Während in den eben besprochenen „Aufgaben" im ersten Hefte das Zeichen in der Bedeutung „in" gebraucht ist, wird es in der Bruchrechnung geflissentlich ganz vermieden, und am Schlusse der Decimalbrüche heisst es: In den folgenden Aufgaben ist das Zeichen (:) allemal zu verstehen „dividirt durch". In vorliegendem Werkchen beginnt auf Seite 12 die Besprechung der Division mit den Worten: „Wenn im Nachstehenden (wie wir für immer festsetzen wollen) das Divisionszeichen (:) „dividirt durch" gelesen wird, so" u. s. w. — und auf Seite 14 steht 4 : 3 ist 0,75 und so fort durch das ganze Buch, bis auf Seite 94 die obige Bemerkung wiederholt ist. Ja auf Seite 61 steht 8 : 2,34 ist 0,29 und weiter unten 5,43 : 7 = 0,77!

Wenn die Volksschullehrer nur eine schwache Vorstellung hätten von der heillosen Confusion, die durch diesen wechselnden Gebrauch des Zeichens in den Köpfen der Schüler verursacht wird, (was der Eine ein Fünftel nennt, nennt der Andere Fünf), so hätten sie sich längst dem Gebrauch der mathematischen Wissenschaft gefügt.

J. Kober.

Fahle, H., 1. Oberl. am Gymn. zu Neustadt, Westpreussen. I. Leitfaden des mathematischen Unterrichtes zunächst für die drei ersten Gymnasialclassen; zweite um die Stereometrie vermehrte und vielfach verbesserte Auflage. Druck und Verlag von H. Brandendurg. 1870.

II. Mathematische Extemporalien, ein Uebungsbuch für die drei ersten Classen der Gymnasien und Realschulen. Mit 5 lithogr. Figurentafeln. Paderborn, Verlag von Ferd. Schöningh, 1868.

I. Der Herr Verfasser hat in dem vorstehenden Lehrbuche Planimetrie, Trigonometrie und Stereometrie auf den Raum von

51 Octavseiten zusammengedrängt, während die Algebra den verhältnissmässig viel grösseren Raum von 73 Seiten einnimmt. Das ihm vorschwebende Ziel, in der Ausführung des Lehrstoffes die Mitte zwischen der dogmatisirenden Manier in Kamblys mehrbändigen Elementarwerken und den unvermittelten Aphorismen in Mehlers Hauptsätzen der Elementarmathematik zu halten darf als erreicht angesehen werden. Auch das Mass des aufgenommenen Lehrstoffes ist ungefähr für alle drei Werke dasselbe, die auch das noch gemeinsam haben, dass sie mit einer gewissen Einseitigkeit für die Zwecke des Gymnasiums zugeschnitten sind. Der Gebrauch derselben an Realschulen wird freilich dadurch wenig behindert, da ja die weiter gehenden Theorien, welche auf Realschulen vorgetragen werden, bisher eigentlich doch sehr unbestimmt begrenzt sind und die grössere geistige Reife der in Betracht kommenden Schüler in vielen Fällen ein besonderes Lehrbuch ganz entbehrlich macht. Uebrigens ist durch die „Extemporalien," welche dem in Rede stehenden Leitfaden beigegeben sind und das zugehörige Uebungsmaterial enthalten, dem Bedürfnisse der Realschule auch nach diesen Seiten hin wenigstens theilweise Rechnung getragen.

Das System der Grundwahrheiten ist in knappester Form gegeben und das Hauptgewicht auf die Uebung dieses Wissens gelegt. Für eine hinreichende Uebersichtlichkeit des Inhaltes erscheint dabei gesorgt, zusammengehörige oder auf demselben Beweisprincipe ruhende Sätze werden auch an derselben Stelle abgehandelt, die Beweise mitunter durch blose Anschauungen ersetzt und in allen Fällen in der kürzesten Form, mitunter wohl zu kurz, dargestellt. In dem arithmetischen Theile insbesondere wird nur das Nothwendigste und Einfachste wirklich begründet, sodass öfters empfindliche Lücken hervortreten, die Combinationslehre fehlt gänzlich und die gesammte Entwicklung hat einen mehr practischen Zuschnitt, welcher die möglichste Abkürzung der dem wissenschaftlichen Unterrichte gewidmeten Zeit ermöglicht. Das Ganze erscheint geeignet dem Unterrichte zur Grundlage zu dienen, aber nur in der Hand eines Lehrers, der sich mit den pädagogischen Grundsätzen des Herrn Verfassers in Uebereinstimmung befindet: jene Objectivität der Darstellung, welche nur die Sache ohne Zuthat von individueller Auffassung und Methodik wiedergiebt, darf man darin nicht suchen.

Referent führt zur Begründung seines Urtheiles die folgenden Einzelheiten an.

Ganz gewiss ist jeder Körper ein begrenzter Raum — ist aber darum umgekehrt der allgemeine Raum, weil die Vorstellung desselben sich erschliesst, wenn man die Grenzen eines Körpers nach allen Seiten unbegrenzt hinausschiebt, auch als ein unbegrenzter Körper zu definiren? Ist der Raum theilbar, „weil die Bewegung, durch welche er entstanden gedacht wird, auch eine ruckweise sein kann?" Und dieselbe ruckweise Bewegung, „indem sie stets wieder da beginnt, wo sie aufgehört hat," soll zugleich der Grund seiner Stetigkeit

sein! Augenscheinlich bestehen beide Eigenschaften unabhängig von aller Bewegung im Raume, für deren Möglichkeit sie vielmehr den eigentlichen Grund abgeben.

Dass die unendlich vielen Ausdehnungsrichtungen, die im Raume existiren, sich durch drei Richtungen — Länge, Breite und Höhe — ersetzen lassen, ist wohl nur ein *lapsus calami.*

Die Ebene wird als der geometrische Ort des Schenkels eines rechten Winkels definirt, der sich um den zweiten festen Schenkel herum bewegt. Man kann vielleicht davon absehen, dass diese Erklärung mit dem Begriffe des rechten Winkels auch den Begriff des, doch wohl ebenen Winkelraumes voraussetzt — aber jedenfalls folgt daraus in keiner Weise, dass in der Ebene von einem anderen befassten Punkte, als der Drehungsmittelpunkt ist, nach allen Richtungen gerade Linien gezogen werden können, und doch wird das im Verlaufe der Entwickelung, noch dazu stillschweigend, vorausgesetzt.

Um das Axiom, dass zwischen zwei Punkten nur eine gerade Linie möglich sei, zu erläutern wird der Satz, dass eine gerade Linie der kürzeste Weg zwischen zweien Punkten sei, auf die eine oder die andere Art dargethan. „Wenn man von einem Punkte zu einem zweiten gelangen will, so giebt es unzählig viele Wege, die alle an Grösse verschieden sind; sie sind desto grösser, je mehr ich die anfangs gewählte Richtung verändere, also um so kürzer, je weniger ich dieselbe verändere, mithin am kürzesten, wenn ich sie gar nicht verändere.“ Hiergegen lässt sich einwenden, dass die Verbindung zweier Punkte durch viele kurze Zickzacklinien sehr wohl einen kleineren Weg darstellen kann, als die Verbindung derselben durch zwei Gerade, deren Winkel hinlänglich klein ist.

„Winkel ist der Drehungsunterschied zweier Geraden.“ Behufs Erläuterung dieser Definition wird (pg. 7 im 2. Capitel unter 6) zunächst der eine Schenkel durch eine Drehung, welche eine vollständige Umdrehung um die Grösse des betrachteten Winkels überschreitet, zur Deckung mit dem anderen Schenkel gebracht; darauf wird auch der zweite Schenkel in eine vollständige Umdrehung versetzt und die Differenz dieser beiden Drehungen als der Drehungsunterschied der beiden Schenkel bezeichnet. Wie willkürlich diese nähere Erläuterung der vorangestellten Definition sei und wie viel sie dem Verständnisse der Schüler zumuthe, leuchtet sofort ein.

Die Definition von Nebenwinkeln und Scheitelwinkeln ist kürzer und präciser gefasst, als es gewöhnlich zu geschehen pflegt.

Das Capitel von der Aehnlichkeit der Dreiecke ist zu kurz ausgefallen — die ganze Theorie ist auf $\frac{3}{4}$ Seiten zusammengedrängt: unklare Darstellung und mangelnde Präcision des Ausdruckes sind die Folge davon.

Der Fall der Incommensurabilität zweier Linien wird pg. 28 als ebenso ungewöhnlich bezeichnet wie der Fall der ganzen Theilzahlen: gewöhnlich sollen durch Abtragung einer Linie auf

irgend welcher Strecke Bruchzahlen entstehen! Die ganze Theorie der incommensurabeln Grössen wird hierauf mit der Bemerkung abgethan, dass sie zwischen zweien Grenzen enthalten sind, die einander beliebig nahe gebracht werden können.

In der Trigonometrie (pg. 34 — pg. 41) werden nur drei Functionen — $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tang}\alpha$ — in nähere Betrachtung gezogen — in Rücksicht auf die gebräuchlichen Tafeln erscheint die Cotangente gewiss als gleichberechtigt.

Aus der Correspondenz, welche zwischen Flächen- und ebenen Winkeln stattfindet, wird (pg. 44) gefolgert, dass die stereometrische Lehre von den parallelen Ebenen auf die analoge planimetrische von den parallelen Linien sich zurückführe. Die ganze Theorie bleibt aus diesem Grunde weg — für ein Lehrbuch, welches zum Gebrauche für Schüler bestimmt ist, möchte zum Mindesten die Anführung der betreffenden Sätze eine unumgängliche Nothwendigkeit sein.

Die stereometrischen Inhaltssätze sind aus dem Cavalierischen Principe auf dem kurzen Raume von drei Seiten hergeleitet: indessen fehlt nichts Wesentliches und, wenn der Vortrag des Lehrers die gegebenen Andeutungen verarbeitet, sind auch genug Anhaltspunkte für die Repetition der Schüler gegeben.

Subtrahiren heisst aus zwei Zahlen eine neue finden, welche zur zweiten gegebenen Zahl hinzugefügt die erste gegebene Zahl giebt — die neue Zahl kann aber eben sogut auch diejenige sein, zu welcher die zweite gegebene Zahl hinzugefügt die erste gegebene Zahl giebt. In ähnlicher Weise einseitig ist die Erklärung der Division. Aus der Erklärung der Subtraction wird alsdann weiter gefolgert:

$$5 - 3 = 2, \text{ weil } 3 + 2 = 5 \text{ oder auch}$$
$$5 - 3 = (1 + 1 + 1 + 1 + 1) - (1 + 1 + 1)$$
$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 = 2$$

Die Verbindung mit „oder auch“ ist hier unlogisch: was in Wahrheit vorliegt, ist eine dritte Erklärung der Subtraction, die in keiner Weise auf die vorhergehende erste zurückgeführt wird.

„Multipliciren heisst aus zwei Zahlen eine neue finden, welche anzeigt, dass die erste der gegebenen Zahlen so oft als Summande (!) gesetzt worden, als die zweite Einheiten hat.“ Aber ist es denn wirklich z. B. die Zahl 12, welche anzeigt, dass 4 dreimal als Summandus gesetzt ist? Und wenn man auch von dem schiefen Ausdrucke absieht, wie kann hiernach eine Gleichung wie 3 · 4 ℔ = 4 ℔ · 3 (pg. 59) gerechtfertigt werden? Eine ähnliche Zusammenhangslosigkeit mit der vorangehenden Erklärung der Division zeigen die Divisionsgleichungen auf pg. 60 und 61, z. B. 56789 Tausend : 9675 = 5 Tausend + einem Reste von 8414 Tausend.

Pg. 62 wird eine Zahl, welche wenigstens einen von Eins und ihr selber verschiedenen Theiler hat, eine c o m p l e x e Zahl

genannt — warum nicht, wie es allgemein angenommen ist, eine zusammengesetzte Zahl? Dadurch wird es später nothwendig, diejenigen Zahlen, die sonst complex heissen, als zusammengesetzt imaginäre zu bezeichnen.

Auf pg. 66 unter 11) wird die Multiplication zweier Brüche gelehrt, aber die beigegebene Beweisführung ist gewiss kein Beweis zu nennen.

„Mögliche Anzahl der Perioden $n-1$, wenn n der Nenner ist“ (pg. 70) muss wohl heissen: „mögliche Anzahl der periodischen Ziffern $n-1$, wenn n der Nenner ist.“

Findet eine abgekürzte Division wirklich nur dann statt, wenn der Divisor ein periodischer Decimalbruch ist? — pg. 72.

„Potenziren ist ein abgekürztes Multipliciren“ (pg. 73) — muss wohl heissen: „Eine Potenz ist der abgekürzte Ausdruck eines Productes gleicher Factoren.“

Bei der Quadrat- und Cubikwurzelausziehung fehlt das abgekürzte Verfahren.

Die Definitionen von „Wurzel“ und „Logarithmus“ werden von vorn herein als auch für irrationale Werthe dieser Zahlen gültig vorausgesetzt: so wird es freilich möglich schon auf dieser ersten Stufe z. B. log 2 zu berechnen.

Das ganze erste, verhältnissmässig sehr ausgedehnte, Capitel der Arithmetik (pg. 53 — pg. 79) „enthält die wissenschaftliche Darlegung des elementaren Rechnens in bestimmten Zahlen“ und heisst es pg. 81: „Die bisher gegebenen Beweise sind alle durch bestimmte Zahlen vermittelt, indess allgemein gültig, da die Zahlen willkürlich gewählt waren.“ Der hiermit erhobene Anspruch schwindet bei genauerer Betrachtung freilich in nichts zusammen. Die erforderlichen Regeln und Sätze sind nicht einmal vollständig aufgeführt und, soweit sie aufgeführt sind, wohl durch mannigfaltige Beispiele zweckmässig erläutert, aber im Allgemeinen ohne Beweis geblieben.

Das zweite Capitel handelt (pg. 79 — pg. 88) vom algebraischen Rechnen. „Jede Summe“ (doch wohl nur von natürlichen Zahlen) „ist eine absolute Zahl; alle Differenzen sind nicht absolute Zahlen; jede additive Differenz wird positive Zahl genannt, jede subtractive Differenz ist eine negative Zahl.“

„Zahlen mit demselben Vorzeichen heissen homogene, Zahlen mit verschiedenen Vorzeichen heterogene Zahlen.“ Was sollen diese seltsamen und nicht einmal passenden Benennungen?

Nachdem hierauf die vier Species mit algebraischen Zahlen gelehrt und die Hauptsätze in durchaus nicht unanfechtbarer Weise dargethan sind, heisst es weiter: „Man sieht also, dass diese Rechnungsoperationen an und für sich richtig sind; es fragt sich nur, zu welchem Zwecke sie eingeführt wurden. Die Versicherung, dass sie sich im höheren Unterrichte als sehr zweckmässig erweisen, genügt nicht; indess kann hier nur angeführt werden, dass man

mit positiven und negativen Zahlen einfache geometrische oder physicalische Begriffe und sachliche Beziehungen andeuten will. Der Richtung nach rechts steht gegenüber eine Richtung nach links; dem Winkel, welcher durch eine nach oben gehende Drehung entstanden ist, ein anderer, welcher durch eine nach unten gerichtete Drehung hervorgegangen. Diese Gegensätze drückt man im Rechnen durch $+$ und $-$ aus.“ Also in den Anwendungen zeigen die Zeichen $+$ und $-$ eine geometrische oder physicalische Beziehung an. Wie kann man aber dann mit ihnen nach denselben Sätzen rechnen, welche nur unter der ausdrücklichen Voraussetzung bewiesen sind, dass der ihnen sich verknüpfende Sinn ein rein arithmetischer sei?

Grössen, wie $+ 7a^2$ und $- 3a^3$, werden buchstäbliche Grössen genannt — das ist ein weiteres Beispiel der eigenthümlichen Nomenclatur des Herrn Verfassers.

Auf pg. 96 findet man die Formel

$$(a + b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} + \tfrac{1}{2}\, a^{-\frac{1}{2}}\, b - \tfrac{1}{8}\, a^{-\frac{3}{2}}\, b^2 + \tfrac{1}{16}\, a^{-\frac{5}{2}}\, b^3 - \cdots,$$

welche richtig sein soll. „Denn erhebt man auf beiden Seiten zum Quadrate, so muss auf beiden Seiten $a + b$ herauskommen, was auch der Fall ist, da die Glieder auf der rechten Seite sich allmälig aufheben.“ Das wird behauptet, ohne dass auch nur auf das Gesetz, nach welchem die unendliche Reihe rechter Hand fortgeht, aufmerksam gemacht wurde; die Frage nach der Gültigkeit der zu Grunde gelegten Gleichung, welche bekanntlich nicht in allen Fällen richtig ist, bleibt unerörtert und die Multiplication zweier unendlicher Reihen wird ohne Weiteres als nach den für endliche Grössen gültigen Regeln vollziehbar angenommen.

Das Werk schliesst mit einem Anhange über mathematische Aufgaben (pg. 113 — pg. 126), in welchem manches Brauchbare sich vorfindet und namentlich auch eine ganze Reihe von Musteraufgaben behandelt sind.

Möchte bei einer etwa folgenden Auflage der verdienstvolle Herr Verfasser sich entschliessen, die mannigfaltigen individuellen Eigenheiten zu beseitigen, welche einer allgemeineren Einführung seines Lehrbuches bis jetzt im Wege stehen dürften.

II. Die mathematischen Extemporalien sind eine Sammlung von Aufgaben und Lehrsätzen, welche sich auf das gesammte Gebiet der elementaren Mathematik beziehen und schon durch diesen Umstand allein sich zur Einführung an höheren Schulanstalten empfehlen; denn eine besondere Aufgabensammlung für Arithmetik, eine besondere für Planimetrie und womöglich auch noch eine besondere für Trigonometrie und Stereometrie anzuschaffen kann man eigentlich keinem Schüler zumuthen. Was nun den Inhalt der Extemporalien anbetrifft, so enthalten sie einmal alle diejenigen Sätze und Erweiterungen des Lehrstoffes, welche ein möglichst knappes und auf das Nothwendigste sich beschränkendes Lehrbuch nicht auf-

zunehmen hat, und dann stellen sie eine grosse Masse von leichteren und schwereren Uebungen und Aufgaben zusammen, die so ausgewählt sind, dass sie durch jenes Minimum von Kenntnissen bewältigt werden können und somit eine entsprechende Vertiefung in mathematische Gedanken, sowie Gewandtheit in Handhabung mathematischer Operationen hervorbringen. Hierbei wird von dem Herrn Verfasser vorausgesetzt, „dass in jeder Classe ausser den Unterrichts- und Repetitionsstunden nach Anleitung des Lehrbuches auch Uebungsstunden angesetzt seien, in denen die Schüler unter specieller Anleitung des Lehrers, der dann nicht die Classe als Gesammtheit, sondern den einzelnen Schüler individuell ins Auge fasst und also seinen besonderen Bedürfnissen entgegenzukommen im Stande ist, zu schriftlichen Arbeiten angehalten und angeleitet werden. Für diese Uebungsstunden sollen die mathematischen Extemporalien die Grundlage bilden. Da nämlich die bessern Schüler mit den gegebenen Andeutungen recht bald selbständig arbeiten können, so hat der Lehrer Zeit, schwächere zu unterstützen und geringere Kräfte durch Ausdehnung der erläuternden Zusätze des Buches oder aber durch anderweitige Erinnerungen zu stärken, und was wesentlich ist, vor nutzlosen Versuchen zu bewahren. Dort nur, wo diese Voraussetzungen zutreffen, darf man auch zu häuslichen schriftlichen Arbeiten vorschreiten, weil man mit ihnen erst sicher sein kann, die Schüler nicht mit Anforderungen zu belästigen, denen sie unmöglich entsprechen können und sich meist durch das leidige Abschreiben zu entziehen suchen."

„Noch eine dritte Rücksicht ist bei Abfassung dieses Buches massgebend gewesen. Das gesetzlich vorgeschriebene Material ist ein nur sehr geringes und mit Recht; nicht selten jedoch hat der Lehrer Schülerjahrgänge, mit denen er weiter gehen kann und mithin auch weiter gehen muss; dann ist aber auch ein Lehrmittel nothwendig, welches Dictate oder häusliche Ausarbeitungen über Vorträge in der Schule überflüssig macht. Wenn endlich tüchtige Schüler vorhanden, die privatim sich beschäftigen wollen, so sollen auch diese in diesen Extemporalien hinlänglichen Stoff finden, so dass sie nach Durcharbeitung desselben wohl befähigt sein werden, auf der Universität mathematischen Vorlesungen nahe treten zu können."

Dem hiermit auseinandergesetzten Programme entsprechen die Extemporalien auf das vollständigste uud sind demgemäss zur Einführung insbesondere auf Gymnasien sehr wohl geeignet. Denn allerdings zunächst und ganz besonders erscheinen sie für Gymnasien berechnet, wo in Folge der geringen Stundenzahl, welche dem mathematischen Unterrichte zugewiesen ist, mehr und mehr der geometrische Constructionsstoff in den Vordergrund tritt und rücksichtlich der arithmetischen Operationen nur die nothwendigste Geläufigkeit erzielt zu werden pflegt. Die Anforderungen für Realschulen können und müssen höher gestellt werden: hier muss auf

ein bedeutend höheres Mass des arithmetischen Wissens und Könnens gedrungen werden, die analytische Geometrie tritt hinzu und auch Trigonometrie, sowie Stereometrie wollen intensiver geübt sein. Daraus folgt aber nicht, dass die Extemporalien für den Unterricht an Realschulen nicht zu gebrauchen seien; im Gegentheil auch in Betreff der zuletzt bezeichneten Theile der Wissenschaft bieten sie dem Schüler einen wünschenswerthen Anhalt und enthalten ein, wenn auch beschränktes, Aufgabenmaterial, welches zunächst und vor allem einzuüben sein wird: Sache des Lehrers ist es, dasselbe hinterher in angemessener Weise zu erweitern.

Ein kurzes Inhaltsverzeichniss möge die Richtigkeit der gemachten Bemerkungen bestätigen:

Planimetrische Sätze und Aufgaben. .	976	Sätze und Aufgaben.
Coordinatengeometrie der Ebene . .	39	- -
Erweiterung der Stereometrie (Sphärik und Coordinatengeometrie des Raumes)	33	- -
Stereometrische Aufgaben	99	- -
Maxima und Minima	20	- -
Numerisches Rechnen	75	- -
Buchstabenrechnung	168	- -
Gleichungen ersten und zweiten Grades	215	- -
Combinatorik und deren Anwendungen (Summation geschlossener Reihen, Determinanten)	37	- -
Diophantische Aufgaben	27	- -
Trigonometrische Auflösung der quadratischen Gleichungen	10	- -
Höhere Gleichungen	37	- -
Exponentialgrössen (Logarithmen, hyperbolische und cyclische Functionen)	39	- -
Algebraische Aufgaben aus geometrischen Anschauungen	30	- -
Abiturientenaufgaben	120	- -
in Summa	1925	- -

Im Einzelnen mag Folgendes bemerkt werden.

Der planimetrische Lehrsatz 62 (pg. 6) ist in der Fassung, welche sich durch irgend ein Versehen eingeschlichen hat, nicht richtig. Vermuthlich soll es wohl heissen: „Wenn man von der Spitze eines gleichschenkligen Dreieckes aus die eine der gleichen Seiten um ebensoviel verkürzt, als man die andere verlängert, so steht die Verbindungslinie der dadurch bestimmten Endpunkte auf der Grundlinie senkrecht.“

Was die Sätze (484 und 485) von Ceva und Menelaos, sowie deren Umkehrungen anbetrifft, so wäre hier wohl eine Unterscheidung des Vorzeichens, welche dem Quotienten der beiden Producte zukommt, angebracht gewesen.

Die sonstigen Hauptsätze über Transversalen, harmonische Theilung, Harmonicalen, Involution, Pole und Polaren, Aehnlichkeitspunkte, Radicalaxe, Radicalcentrum sind mit aufgenommen und an dem Problem der Tactionen ist gezeigt, wie diese Theorien anzuwenden sind.

Von den eingekleideten Aufgaben sind die meisten natürlich; Referent hat in dieser Beziehung nur an den Aufgaben 331, 332, 367, 383, 385, 392, 403 und 516 etwas auszusetzen gefunden, während die meisten Aufgabensammlungen einen Ueberfluss von geschraubten Aufgaben aufzuweisen haben — selbst die von Heis verdient nach dieser Seite herben Tadel.

Der Aufgaben zur analytischen Geometrie sind gar zu wenige und besonders die Coordinatengeometrie des Raumes ist kärglich bedacht — die bekannten Salmonschen Werke bieten ein reichhaltiges, sehr zweckmässig ausgewähltes Material, dessen Benutzung angebracht gewesen wäre.

Auch die Aufgaben über Maxima und Minima erstrecken sich über ein allzubeschränktes Gebiet und würde für eine spätere Auflage nach dieser Seite hin aus Koppes neuerdings erschienener Analysis manches sehr Zweckmässige sich entnehmen lassen.

Referent wünscht den Extemporalien, die auch durch Druck und Ausstattung sich empfehlen, dass sie die verdiente Aufnahme in höheren Lehranstalten finden und recht bald in neuer Auflage erscheinen mögen.

ELMSHORN. Dr. SCHWARZ.

BELTRAMI, A. E., (Professeur à l'unsiversité de Bologne.) Essai d'interprétation de la géométrie non euclidienne traduit de l'italien par M. J. Hoüel, extrait du Giornale di Matematiche, t. VI, 1868.

Die vorstehende Abhandlung knüpft an die Untersuchungen an, welche Lobatchefsky unter dem Namen „imaginäre Geometrie“ zusammenfasst, und enthält eine grundlegende Ausführung dieser Theorie in Bezug auf die Oberflächen von negativer constanter Krümmung, welche der Kürze halber als „pseudosphärische“ bezeichnet werden. Die Geometrie der auf solchen Flächen befindlichen Gebilde heisst „pseudosphärische Geometrie“ und macht einen speciellen Theil der „planimetrie non euclidienne“ aus, welche im Gegensatze zu der „euclidischen“, auf ebene Figurationen bezüglichen Geometrie so genannt wird. Die „planimétrie non euclidienne“ ist bisher vorzugsweise in Bezug auf Oberflächen von positiver constanter Krümmung, unter denen die Kugelfläche weitaus die wichtigste ist, behandelt worden: hier nun werden ihre Grundlagen in Bezug auf pseudosphärische Flächen entwickelt.

Zuerst wird bewiesen, dass auf jeder pseudosphärischen Oberfläche zwischen zweien bestimmten reellen Punkten derselben immer

eine, aber auch nur eine geodätische Linie möglich sei: dasselbe Theorem gilt bekanntlich für die Ebene und im Allgemeinen auch für alle Oberflächen von positiver constanter Krümmung. Indessen giebt es in dem zuletzt bezeichneten Falle Ausnahmen, denn z. B. durch zwei solche Punkte einer Kugelfläche, welche Endpunkte eines Durchmessers sind, lassen sich unendlich viele geodätische Linien (grösste Kreise) legen.

Der Beweis des zweiten fundamentalen Theorems, dass jeder Theil einer pseudosphärischen Fläche mit irgend einem andern Theile derselben Fläche zur Deckung gebracht werden kann und zwar auf doppelte Art (nämlich sowohl direct als invers), wird im zweiten Anhange am Schlusse der Abhandlung (pg. 34—38) geführt. Demgemäss kann jede von geodätischen Linien gebildete Figuration auf der Oberfläche beliebig verschoben werden, ohne dass die Längen und die Winkel der befassten Linien irgend welche Aenderung erführen. Dasselbe Princip hat bekanntlich auch für Ebenen und für Oberflächen von positiver constanter Krümmung unbeschränkte Gültigkeit.

Dies vorausgesetzt, wenn man sich auf diejenigen Sätze der euclidischen Geometrie beschränkt, welche in letzter Instanz auf blosser Congruenz beruhen, treten die innigsten Beziehungen zwischen der „euclidischen" Planimetrie und der „nicht euclidischen" Geometrie hervor. Denn die euclidische Planimetrie wendet das allgemeine Princip, dass zwischen zweien Punkten nur eine gerade Linie möglich sei, nur auf solche Paare von Punkten an, die in einer bestimmten festen Ebene enthalten sind; sie beruht nämlich wesentlich auf dem Axiome, dass, wenn zwei Ebenen auf einander gelegt werden, deren jede eine bestimmte Gerade befasst, die befassten beiden Geraden in ihrer ganzen Ausdehnung zusammenfallen, wenn sie mit zweien speciellen Punkten zusammenfallen. Nun bleibt dieser Satz, vorbehaltlich der Ausnahmen, die er für Flächen von positiver constanter Krümmung erleidet, auch noch dann richtig, wenn man an Stelle der Ebenen Oberflächen von gleicher constanter Krümmung treten lässt. Folglich müssen sämmtliche in Betracht kommende Theoreme der Planimetrie auch auf die entsprechenden Figurationen sich übertragen lassen, welche durch geodätische Linien auf Flächen von constanter Krümmung gebildet werden. Hierdurch treten die längst bekannten, übrigens durch gewisse Ausnahmen beschränkten Analogien zwischen ebener und Kugelgeometrie in das rechte Licht und zugleich erhellt, dass die ebene und pseudosphärische Geometrie einander durchgehends entsprechen müssen.

Die Abhandlung berührt auch noch das Verhältniss zwischen ebener und pseudosphärischer Stereometrie: aber das Resultat ist nicht die Gewissheit, sondern nur die Unwahrscheinlichkeit, dass die Betrachtungsweise der euclidischen Stereometrie auf die pseudosphärische Stereometrie ausgedehnt werden könne: eine analystische Theorie der letzteren wird in nächste Aussicht gestellt.

Die Beweisführung in der Abhandlung geht von der Formel

$$ds^2 = R^2 \cdot \frac{(a^2 - v^2)\,du^2 + 2uv\,du\,dv + (a^2 - u^2)\,dv^2}{(a^2 - u^2 - v^2)^2}$$

aus, welche das Linienelement einer Oberfläche von der constanten Krümmung $-\frac{1}{R^2}$ darstellt und den Vortheil bietet, dass jede lineare Gleichung zwischen u und v mit Gewissheit eine geodätische Linie der Oberfläche ausdrückt. Die beiden Linien

$$u = 0\,, v = 0$$

werden fundamentale Linien genannt und sind als rechtwinklige Coordinatenaxen anzusehen, indem jeder Punkt der Oberfläche als der Durchschnitt zweier geodätischen Linien erscheint, welche auf den beiden Axen senkrecht stehen — das cartesianische Coordinatensystem ist hiermit auf pseudosphärische Flächen übertragen. Weiter wird eine Hülfsebene eingeführt und auf dieser Hülfsebene der sogenannte „Grenzkreis" bestimmt mit der Eigenschaft, dass die geodätischen Linien der Oberfläche in ihrer ganzen Ausdehnung den Chorden des Grenzkreises entsprechen, während die ausserhalb des Grenzkreises befindlichen Verlängerungen der Chorden keine reelle Repräsentation auf der Oberfläche zulassen. Näher werden alle reellen Punkte der Oberfläche durch reelle im Innern des Grenzkreises befindliche Punkte dargestellt; die Peripherie des Grenzkreises entspricht den unendlich entfernten Punkten der Oberfläche und die concentrischen innerhalb des Grenzkreises befindlichen Punkte entsprechen den geodätischen Kreisen der Oberfläche, deren Centrum in dem Punkte ($u = 0$, $v = 0$) liegt. Wie hieraus das Princip, dass zwei Punkte einer pseudosphärischen Fläche nur eine geodätische Linie bestimmen, hergeleitet werden kann, ist unmittelbar klar.

Die weitere Entwickelung enthält analytische Ausführungen und Deutungen der gewonnenen Resultate, welche das Detail der pseudosphärischen Geometrie betreffen: wie bemerkenswerth dieselben auch sein mögen, an dieser Stelle kann nicht näher darauf eingegangen und muss auf das genauere Studium der interessanten Schrift verwiesen werden.

Dr. Schwarz.

Temme, Dr. A. J., Oberlehrer am Gymnasium zu Rheine. **Planimetrische Aufgaben**, gesammelt und mit Andeutungen für Construction und Rechnung versehen. 2. Aufl. Münster, Aschendorff'sche Buchhandlung 1870. 63 S. 8. Pr. 6 Sgr.

Eine im Ganzen recht zweckmässige Auswahl von 300 Aufgaben für den ausschliesslichen Gebrauch der Schüler nebst zwei mit ausführlicher Lösung versehenen Beispielen. Die den einzelnen Aufgaben beigefügten Andeutungen für die Construction (ohne Figuren) sind möglichst knapp gehalten und werden selbst befähigteren Schülern die Freude des Findens nicht verkümmern, während

sie für schwächere vielleicht nicht immer hinreichen werden. Von den bekannteren Aufgaben-Sammlungen unterscheidet sich die vorliegende durch die beigegebenen kurzen Andeutungen zur (meist trigonometrischen) Berechnung der gesuchten Stücke, durch welche das Gebiet ihrer Anwendbarkeit erweitert wird. Das Werkchen wird sich da, wo eine engere Bezugnahme auf Aufgaben durch das Lehrbuch fehlt und auf eine grössere Reichhaltigkeit zur Abwechselung in verschiedenen Cursen verzichtet wird, zur Vermeidung von Dictaten u. dergl. ganz gut verwerthen lassen. Der Verfasser stellt das Princip auf, dass dem Schüler nicht mehr Aufgaben in die Hand gegeben werden sollten, als er bei angestrengtem Fleisse während der Dauer des betreffenden Unterrichts lösen könne, und man wird zugestehen können, dass darin etwas Richtiges liegt, und dass die hier gebotene Auswahl für diesen Zweck mehr als ausreichend ist; auf der anderen Seite wird man dagegen das Bedenkliche einer stereotypen Wiederholung derselben Aufgaben in jedem neuen Cursus einwenden können.

Was wir in der kleinen Schrift vermissen, ist ein durchgreifendes Princip in der methodischen Anordnung. Aeusserlich sind die Aufgaben auf nur drei Abtheilungen vertheilt; die erste enthält solche ohne Anwendung der Proportionen und der Kreislehre, die zweite solche, welche die ersteren voraussetzen, die dritte bringt Aufgaben mit Anwendung des Kreises. Schon gegen diese Vertheilung lassen sich Bedenken erheben; die Ansicht, dass die Kreislehre aus methodischen Gründen in zwei durch die Lehre von der Aehnlichkeit geradliniger Figuren getrennten Abschnitten zu behandeln ist, dürfte jetzt wohl die herrschende sein. Aber auch innerhalb dieser Abtheilungen ist uns, wenn auch eine gewisse systematische Reihenfolge, so doch kein bis ins Einzelne ausgearbeiteter Plan in der Aneinanderreihung der Aufgaben ersichtlich geworden. So folgen, um wenigstens einzelne Beispiele anzuführen, unter den Dreiecksconstructionen des 1. Abschnitts solche, welche sich durch gegebene Höhen unmittelbar auf gegebene rechtwinkelige Dreiecke zurückführen lassen, erst nach solchen, welche zur Analyse eine besondere Hülfsconstruction erfordern, sodass der Grundsatz, vom Leichteren zum Schwereren aufzusteigen, hier einer Anordnung nach mehr äusserlichen Kategorien geopfert scheint; unter den Berührungsaufgaben ist 221 viel leichter als 210—213, ja eigentlich nur ein besonders einfacher Fall von 211, u. dergl. m. Wir verkennen übrigens nicht die besonderen Schwierigkeiten, welche die Anordnung des Uebungsmaterials in einer nicht ausschliesslich für einen speciellen Lehrgang bestimmten Sammlung bietet, und wünschen nur, dass der Verf. in einer 3. Auflage das Werkchen nach dieser Seite hin allgemeiner brauchbar gestalten möge. Eine Gliederung desselben in eine grössere Anzahl von Abschnitten, welche die Uebersicht und Auswahl für anderweitige Anordnung erleichterte, würde dazu schon wesentlich beitragen.

Hamm. Dr. Reidt.

LORSCHEID, Dr. J., Lehrer der Real- und Gewerbeschule zu Münster. Lehrbuch der anorganischen Chemie. Mit 57 Abbildungen und einer Spectraltafel in Farbendruck. Freiburg im Breisgau, Herder'sche Verlagshandlung. 1870. — 16 Bog. (Pr.: ?)

In diesem Buche sind durchgängig die neuen Theorien zu Grunde gelegt. Ohne Zweifel ist dies für ein jetzt neu erscheinendes Lehrbuch auch der anorganischen Chemie das allein Richtige. Ref. erinnert sich, wie wenig ihn früher gewisse Theile des chemischen Unterrichts befriedigt haben. Der Grund war die Unvollkommenheit der theoretischen Ansichten, der gänzliche Mangel einer das Ganze umfassenden Theorie. Die Volumenverhältnisse, welche jetzt eine so fundamentale Bedeutung haben, erschienen nur als vereinzelte Thatsachen. Bei der Bestimmung der älteren Aequivalente hatte man sich durch das Streben nach möglichster Einfachheit leiten lassen. Die nahe Beziehung der so bestimmten Aequivalente zu den spezifischen Wärmen entdeckte man erst später. Gegenwärtig legt man die Volumenverhältnisse und die spezifische Wärme zu Grunde und die Einfacheit der Formeln ergibt sich dann zum Theil von selbst. Schüler, welche jetzt Chemie zu lernen anfangen, müssen nothwendig mit dem neuen System bekannt gemacht werden und was diejenigen betrifft, welche die Chemie schon nach dem alten gelernt haben, so werden diese es dem Lehrer nur Dank wissen, wenn er ihnen dasselbe durch ein besseres ersetzt. In vorliegendem Werke sind die angeführten Prinzipien sowie auch ein weiteres wichtiges Element der neuen Theorie, die aus den Substitutionen hervorgehende Lehre von der Werthigkeit, vollständig dargelegt, überall angewendet und durch passende Beispiele, Atomgewicht des Quecksilbers etc. erläutert. — Die ältere Nomenclatur war zum Theil, wie diejenige des Linné, eine binäre *(Cupr. oxydatum, oxydulatum, chloratum, monochloratum).* Sie gründete sich auf den Umstand, dass es ganze Reihen von Verbindungen gibt, die einen Bestandtheil gemein haben, während der andere verschieden ist. Nach der neueren Theorie entstehen nun ebenfalls ganze Reihen von Verbindungen aus einer einzigen durch Vertretung eines Bestandtheils. Die Namen werden daher hier ungefähr in derselben Weise zusammengesetzt sein müssen wie früher. Ich finde es deshalb ganz zweckmässig, dass der Verfasser die alten Benennungen grösstentheils beibehalten hat. Indess bin ich nicht ganz mit ihm einverstanden, wenn er den Namen schwefelsaures Zink für $\left.\begin{matrix}SO_2\\Z\end{matrix}\right\}O_2$ aus dem Grunde verwirft, weil diese Verbindung keine $\left.\begin{matrix}SO_2\\H_2\end{matrix}\right\}O_2$ enthält. Die Benennung „schwefelsaures Zink" enthält die Namen aller drei Bestandtheile, ähnlich wie Eisenoxyd oder -oxydul oder wie z. B. der von dem Verfasser gewählte Name Schwefelhydrosäure für $\left.\begin{matrix}SO_2\\H_2\end{matrix}\right\}O_2$, während dagegen in „schwefelsaures Zinkoxyd" der Sauerstoff zweimal genannt ist. Der wesentlichste Uebelstand,

den die bloss das Metall statt des Oxydes enthaltenden Benennungen haben, ist wohl der, dass es von manchen Metallen mehrererlei Salze gibt. Es möge hier bemerkt werden, dass man die monatomen und diatomen Salze im Einklang mit den neuen Ansichten füglich in der Weise unterscheiden könnte, dass man z. B. schwefelsaures Oxyduleisen, schwefels. Oxydeisen (d. h. Eisen, wie es im Oxydul zweiwerthig und wie es im Oxyd sechswerthig enthalten ist) sagte. — Die neuesten Entdeckungen in der Chemie (Ozon und Antozon, Wasserstoffpalladium etc.) sind in dem Werkchen mit berücksichtigt. Am Schlusse ist eine ausführliche Tafel der Atomgewichte, spezifischen Wärmen etc. gegeben.

Wiedenbrück, Westfalen. W. Veltmann.

Wurtz, Ad., Geschichte der chemischen Theorien seit Lavoisier bis auf unsere Zeit. Deutsch herausgegeben von A. Oppenheim, Dr. phil. Privatdocenten an der Universität Berlin. Berlin 1870, bei R. Oppenheim. (Pr. ?)

Der deutschen Literatur fehlte es bisher an einem Buche, in dem die wichtigsten Entwicklungsmomente der chemischen Theorien fasslich und gedrängt dargestellt werden. A. Oppenheim glaubte diesem Mangel durch eine um wenige eigene Zusätze vermehrte Uebersetzung von A. Wurtz, *Histoire des doctrines chimiques depuis Lavoisier jusqu'à nos jours* (Paris 1868. Hachette und Comp.) abzuhelfen.

Dem Verfasser der Originalarbeit ist bereits im literarischen Centralblatt 1869 No. 11 mit ungeschminkten Worten seine subjective Auffassung des zu bearbeitenden Stoffes vorgehalten worden, indem nachgewiesen ist, wie der erste Satz des Buches *„la Chimie est une science française“* den Drehpunkt und das Ziel seiner Darlegungen bezeichnet. Der deutschen Ausgabe ist ein Vorwort vorausgeschickt, in welchem der Herausgeber durch Citate Sir Humphry Davy's und des Historikers Iames Buckle die unbestrittenen Verdienste Lavoisier's hervorhebt, sowie eine Erklärung des Verfassers, dass er mit jenen Worten nur den französischen Ursprung der wissenschaftlichen Chemie habe bezeichnen wollen. Demgemäss glaubte der Herausgeber durch eine Abänderung des ersten Satzes, sowie durch wenige Zusätze, welche einen Einfluss Kekule's und Kolbe's auf die Entwicklung der Chemie constatiren, die erwünschte historische Unparteilichkeit der Darstellung wieder herzustellen. An dem Charakter des Buches hat er indessen nichts geändert. Wurtz ist nicht damit zufrieden, in Lavoisier den Befreier der Chemie von dem hypothetischen Phlogisten zu sehen, der durch das Hervorheben der Quantitätsbestimmungen eine sichere Grundlage für neue Forschungen bot, er will uns auch lehren, wie Lavoisier's Ideen die Basis für die weiteren Forschungen eines Dalton, Dümas, Laurent,

Gerhardt boten, aus denen sich namentlich durch seine eigene Entdeckung der zusammengesetzten Ammoniake und durch Williamson's Entdeckung der zusammengesetzten Aether die Typentheorie weiter entwickelte. Weiterhin folgt die Entwicklung des Begriffes der Atomigkeit, der noch jetzt die ganze Wissenschaft beherrscht. Indem der Verfasser die verschiedenen Stadien der Entwicklung dieses Begriffes, die Entdeckung mehratomiger Verbindungen, die Untersuchungen über die Atomigkeit der Radicale und über die der Elemente und schliesslich die Untersuchungen über den Einfluss der den Atomen innewohnenden Kraft, die sich durch ihre Verbindungswärme äussert, eingehend verfolgt, gelangt er wiederum zu dem Resultate, dass wohl auch deutsche Chemiker zur Entwicklung beitrugen, die volle Wahrheit aber erst durch französische Forschungen an's Tageslicht gefördert worden ist.

SPREMBERG. MÜLLER.

EMBDT, AUGUSTE. Leitfaden der Naturgeschichte für Mädchenschulen. Dritte*) verbesserte Auflage. Wiesbaden. Verlag von Chr. Limbarth. 1870. VI u. 191 S. (Pr. ?)

Der vorliegende Leitfaden bietet einen so überreichen Lehrstoff, dass es, besonders bei der dem naturkundlichen Unterrichte in den meisten Schulen noch so kärglich zugemessenen Zeit, geradezu unmöglich ist, diesen Stoff den Schülern zum Verständniss zu bringen und dadurch ihnen zum bleibenden Eigenthume zu machen. Bei der Anordnung des Unterrichtsmaterials ist die Verfasserin, wie sie selbst bemerkt, den „Pfad des Systems" gegangen und hat somit den Weg eingeschlagen, nach welchem früher in niedern und höhern Schulen der naturgeschichtliche Unterricht „vorgetragen" wurde und der Manchem für sein ganzes Leben das Studium der Naturgeschichte verleidet hat. Dem Systematismus und der systematischen Ausführlichkeit dürfte für die Volksschule, wie auch für die sogenannten höheren Mädchen- oder Töchterschulen eine andere, sogleich näher zu beschreibende Methode vorzuziehen sein. Auch mit dem „Plane" der Verfasserin: „die drei Naturreiche in drei verschiedenen Lehrstunden gleichzeitig" zu lehren, kann die Pädagogik nicht einverstanden sein.

„In der Darstellung der Gebilde", heisst es auf Seite V des Vorwortes, „habe ich weniger die Unterscheidungsmerkmale des Systematikers, die doch kein anschauliches Bild geben, als die charakteristischen Züge hervorgehoben; um so mehr, da in Schulen zu oft die mündliche Beschreibung das Anschauen ersetzen muss." Dieser Satz führt uns auf die erste Forderung: die Anschaulichkeit, welche

*) „Die erste Auflage wurde vor mehreren Jahren nur für eine befreundete Schule geschrieben, und kam daher nicht in den allgemeinen Buchhandel."

Anmerkung zum Vorwort d. Aufl. v. J. 1854.

die Pädagogik an allen Unterricht stellt; ganz besonders aber ist es eine unerlässliche Forderung, den naturgeschichtlichen Unterricht auf Anschauung zu gründen und die Kinder, Knaben und Mädchen, sehen und beobachten zu lehren. Das ist allerdings keine leichte, aber eine sehr wichtige Aufgabe dieses Unterrichtes. Nur was die Schüler genau gesehen und beobachtet haben, werden sie verstehen und behalten. Solche Uebung des Auges wird auch für das ganze Leben von unberechenbarem Einfluss sein. Namentlich ist für die Volksschule die Pflanzenkunde geeignet, genannten Zweck zu erreichen. Die Flora der Heimat liefert ein so reiches und vorzügliches Anschauungsmaterial, dass jeder Schüler die zu besprechende Pflanze vor sich haben kann und es nur der Anleitung des Lehrers bedarf, zu eingehenden Beobachtungen die Kinder zu veranlassen. An eine Pflanzenspecies, als Vertreter der ganzen Familie, knüpfe sich die Besprechung über die einzelnen Theile; daran schliessen sich Beobachtungen über den innern Bau und das Leben der Pflanzen an. Ein oder für Klassen mit grösserer Schülerzahl mehrere Mikroskope sind dazu unentbehrlich. Durch die ausführlichste Beschreibung wird das Kind keine deutliche Vorstellung von einer Pflanzenzelle, einem Blüthenstäubchen, einer Spore etc. erlangen, wenn es nicht unter dem Mikroskope diese Dinge sieht. Nicht in willkührlichem Durcheinander, sondern nach wohl geordnetem Plane werden nach und nach die für die Schüler auf der betreffenden Altersstufe verständlichen Capitel der Physiologie etc. mit behandelt. Erwähnung von andern bemerkenswerthen Gliedern derselben Familie, selbst ausländischen, mit Erläuterungen durch getrocknete Exemplare oder durch gute Abbildungen, wie verschiedene „Beziehungen auf Menschen- und Völkerleben“ sind nicht ausgeschlossen: Am Ende des ganzen Cursus werden die besprochenen Pflanzenarten zu Gruppen zusammengestellt. Erst wenn der Begriff des Individuums und der Species gewonnen ist, wird sich der kindliche Geist auch eine Vorstellung von Gattung, Familie, Klasse etc. bilden können. Sind die Schüler im Zeichnen etwas geübt, so lasse man sie, nachdem der Lehrer an der Wandtafel diess selbst gethan, die besprochenen Pflanzen, oder einzelne Theile derselben, oder im Mikroskop Gesehenes, darstellen und mit kurzen Bemerkungen oder ausführlichen Beschreibungen versehen. Auch legen sich die Kinder, wenn ihnen nur einige Anleitung dazu gegeben wird, gern ein kleines Herbarium an. Dieses und die erwähnten Zeichnungen und Notizen bieten zugleich die besten Mittel zur Erinnerung an das Besprochene. Ist der Cursus für die Naturgeschichte nur auf 1 Jahr beschränkt, so bieten 20 bis 30 Species vollkommen genug Stoff für eingehende Besprechungen dar; ist derselbe zwei- oder dreijährig, so erweitere man den Kreis auf 30 bis 50 Arten, bez. mehr. Jedes Sommerhalbjahr widme man der Botanik und schliesse, wenn der Cursus z. B. ein zweijähriger ist, im ersten Winterhalbjahre den Unterricht über das Thierreich, im zweiten den über das Mineralreich an.

Es würde zu weit führen, hier noch zu zeigen, wie in ähnlicher Weise der Lehrstoff aus den übrigen Naturreichen anzuordnen und zu behandeln ist, wenn der Forderung der Anschaulichkeit genügt werden soll. Das Sammeln von Pflanzen im Sommersemester wird vielfache Gelegenheit geben, manches später Brauchbare mit zusammen zu tragen. Es sei noch bemerkt, dass, wenn die Gegenstände nicht in Natur vorgeführt werden können, wenigstens gute und grosse Abbildungen, die sich aber nicht blos auf die äussere Form erstrecken dürfen, zu Hülfe genommen werden müssen.

Freiberg. Pörzler.

Das neue Regulativ für die Gymnasien im Königreiche Sachsen,

soweit es sich auf Mathematik und Naturwissenschaft bezieht,

mit Bemerkungen von J. Kober.*)

Mathematik, Rechnen, Naturwissenschaften.

§ 63.

Vorbemerkung.

Der Unterricht in Mathematik und Rechnen [1]) ist in den beiden Primen, Secunden und Tertien in wöchentlich 4 Stunden, in den drei Unterklassen in wöchentlich 3 [2]) Stunden zu ertheilen.

Um für den Unterricht in der Geometrie eine gleiche Vorschule [3]) zu geben, wie sie die Arithmetik in dem gemeinen Rechnen hat, empfiehlt es sich, bereits beim Unterricht in den untern Gymnasialklassen geometrische Anschauungslehre [4]) und Constructionsübungen zu berücksichtigen. Ebenso ist die Lehre von den Deci-

---

1) S. die Schlussbemerkung über den Gegensatz zwischen „Mathematik“ und „Rechnen.“

2) S. später.

3) S. die Schlussbemerkung.

4) Eine noch offene Frage. Referent hält den Nutzen dieser Anschauungslehre für keineswegs ausgemacht: sie erinnert an die Physik und Chemie in den östreichischen Unterrealschulen. Eine tüchtige algebraische Grundlage ist die beste Vorbereitung für die Geometrie. Dem Anfange der (eigentlichen) Geometrie sollte einige Bekanntschaft mit den Gleichungen vorausgehen. Für Anschauung sorge die Naturgeschichte und theilweise das Rechnen.

---

*) Obgleich dieses Regulativ bereits in Heft 1 S. 46—57 eine Beurtheilung durch einen ausser sächsischen (baierschen) Schulmann erfahren hat, glauben wir doch die folgende, theils abweichende, theils ergänzende Besprechung desselben von einem sächsischen, (dem sächsischen Schulregiment aber ferner stehenden) Schulmann unsern Lesern um so weniger vorenthalten zu dürfen, als sie beherzigenswerthe Abänderungsvorschläge im Einzelnen enthält.

malbrüchen so frühzeitig als möglich vorzunehmen, und sind die Schüler im Gebrauche der Logarithmen zeitig zu üben.

Im Uebrigen[1]) ist der Unterricht in der Mathematik unter Vermeidung des Eingehens auf Gegenstände und Fragen, deren Verständnisse bei der Mehrzahl der Schüler zu erhebliche Schwierigkeiten sich entgegenstellen, so einzurichten, dass die Selbstthätigkeit aller Schüler durch Vortrag und angemessene vielseitige[2]) Uebungen angeregt und ununterbrochen erhalten werde.

§ 64.

Mathematik (u. Rechnen); Vertheilung des Lehrstoffes.

Regulativ.	*Vorschläge.*
Sexta: 3 St[3].)	Sexta: 4 St.
Die vier Species in unbenannten u. benannten ganzen Zahlen. Theilbarkeit der Zahlen, Factorenzerlegung. Die wichtigsten Masseinheiten. Regeldetri, durch Zurückführung auf die Einheit. Einübung alles dessen nicht nur schriftlich, sondern auch durch Kopfrechnen (mit nicht zu hohen Zahlen).[4])	Im Wesentlichen wie im Regulativ. Statt „benannten Zahlen“ möchten wir setzen „gleich und ungleich benannten.“

[1]) Eine sehr weise Bemerkung, die noch immer nicht genug zur Berücksichtigung empfohlen werden kann. Doch soll damit wohl nicht verwehrt sein, den begabten Schülern hin und wieder einige Minuten zu widmen.

[2]) Das Wort „vielseitig“ verdient besondere Hervorhebung.

[3]) Für Sexta und Quinta wünschen wir 4 Stunden. In keinem Wissenszweige ist eine feste und lückenlose Grundlage so unentbehrlich, wie in der Mathematik. Denken wir uns z. B. einen Knaben, der im Lateinischen die fünfte Declination nicht gelernt hat, so wird derselbe zwar jedesmal, wo ein Wort aus der fünften Declinat. vorkommt, einen Fehler machen, aber sein Specimen im Uebrigen richtig und gut fertig bringen. Kann er aber z. B. nicht mit Brüchen dividiren, so wird jede Aufgabe, die eine Bruchdivision enthält, völlig unlösbar und seine Arbeit werthlos. Das Geheimniss eines erfolgreichen Unterrichts in der Mathematik liegt meist darin, dass die Grundlagen recht sicher gelegt werden, dass der Schüler so eingeübt wird, dass ihm das Rechnen leicht vorkommt. Eine grosse Täuschung würde es sein, wenn Jemand meinte, dass diese Gründlichkeit erst in der Algebra nöthig sei.

[4]) Diese Worte sind nicht ganz klar. Soll damit gesagt sein, dass der Schüler nicht aus dem Kopfe 300000 u. 400000 addiren soll? Wahrscheinlich ist nur gemeint, dass dem Schüler im Kopfrechnen nicht zu grosse Arbeit zugemuthet werden soll.

Regulativ.	*Vorschläge.*
Quinta: 3 St.[1]	Quinta: 4 St.
GemeineBrüche.Proportionen.[2] Anfänge der Decimalbrüche.	Gemeine Brüche und Decimalbrüche (vollständig). Ganz leichte Regeldetriaufgaben mit Brüchen sind zulässig.
Quarta: 3 St.	Quarta: 3 St.[3]
Decimalbrüche. Proportionen. Zusammengesetzte Verhältnissrechnungen, Gesellschaftsrechnung.	Buchstabenrechnung in 2 St. bis zu den Zerlegungen mehrgliedriger Ausdrücke (etwa S.1—70 bei Hoffmann.[4]) Die dritte Stunde mag auf Regeldetri (Schlussrechnung) u. Repetition der Brüche verwendet werden.
Untertertia: 4 St.	Untertertia: 4 St.
Elemente der Buchstabenrechnung (die vier Species, Potenzen mit positiven, ganzen Exponenten). Formenlehre: Ausführung leichter Constructionen mit Lineal und Zirkel. Gleichheiten und Ungleichheiten von Strecken und Winkeln	Buchstabenrechnung bis zu den Wurzeln; einfache Gleichungen (Hoffmann, S. 71—94. 160—180) nebst leichteren angewandten Aufgaben (Gesellschaftsrechnung etc.) In der dritten Stunde Repetition,[5]) Zinsrechnung u. s. w.

[1]) Die Bruchrechnung ist als Vorschule für die ganze Arithmetik so äusserst wichtig, dass sie sehr sorgsam und vielseitig betrieben und bedeutend geübt werden muss. Statt der „Proportionen“ empfehlen wir die Decimalbrüche, wodurch der Cursus eine schöne abgerundete Begrenzung erhält. Dringend nothwendig ist aber, dass dieser Cursus nicht einem jungen Lehrer (oder gar einem Nichtmathematiker) überlassen werde. Zumal, wenn nur 3 Stunden bewilligt werden, ist unbedingt ein sehr geübter und gewandter Lehrer erforderlich, wenn nicht bis in die obersten Klassen hinauf unheilbarer Schade geschehen soll.

[2]) Eine wirkliche Proportionslehre scheint nicht gemeint zu sein, da in Obertertia die „Fundamentalsätze der Proportionslehre“ gelehrt werden sollen.

[3]) Eine vierte Stunde dürfte schwerlich zu erlangen sein.

[4]) Wir empfehlen angelegentlichst für die Anfänge der Algebra, einschliesslich der Wurzellehre und der Gleichungen des ersten Grades, die Aufgabensammlung von Fr. Hoffmann, Bayreuth (Zweiter Theil). — Die ersten 33 §§ im Heis finden wir für Anfänger ungeeignet. Es fehlt zumal an passenden Uebungsaufgaben: die vorhandenen sind theils ganz leicht, theils zu schwer, ein Fehler, der sich auch in den späteren §§ wiederholt. Die Aufgaben über Proportionsrechnung in § 33 sind entschieden schwerer, als die ersten 80 Aufgaben in § 63.

[5]) Solche Repetitionsstunden werden zumal um der mit ungenügender Vorbildung später eingetretenen Schüler willen nöthig.

Regulativ.

an geradlinigen Figuren und am Kreise (ungefähr Euklid I, 1—34 und den entsprechenden Sätzen im dritten Buche).

Obertertia: 4. St.

Wurzelausziehen.[2] **) Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten.

Erweiterung eines geometrischen Pensums der vorigen Klasse. Flächengleichheiten. Fundamentalsätze der Proportionslehre.[3])

Vorschläge.

Die vierte Stunde beibt für die geometrische Formenlehre.[1]) *)

Obertertia: 4 St.

Wurzellehre (Hoffmann S. 95—159; Heis § 40—55). Angewandte Gleichungen (Rabatt, Discont etc.)

Planimetrie bis zu den dem Kreise ein- und umgeschriebenen Vielecken. Proportionslehre als Hülfsmittel für die Lehre von der Aehnlichkeit.

---

[1]) Es würde sich vielleicht empfehlen, die Formenlehre (oder die ersten Abschnitte der Planimetrie) zweistündig nur im Winterhalbjahre zu treiben, im Sommer aber zwei Stunden auf Repetition (Decimalbrüche etc.) zu verwenden.

[2]) Die Operation des Wurzelausziehens aus Zahlen vor der Theorie der Wurzeln zu lehren, halten wir für pädagogisch falsch: sie enthält fast keine Bildungselemente, kann ohne die Theorie (mindestens der Potenzirung der Binome) nicht verstanden werden und findet vor dem pythagoräischen Lehrsatze keine Anwendung, letzterer verlangt aber sofort ein gut Stück Wurzeltheorie. Die Ausziehung der Kubikwurzel ist völlig unnütz.

[3]) Die Verweisung der Theorie der Proportion in die Geometrie (Aehnlichkeitslehre) finden wir durchaus zweckmässig.

---

*) Der Herausgeber dieser Zeitschrift ist der (schon oft von ihm ausgesprochenen) Ansicht, dass die geometr. Formenlehre nach Quarta gehöre (vergl. Heft 1. S. 51. Anm. und Bd. I. S. 25). Dort ist sie nicht allein ein sehr beliebter, sondern auch ein dem Durchschnittsalter (ca 14 J.) und der Fassungskraft der Schüler angemessener Gegenstand, der aber nicht in wöchentlich einer Stunde abgemacht werden sollte. Eine Stunde ist keine Stunde! Und dazu dürfte, da ja in Quarta ohnehin die Naturgeschichte ausfällt (wodurch die früheren 6 Stunden für die Realfächer gerade auf die Hälfte reduzirt sind!!) doch wohl nach erneutem Antrage noch eine Stunde zu erlangen sein! D. Red.

**) Dieser Ausdruck ist jedenfalls nicht treffend, er bezeichnet nicht das, was die Verfasser des Regulativs im Sinne gehabt haben, nämlich „die Lehre von den Wurzeln“ und Wurzelausziehen ist ein specielles Capitel hieraus. Wie man übrigens die Wurzellehre vor der Potenzlehre (s. II^b) lehren kann ist uns unverständlich. Man kann beides verbinden oder vielmehr vermischen) wie Balzer II.) aber immerhin ist doch die Potenz das Primitive, da sie sich schon bei der Multiplikation von (gleichen) Monomen und Polynomen ergibt (s. Baltzer § 9) diese Trennung befolgt z. B. Heis in seiner Aufgabensammlung und Reidt in seinem Lehrb. sowie v. a. D. Red.

Regulativ.	*Vorschläge.*
Untersecunda: 4 St.	Untersecunda: 4 St.
Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten. Quadratische Gleichungen.[1]) Lehre von den Potenzen.[2]) Anfänge des Rechnens mit Logarithmen.[3])	Gleichungen mit Wurzeln und mit mehreren Unbekannten. Angewandte Aufgaben bis zu vollständigem Abschlusse.
Aehnlichkeit der Dreiecke. Verhältnisse von Flächenräumen. Anwendung auf geradlinige Figuren und den Kreis. Kreisrechnung.	Geradlinige Figuren in und um den Kreis. Kreisrechnung. Geometrische Aufgaben und Excurse.
Obersecunda: 4 St.	Obersecunda: 4 St.
Theorie der Logarithmen. Arithmetische und geometrische Progressionen. Zinseszins- und Rentenrechnung.	Theorie und Anwendung der Logarithmen. Quadratische Gleichungen, nebst angewandten Aufgaben.
Geometrie und ebene Trigonometrie.	Ebene Trigonometrie. Ein Theil der Stereometrie. Daneben planimetrische Aufgaben.

Unter- und Oberprima: 4 St.[4])

[1]) Die quadratischen Gleichungen vor den Wurzeln und Logarithmen zu lehren, halten wir für unthunlich. Die allgemeine Auflösungsformel setzt den Wurzelbegriff voraus, und Beispiele mit grösseren Zahlen müssen stets logarithmisch behandelt werden.

[2]) Soll heissen: Potenzen mit allgemeinen Exponenten, und Wurzeln.

[3]) Das Regulativ scheint uns den angewandten Gleichungen (Heis § 63, Hoffmann S. 185—247) nicht genug Zeit zu gewähren: dieselben sind im Lehrplane gar nicht genannt. Die sich in einem beschränkten Kreise bewegenden sog. Proportionsrechnungen können den Mangel nicht ausgleichen. (Vergl. die Bem. der Redaktion S. 52.)

[4]) Die Vertheilung des noch übrigen Lehrstoffs auf Ober- und Unterprima erscheint von minderer Wichtigkeit. Bemerkt sei nur, dass der Lehrplan des Regulativs sphärische Trigonometrie und Gleichungen des dritten (und höheren) Grades gar nicht nennt, während letztere im Lehrziel erwähnt sind. In Oberprima heisst es kurz: „Analytische Geometrie.“ Es scheint den speciellen Verhältnissen überlassen zu bleiben, ob dem Schüler nur eine Vorstellung von der analytischen Auffassung und Behandlung gegeben oder noch die Hauptsätze über Kegelschnitte entwickelt werden sollen. Nothwendig erscheint die analytische Geometrie nicht, da sie im Lehrziele nicht erwähnt ist. Kegelschnitte in synthetischer Behandlung haben keine Aufnahme gefunden, was wir auch billigen.

§ 65.

Lehrziel.

Als Lehrziel bei Beendigung des vollen Gymnasialcursus ist anzusehen im Rechnen: Rechenfertigkeit in ganzen und gebrochenen Zahlen, Kenntniss und Fertigkeit in algebraischen Rechnungen, in Behandlung der Gleichungen 1. und 2. (3.) Grades, sowie im Gebrauche der Logarithmen; Kenntniss der Planimetrie, ebenen Trigonometrie und Stereometrie, Alles als wohlverstandenes, geistig verarbeitetes Eigenthum, nicht als mechanische Fertigkeit und eingelernte Formel.[1])

Bemerkung des Referenten über den Gegensatz zwischen Mathematik und Rechnen.

Der im Regulativ aufgestellte Unterschied zwischen Mathematik und Rechnen (je nachdem mit Buchstaben oder Zahlen gearbeitet wird) scheint uns nicht haltbar.*) Obgleich es vom pädagogischen Gesichtspunkte unzweifelhaft richtig ist, mit Zahlen zu beginnen und dann die gefundenen Sätze durch Buchstaben zu verallgemeinern, so gelangt man doch auf höheren Stufen sofort zur Umkehrung der Methode, indem man zuerst die Formel entwickelt und dann Zahlenbeispiele rechnet: jeder Mathematiker wird in der Zinseszinsrechnung, in der Behandlung der quadratischen Gleichungen, in der Trigonometrie und Stereometrie, in der Kreisrechnung u. s. f. also verfahren. Die Einübung oder Anwendung der Formeln in Zahlen als Rechnen zu betrachten und wohl gar in besonderen Stunden zu betreiben, ist offenbar fehlerhaft.

Nun liesse sich zwar einwenden, dass auf den Namen nichts ankomme, dass es auch gleichgültig sei, ob in den oberen Klassen die Einübung der Formeln durch Zahlenbeispiele in besonderen Stunden geschehe oder nur dem allgemeinen theoretischen Unterrichte eingefügt werde; findet man doch hin und wieder unter der Rubrik „Zahlenrechnen“ nicht bloss Wurzelausziehen und angewandte Gleichungen (selbst quadratische), sondern sogar Zinseszins- und Renten-

---

[1]) Wir billigen, dass das Lehrziel nur das Nothwendige, aber dieses recht gründlich verlangt. Insbesondere erscheint uns die Schlussbemerkung beachtenswerth.

---

*) Wir glauben, dass dieser unlogischen Unterscheidung, gegen die wir schon Bd. I. S. 24. Anm. u. Bd. II. Heft 1. S. 46. Anm. angekämpft haben, der Gegensatz des Wissenschaftlichen und Mechanischen zu Grunde liegt. Es versteckt sich nämlich dahinter der grosse Irrthum, dass das (Zahlen)Rechnen, die gemeine Arithmetik, nicht wissenschaftlich betrieben werden könne. — Niemeyer in seinen kurzsichtigen und gehässigen Urtheilen über Mathematik (Grundsätze der Erz. und des Unterrichts II, Cap. 4) nimmt gar Mathematik identisch mit Geometrie! D. Red.

rechnung. Aber in jedem Falle hört hier das „Rechnen“ auf, eine „Vorschule“ der Mathematik zu sein, und somit fällt der Grund weg, das Zahlenrechnen in vollem Umfange dem Buchstabenrechnen vorauszuschicken. Es empfiehlt sich vielmehr, nur die Abschnitte, die leichter sind, als die Anfänge der Algebra, und für letztere als nothwendige Vorschule gelten können, wirklich *vor* der Algebra, die übrigen aber *neben* derselben betreiben zu lassen. Zu den ersteren gehören ausser den Elementen die Bruchrechnung und die Schlussrechnung mit einfacheren Anwendungen und allenfalls einige Fälle der Zinsrechnung. Alles Uebrige wird besser an geeigneter Stelle in die angewandten Gleichungen eingewebt oder wenigstens gleichzeitig mit denselben vorgenommen.

Die Zinsrechnung wird wohl gegenwärtig ein mathematisch gebildeter Lehrer kaum anders als nach der Formel $z = \frac{cpt}{100}$ behandeln lassen d. h. nach einer algebraischen Formel, die noch dazu in ihren Umformungen, ($c = \frac{100\,z}{pt}$ u. s. w.) einige Kenntniss der Gleichung voraussetzt.[1])

Es erscheint fast als Zeitverschwendung, wenn die Gymnasiasten Gesellschafts- und Mischungsrechnung oder gar *Regula falsi* u. dergl. treiben, ehe sie mit Gleichungen (von einfachster Art) umzugehen fähig sind. Die Methoden jener Rechnungsarten sind nur dürftige Surrogate der Gleichung und erfordern, sobald sie über die einfachsten

---

[1]) Wir begreifen nicht, wie der Feder eines Mathematikers die Unwahrheit 100 ℳ Kapital = 5 ℳ Zinsen entschlüpfen kann.*) Soll etwa dadurch der Schüler an Correctheit im Gebrauche der mathematischen Zeichen gewöhnt werden?

---

*) Dieser *Missbrauch des Gleichheitszeichens* (so nennen wirs!) ist einer der mancherlei Irrthümer, welche (nach unserer nun fast neunjährigen Erfahrung) die Volksschüler zugleich mit falschen Ausdrücken und Regeln ins Gymnasium (wahrscheinlich auch in die Realschule!) mitbringen. Wir haben gegen derartige Irrthümer, als wir noch in untern Klassen unterrichteten, unaufhörlich ankämpfen müssen. So wird z. B. geschrieben

$$3 \times 5 = 15 : 4 = 3\tfrac{3}{4} \text{ also } 15 = 3\tfrac{3}{4} \text{ ! während man meint}$$

$$3 \times 5 = 15,\ 15 : 4 = 3\tfrac{3}{4}.$$

Zwei Beispiele aus dem Hefte eines in Dresden unterrichteten Schülers:

$$\tfrac{80}{3} \cdot 100 = \tfrac{8000}{3} : 4 = \tfrac{8000}{12}$$

$$\tfrac{361}{3} \cdot 4 = \tfrac{1444}{3} : 1200 = \tfrac{1444}{3600} \times \tfrac{11}{2}$$

Darüber darf man sich freilich nicht wundern, wenn man sieht, dass in gangbaren und von Volksschullehrern vielgerühmten und vielgebrauchten Rechenbüchern ganz gemeine Formfehler vorkommen, wie z. B. in Hentschel, Lehrb. des Rechenunterrichts für Volksschulen (Leipz. 1862) das Zeichen = durchgehends *vor dem Zähler* des Bruches statt vor dem Bruchstrich steht (s. d. cit. Buch 6. Aufl. u. A. S. 121) daher: *bessern Seminarunterricht!* Und auf dem Gymnasium *mehr Stunden!* Eine wöchentl. braucht man allein, um das mitübernommene Unkraut auszugäten! D. Red.

Fälle hinausgehen, einen Kraftaufwand, der zur Sache in keinem Verhältnisse steht, oder es werden gekünstelte auswendig gelernte oder nachgeschriebene Regeln ohne Nutzen für die geistige Bildung mechanisch eingeübt, während dieselben Probleme als Gleichungsaufgaben vom Schüler fast ohne Unterweisung gelöst werden können. Als „Vorschule" der Algebra („Mathematik") können sie schwerlich gelten.

Die Kettenregel, die übrigens das Regulativ nicht erwähnt, mag dem Kaufmann, der seine Aufmerksamkeit vielfach theilen muss, gute Dienste leisten, weil sie das Denken erspart, aber eben desswegen hat sie keinen Werth für die allgemeine Bildung, also für den Zweck der Gymnasien; im Gegentheil stellt sie sich durch ihre Form in Gegensatz zu den bisherigen guten Gewohnheiten des Schülers.[1]) Mindestens sollte man aufhören, den Bruchstrich vertikal zu ziehen, so dass sie von dem (durch Schlussrechnung gefundenen) Ansatze eines zusammengesetzten Regeldetri-Exempels nur durch umgekehrte Reihung verschieden wäre. Will man sie nicht als zusammengesetzte Regeldetri behandeln, so kann man sie nur als ein System von Gleichungen betrachten; der Schüler muss also schon mit der Gleichung bekannt sein. Eine Vorschule der Algebra ist sie in keinem Falle.

Alle diese Rechnungsarten haben daher keine Berechtigung, der Algebra vorausgeschickt zu werden. Wenn man diess dennoch thut, so kann der entscheidende Grund nur der sein, dass man für die Quartaner die Anfänge der Algebra als zu schwer betrachtet. Auf diese Ansicht kann leicht Derjenige kommen, der dieselben nach Heis lehren und einüben will, während sie nach richtiger pädagogischer Methode und mit passenden Uebungsaufgaben dem Schüler leicht, sicherlich viel leichter und angenehmer erscheinen, als die oben genannten Rechnungsarten.

Ein zweiter Grund könnte aus localen Verhältnissen entnommen werden, wenn nämlich das Gymnasium die einzige höhere Bildungsstätte des Ortes ist. Es wäre aber dann passender, die zu Geschäftsleuten bestimmten Schüler etwa vom Griechischen zu dispensiren und die gewonnene Zeit (nebst neueren Sprachen) den Rechnungsaufgaben des Geschäftsverkehrs zu widmen. Diese örtlichen Verhältnisse können aber auf ein Regulativ keinen weiteren Einfluss haben, als dass man Ausnahmen gestattet. Uebrigens meinen wir, dass ein Knabe, der aus Quinta oder Quarta abzugehen beabsichtigt, lieber ganz in der Volksschule bleiben sollte. Ein Gymnasiast aber lernt die fraglichen Rechnungsarten in Obertertia oder Untersecunda noch zeitig genug.

---

[1]) Es wird häufig unterlassen, den Schüler darauf aufmerksam zu machen, dass die Kettenregel bei indirecten Verhältnissen keine Anwendung findet. Das gewöhnliche kaufmännische Geschäft kennt freilich keine indirecten Verhältnisse; darum rechnen viele Kaufleute „alles nach dem Kettensatze."

Noch ein Wort über die Proportionen. Nach des Referenten Ueberzeugung, die näher zu begründen hier zu weit führen würde, ist die ganze Proportionslehre entbehrlich und wird am besten ignorirt, bis in der Geometrie die Aehnlichkeitslehre behandelt wird. Eine Erleichterung bietet sie dem Schüler nicht; nur ihr ehrwürdiges Alter und viele allgemeine gebräuchliche Redensarten geben ihr eine Art historischer Wichtigkeit.[1]) — Sicherlich ist sie in Quinta nicht am rechten Platze. Denn die Bruchrechnung, wenn sie recht betrieben wird, nimmt Denken und Thatkraft des Schülers so in Anspruch, dass er nicht noch mit einem andern Gegenstande belastet werden darf.

Nach alledem wünschten wir, dass der Gegensatz von Rechnen und Mathematik beseitigt und die Algebra schon in Quarta begonnen würde. Eine recht gründliche Kenntniss und Einübung der Bruchrechnung ist die beste und einzig nöthige Vorschule der Algebra.

Naturwissenschaft.

Regulativ.

§. 66.

Naturwissenschaften; Vertheilung des Lehrstoffs.[2])

Sexta: 2 St.

Beschreibungen aus der Botanik (Sommer) u. Zoologie (Winter, hauptsächlich Wirbelthiere) auf Grund von Anschauungen.

---

[1]) Man sagt noch immer: Die Elle verhält sich zum Meter, wie 2 : 3, statt kürzer und deutlicher: 3 Ellen sind 2 Meter. — Dass die Sache für den Schüler nicht leicht ist, ergibt sich wohl am schlagendsten daraus, dass es vielbenutzte Rechenbücher gibt, die (wenigstens in den älteren Auflagen) die Verhältnisse verwechselten und z. B. schrieben: Der Thaler verhält sich zum Gulden, wie 4 : 7.

[2]) Hinsichtlich des von uns empfohlenen Plans der Naturgeschichte verweisen wir auf unsern Aufsatz Bd. I. S. 197—211 dieser Zeitschrift, zumal auf die beigefügten Motive; dieser Plan würde nur nach Massgabe der grösseren Klassenzahl abzuändern sein.

Hier sei nur erwähnt, dass wir mit wahrem Schmerze die Anthropologie vermissen. Man sollte doch meinen, dass über die unbedingte Nothwendigkeit der Kenntniss des eignen Körpers und seiner Functionen keine Meinungsverschiedenheit bestehen könnte. Oder bleibt es dem Lehrer überlassen, nach eignem Gutdünken von dem Regulativ abzuweichen?

Ueber diesen und einige andere Punkte möchte es sich empfehlen, bei Abfassung eines Regulativs auch medicinische Autoritäten zu Rathe zu ziehen.

Quinta: 2 St.

Erweiterung[1]) des Pensums von Sexta zur Bereicherung der Kenntniss der Arten und Gattungen.[2])

Quarta:

Da in dieser Klasse der Unterricht in der griechischen Sprache beginnt, so fällt der naturwissenschaftliche Unterricht aus.[3])

Untertertia: 2 St.

Systematische und naturwissenschaftliche Uebersicht über Botanik und Zoologie.[4])

---

[1]) Die „Erweiterung des Pensums von Sexta" finden wir nicht empfehlenswerth. Dass in der neuen Klasse ein neuer Stoff behandelt werde, erscheint uns vom pädagogischen Standpunkte unbestreitbare Forderung zu sein. Die „Erweiterungen" schwächen das Interesse, die Hauptquelle aller Fortschritte.

[2]) Die Worte „Kenntniss der Arten und Gattungen" kommen uns ein wenig verdächtig vor: soll diese Kenntniss der Hauptzweck des Unterrichts sein? Eine solche Ansicht könnte freilich die im Lager der Philogogen und Theologen gewöhnliche Geringschätzung der Naturgeschichte erklären.

[3]) Die Unterbrechung des naturgeschichtlichen Unterrichts in Quarta ist schon so vielseitig als den Gesammterfolg desselben zerstörend verurtheilt worden, dass es überflüssig ist, noch etwas darüber zu sagen. Wir würden lieber die dritte Stunde in der Mathematik preisgeben, als den Unterricht in der Naturgeschichte. Jedenfalls ist uns die unbedingte Nothwendigkeit von 10 lateinischen Stunden unbegreiflich; es wäre wohl auch logisch richtiger, die zu Einführung einer neuen Sprache erforderliche Zeit einer anderen Sprache zu entziehen.

[4]) Dieser Cursus steht ganz insolirt da: weder in der vorhergehenden, noch in der folgenden Klasse findet sich ein Anknüpfungspunkt. Die in Sexta und Quinta angesammelte „Kenntniss von Gattungen und Arten" die auch unter günstigen Umständen keinen grossen Umfang erlangen kann, wird, da sich der Schüler durch den Anblick des Lehrplans von der Unwichtigkeit der Sache überzeugt, noch mehr reducirt und geht durch die Unterbrechung in Quarta fast ganz wieder verloren.

Der allgemeine Lehrplan fusst auf lauter einjährigen Cursen, sodass ein Schüler nur ausnahmsweise ein zweites Jahr in der Klasse sitzen wird. Das ganze Studium der systematischen und wissenschaftlichen Uebersicht über Botanik oder Zoologie bleibt also auf ein einziges Semester beschränkt, und welcher Lehrer könnte in so kurzer Zeit etwas leisten, was nur einigermassen den Worten des Regulativs entspräche. (Bes. in dem durch Ferien zerrissenen Sommersemester! D. Red.)

Das Interesse an der Sache wird beim Schüler nur dann in der Quarta nicht ganz verloren gehen, wenn es durch natürliche Begabung oder häusliche Anregung wach erhalten wird, und wer möchte einem Gymnasiasten rathen, Zeit und Kraft einem Gegen-

Obertertia: 2 St.

Anfänge der physischen und mathematischen Geographie.[1]) Elemente der Mineralogie.[2])

Untersecunda: 2 St.

Mineralogie mit Hervorhebung der Krystallographie.[3])

Obersecunda: 2 St.

Allgemeinste Lehren der Physik und Chemie.

---

stande zu widmen, der ihm in der Folge keinen „Nutzen" bringt, dessen Betreibung noch von manchen Schulautoritäten als geschäftiger Müssiggang betrachtet wird! Die grosse Mehrzal der Schüler wird also geneigt sein, diese Stunden als Arbeitsstunden zu betrachten.

Welcher Art kann nun der wissenschaftliche Unterricht sein in so beschaffenen Klassen, da weder die dem Unterrichte gewidmete Zeit, noch die Vorbildung der Schüler den bescheidensten Ansprüchen genügt? Entweder der Lehrer beschäftigt sich mit einigen wenigen Schülern der Klasse in einer Weise, wie sie ungefähr den Worten des Regulativs entspricht, und lässt die übrigen Schüler thun was sie wollen; oder er sucht das Interesse Aller zu fesseln, dann aber ist von einer „systematischen und wissenschaftlichen" Uebersicht keine Rede.

[1]) Wir sehen keinen genügenden Grund, die „Anfänge der physischen und mathematischen Geographie" aus dem geographischen Unterrichte auszuscheiden und dem naturwissenschaftlichen einzuverleiben. Die Voraussetzung, dass der Lehrer der Geographie nicht genug Naturgeschichte verstehe, kann nicht zutreffen, denn diese Anfänge muss jeder Lehrer verstehen, dem man überhaupt geographischen Unterricht übertragen kann; zumal da ihm schon in der physikalischen Geographie mancherlei naturwissenschaftliche Kenntnisse abverlangt werden. Und weiter als zu den Anfängen kann man wegen der mangelnden Bekanntschaft der Schüler mit der Physik und Mathematik in Obertertia nicht gelangen. Mit Freuden würden wir dagegen einen Cursus der physischen und mathematischen Geographie in Prima begrüssen. (Vergl. Ziegler, Heft 1. S. 57. D. Red.)

Zieht man in Betracht, dass ein guter Theil dieser Anfänge bereits in den untersten Klassen im geographischen Unterrichte gelehrt werden muss z. B. Gestalt, Grösse und Bewegung der Erde, Grade, Zonen u. s. w., so bleibt für den in Rede stehenden Cursus so wenig übrig, dass er mit doppeltem Rechte der Geographie überlassen bleibt.

Diess um so mehr, weil, wie oben bemerkt wurde, für die Naturgeschichte eine Erweiterung sehr wünschenswerth ist.

[2]) Wir halten ein Jahr, in Obersecunda, für die Mineralogie für völlig ausreichend, wobei wir voraus setzen, dass die in derselben in Betracht kommenden Elemente der Physik und Chemie erläutert werden, nicht systematisch, sondern nur möglichst anschaulich, um eine Vorschule für Physik und Chemie zu gewähren.

[3]) Es fehlt jede Andeutung über die Zulässigkeit der Geognosie.

Unter- und Oberprima: 2 St.

Eingehende mathematische Behandlung der wichtigsten Abschnitte aus der Statik und Dynamik unter besondrer Berücksichtigung der Bewegungen der Himmelskörper[1]) und Erläuterung der hauptsächlichsten Lehren aus dem Gebiete des Schalles, des Lichtes, der Wärme, der Elektricität und des Magnetismus (so weit thunlich, mit mathematischer Begründung).

§. 67.

Lehrziel.

Am Ende des Cursus muss in den Naturwissenschaften eine übersichtliche Darstellung der Botanik, Zoologie[2]) und Mineralogie, sowie der hauptsächlichsten physikalischen Erscheinungen, Kräfte und Gesetze aufgenommen sein.

§. 68.

Geographie (und Geschichte); Unterrichtsaufgabe.

Wie der geographische Unterricht die Aufgabe hat, den Schüler nach und nach in topischer, physikalischer, politischer und ethnographischer Beziehung auf der ganzen Erdoberfläche zu orientiren, so fällt dem geschichtlichen Unterrichte ......

§. 69.

Geographie; Vertheilung des Lehrstoffes.

Der geographische Unterricht ist nur in den Klassen von Sexta bis Obertertia selbstständig und getrennt von dem geschichtlichen Unterrichte in wöchentlich 2 Stunden, von Untersecunda an aber

---

[1]) Es scheint hierdurch angedeutet zu sein, dass die Hauptlehren der mathematischen Geographie und populären Astronomie der Physik eingewebt werden sollen. In ähnlicher Weise möchten wir auch die Hauptlehren der physischen Geographie (Wärmevertheilung, Luftbewegung, Regen u. s. w.) der Berücksichtigung empfehlen, da jedenfalls für physische und mathematische Geographie auf eine besondere Stunde verzichtet werden muss.

[2]) Diese „übersichtliche Darstellung der Botanik und Zoologie" dürfte nach den obigen Bemerkungen sehr kläglich ausfallen. Die Forderung derselben erscheint um so wirkungsloser, als in der Maturitätsprüfung von Naturgeschichte keine Rede ist. Wer hören will, hat täglich Gelegenheit, aus dem Munde junger Aerzte bittere Klagen über die Unzulänglichkeit des naturgeschichtlichen Unterrichts, wie ihn das Gymnasium bietet, zu vernehmen.*) Dieselben Klagen kann man aber auch hören von juristischen Verwaltungsbeamten, deren Stellung Naturkenntniss erforderte, oder von Geistlichen, die sich durch Unwissenheit lächerlich machten.

---

*) Vergl. die Urtheile der preuss. Univ. Fakultäten. Bd. I d. Z. S. 435. u. f.
D. Red.

in Verbindung mit dem geschichtlichen Unterrichte in wöchentlich 3 Stunden zu ertheilen. Da aber erfahrungsmässig in den nachfolgenden 4 Jahren bis zur Beendigung des Gymnasialcursus von dem erworbenen geordneten und speciellen geographischen Wissen viel wieder verloren geht[1]), wenn die Erneuerung desselben bloss der gelegentlichen Erinnerung daran beim Geschichtsunterricht überlassen bleibt, so empfiehlt es sich, in den Klassen von Untersecunda an zu Anfang oder am Ende jedes Semesters einige Stunden ausschliesslich der Repetition und Vervollständigung zusammengehöriger Partieen des geographischen Unterrichts zu widmen.[2])

Darnach ist der Lehrstoff folgender Massen zu vertheilen:

Sexta: 2 St.

Gebrauch der Landkarte. Geographische Fundamentalsätze, d. h. von der Gestalt der Erde, den Weltgegenden, der Bedeutung der Längen- und Breitengrade, der Zonen, Pole und des Aequators.

Die politische Geographie kann gelegentlich in dieser Klasse berührt, soll aber in ihr noch nicht systematisch behandelt werden. Das Wichtigste aus der Geographie Sachsens[3]) und Palästinas.[4])

Quinta: 2 St.

Repetition und Erweiterung des Pensums von Sexta; Uebersicht des Erdganzen.

Das engere[3]) und weitere Vaterland sind besonders zu berücksichtigen.[5])

Quarta: 2 St.

Die fünf Erdtheile einzeln betrachtet. Im Sommerhalbjahre: Afrika, Asien, Australien, Amerika; im Winterhalbjahre: Europa, specieller Deutschland.[3])

Untertertia: 2 St.

Die aussereuropäischen Welttheile.

---

[1]) Was für Erfahrungen würde man wohl hinsichtlich der Naturgeschichte machen, wenn man bei den Gymnasiasten der obern Klassen nachfragen wollte? Man würde die Klagen über die erstaunliche Unwissenheit der angehenden Mediciner bestätigt finden.*)

[2]) Ganz zweckmässig; nur möchte es hin und wieder den Geschichtslehrer einige Ueberwindung kosten, diese Repetitionen in gebührendem Umfange vorzunehmen.

[3]) Sachsen in allen drei Klassen möchte doch wohl an dem wünschenswerthen Interesse einbüssen.

[4]) Palästina wird zweckmässiger beim Unterrichte in der biblischen Geschichte behandelt, da es mehr biblisches als geographisches Interesse bietet.

[5]) Es ist nicht zu ersehen, wie sich diese „Berücksichtigung" mit der „Uebersicht des Erdganzen" vereinbaren lässt.

---

*) Sehr richtig! Man findet diese Unwissenheit wirklich. D. Red.

Obertertia: 2 St.

Geographie von Europa, ausführlicher von Deutschland.

Bei den Jahrespensen dieser beiden Klassen ist besonders Rücksicht auf die politischen und ethnographischen Beziehungen der behandelten Erdtheile und Länder zu nehmen.

§. 70.

Lehrziel.

Bekanntschaft mit den Hauptlehren der mathematischen nnd physikalischen Geographie, übersichtliche Kenntniss der geographischen Verhältnisse aller Länder, speciell Europas und Deutschlands und der mit ihnen im Verkehre stehenden Länder, Alles in Unabhängigkeit von dem äusseren Hülfsmittel der Karten.

Bemerkungen des Referenten über vorstehenden Lehrplan der Geographie.

Der Lehrplan der Geographie für die drei untersten Klassen scheint uns die schwächste Seite des Regulativs zu sein.

Der Fortschritt von der „Uebersicht des Erdganzen" zu den „fünf Erdtheilen einzeln betrachtet" ist illusorisch; denn wenn z. B. die Inseln, Gebirge, Ströme aufgeführt werden, so ist die Angabe des Erdtheiles, welchem sie angehören, eine offenbare Kleinigkeit, die sich nicht eignet zur Kennzeichnung eines Klassenziels.

Da in der Sexta der „Gebrauch der Landkarte" und die „geographischen Fundamentalsätze", welche umfassend behandelt für die Sexta viel zu hoch gehen würden, unmöglich den Jahrescursus ausfüllen können, auch nicht abzusehen ist, wie hierbei „die politische Geographie gelegentlich berührt" werden soll, so müssen wir annehmen, dass für diese Klasse gleichfalls eine angemessene Uebersicht des Gebiets ins Auge gefasst ist; schon desswegen, weil es unpädagogisch wäre, der untersten Klasse statt concreten Stoffes ein abstractes Gerüste ohne Inhalt zu bieten.

Durch diese drei Klassen hindurch herrscht sonach das Princip der „Erweiterung"; dieses ist also ein wenig auf die Spitze getrieben und führt daher auf Unzuträglichkeiten. Das entgegengesetzte Princip, welchem im Regulativ beim Geschichtsunterrichte gehuldigt ist, verlangt, nur wenig zu treiben, aber das Wenige recht gründlich und ausführlich (und für jede Klasse ein neues Gebiet). Es ist nicht zu leugnen, dass der Schüler von recht genauer Behandlung einzelner Gegenstände nicht unbedeutenden Nutzen zieht; dazu bleibt aber keine Zeit, wenn das ganze Gebiet in jedem Cursus durchgenommen werden soll, zumal in den oberen Klassen (hier Quarta), wo der Lehrer durch die Masse des Stoffs förmlich erdrückt wird.

Häufigere Wiederholungen sind zwar in der Geograpie besonders nöthig, aber auch hierin ist Beschränkung empfehlenswerth, denn

allzuviel Repetition, zumal des gleichen Gegenstandes, wird langweilig und verfehlt so ihren Zweck.

Es scheint daher eine Vereinigung beider Principe vorzuziehen, indem nach der frühesten allgemeinen Uebersicht (Sexta) ein zweijähriger Cursus nach dem Principe der allmäligen Erweiterung eintritt. Dabei möchten wir nicht empfehlen, von dem Näheren auf das Entferntere überzugehen; wir glauben im Gegentheil, (was auch die Ansicht des Regulativs zu sein scheint), dass auf den früheren Stufen das Interesse an den fernen Erdtheilen grösser ist, während später das praktische Bedürfniss mehr in den Vordergrund tritt. Jedenfalls aber ist eine erfrischende Abwechslung des Stoffs anzurathen.

Nach diesen Grundsätzen würde sich der Lehrplan folgendermassen gestalten:

Sexta: 2 St.

Gebrauch der Landkarte. Allgemeine Uebersicht der Hauptsachen des ganzen Gebiets in ausführlicher Form. Das Wichtigste aus der Geographie der Heimath (Sachsens).

Quinta: 2 St.

Die aussereuropäischen Erdtheile, physikalisch und politisch. Um den gebotenen Stoff intensiv (anschaulich) behandeln zu können, ist eine vorsichtige Beschränkung hinsichtlich der Auswahl des zu Erwähnenden zu empfehlen.

Quarta: 2 St.

Europa, insbesondere Deutschland. Die Auswahl und Behandlung des Stoffs ist so zu regeln, dass ungefähr die Hälfte der Zeit auf Deutschland, die andere auf das übrige Europa verwendet wird.

Untertertia: 2 St.

Allgemeine Geographie: Die Erde als Weltkörper etc.

Die aussereuropäischen Erdtheile: Wiederholung und Erweiterung des Cursus der Quinta.

Obertertia: 2 St.

Europa, insbesondere Deutschland. Hier, wie in Untertertia, mag die alte Geographie Berücksichtigung finden.

Für Repetition des Cursus der Untertertia bieten die Beziehungen Europas zu anderen Erdtheilen passende Gelegenheit.

Wir haben im Vorstehenden die Punkte, mit denen wir einverstanden sind, zu erwähnen in der Regel für unnöthig gehalten, dagegen nie unterlassen, die Stellen hervorzuheben, die nach unsrer Ansicht einer Verbesserung, oder nochmaligen Erwägung bedürfen. Wir glauben, hierdurch mehr Nutzen zu stiften, als durch Redensarten, wie vom „neuen Lorbeerzweige im immergrünen Schulkranze Sachsens“ und durch einen Panegyricus, der mehr die Personen, als die Sache ins Auge fasst.

Nachschrift der Redaction.

Dass der Herr Verfasser vorstehender Beurtheilung gänzlich schweigt über den Mangel von Regulativbestimmungen, welche die Unterschätzung mathematischer Kenntnisse bei Versetzungen und beim Abiturientenexamen verhüten, wundert uns nicht, da derselbe an einer Anstalt thätig ist, welche bei ihrer Allseitigkeit das exclusive philologische Element nicht dominiren lässt und welche überdies keine Maturitätsexamina hält. Wohl aber wundert uns das von dem baier'schen Schulmanne. (Vergl. Hft. 1. S. 46—57.)

Gerade dieser Mangel ist eine wunde Stelle des Regulativs und geeignet, die Erfolge des mathematischen Gymnasialunterrichts zu schädigen. Der Herausgeber dieser Zeitschrift hat über diesen Punkt schon bittere Erfahrungen gemacht, welche nicht ohne Einfluss auf Entstehung und Tendenz dieser Zeitschrift geblieben sind. Der Lehrer der Mathematik als (angeblich!) eines Hauptfaches (die Naturwissenschaften gelten auf dem Gymnasium als Nebensache!) kann sich noch so sehr abmühen, er kann durch lebendigen, anschaulichen, anregenden Vortrag auch die Trägen zu packen verstehen, immer wird es in Folge des (oft absichtlich genährten) Irrthums von der Unbegreiflichkeit und Nutzlosigkeit der Mathematik einige Träge und in Folge davon Unwissende geben und wenn nun dem Lehrer der Mathematik durch das Regulativ nicht ein Veto bei Versetzungen zugestanden ist, so wird er bei der Abstimmung über die Versetzung meist unterliegen, es müsste denn der fragliche Schüler auch in der Philologie ein Schächer sein. Der Werth des sogenannten Compensationsverfahrens ist für die Mathematik illusorisch. Man compensirt gern ungenügende mathematische Leistungen durch bessere, auch nur mittelmässige, sprachliche, wobei die Richtigkeit der gegenseitigen Abwägung oft sehr zweifelhaft ist, aber man compensirt ungern ungenügende sprachliche Leistungen durch bessere oder gute mathematische und man hat überdies dabei den Schein des Rechts für sich; denn mehrere Noten 3 in den Sprachen müssen ja mehr wiegen, als eine einzige 1 in der Mathematik So bleibt die Mathematik, da sie der einzige wissenschaftliche Lehrgegenstand des Gymnasialunterrichts ist, auf den noch etwas Werth bei den Prüfungen gelegt wird — ewig im Nachtheil. Wissen aber das die Schüler einmal (und sie merken es nur gar zu gut und gar zu bald!) so ists um ihre Werthschätzung dieses Fachs und um ihren Fleiss geschehen und selbst auf die bessern hat dies Einfluss.

Es war daher eine (wahrscheinlich durch Beschwerden der Revisoren veranlasste) wohlthätige Bestimmung des alten sächsischen Gymn.-Regulativs in der Ausführungsverordnung zu demselben (siehe Codex des sächsischen Kirchen- und Schulrechts v. Schreyer, Leipz. 1852, Suppl. Bd. p. 97. vergl. p. 116. § 4), welche folgendermassen lautete:

„Hiernächst ist für die Zukunft der Grundsatz festzuhalten, dass kein Schüler aus einer niedrigen Gymnasialklasse in eine höhere versetzt werden darf, bevor er diejenigen mathematischen Kenntnisse und Fertigkeiten sich erworben hat, die erforderlich sind, um dem Unterrichte in dieser Klasse folgen zu können. Indess soll in einzelnen Fällen, wenn ganz besondere Gründe vorhanden sind, einem vielleicht in allen übrigen Fächern ganz ausgezeichneten Schüler wegen blosser mangelhafter Leistung in der Mathematik die Aufrückung in die nächst höhere Klasse nicht versagt, die Dispensationsertheilung von obiger Vorschrift nicht ausgeschlossen sein. Es ist daher solchenfalls ans Cult.-Minist Bericht zu erstatten, welches die Dispensation in der Regel nur mit dem Beisatze ertheilen wird, dass, wenn bei der nächstfolgenden Aufrückung das Versäumte nicht nachgeholt sei, eine ähnliche Vergünstigung dem Schüler nicht wieder zu Theil werden könne.“ —

Es ist zu bedauern, dass die zur Berathung des neuen Regulativs zugezogene (S. 46 d. Z. erwähnte) Commission von Fachlehrern die Aufnahme dieser Bestimmung nicht beantragt, resp. nicht durchgesetzt hat. —

Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.

Nachträge zu dem sächs. Realschulregulativ v. 2. Juli 1860, soweit sie sich auf den mathemat. und naturw. Unterricht beziehen. (Datirt v. 2. Dcbr. 1870; s. Gesetz- und Verordnungsblatt für das Königreich Sachsen 27. Stück vom Jahre 1870.)

1. **Dauer des Cursus** (Ad § 44 u. 48): Die Dauer des vollen Unterrichtscursus einer Realschule 1. Ordnung wird unter strenger Festhaltung der einjährigen Lehrcurse für alle Classen (§ 47) und der Aufnahme in die unterste Classe nicht vor dem erfüllten 10. Lebensjahre (§ 28) durch Theilung der Prima in zwei Abtheilungen, in Prima B. u. A. mit je einjährigem Unterrichtscursus von 6 auf 7 Jahre erhöht. Diese beiden Abtheilungen der Prima sind nur bei sehr geringer Schülerzahl in Lehrgegenständen, wo es ohne Nachtheil geschehen kann, z. B. bei dem Unterrichte in der Religion, in den Sprachen, resp. in der Geschichte zu combiniren, in der Regel aber völlig getrennt zu unterrichten. Die Verlängerung des Realschulcursus bezweckt ebensowohl eine wirkliche Erweiterung der Lehrziele, als der angemessenen Vertheilung des Lehrstoffs zu leichterer Bewältigung derselben Seiten der Schüler und eine Vertiefung des Unterrichts selbst.
2. **Specielle Aenderungen im Unterrichtsplan.**
   Naturwissenschaften.
   A. Lehrplan (§ 79. 80. 85.)

Geographie	Classe II, I A u. B	werden hinzugefügt: „Mathematische u. physikalische Geographie, sowie die Elemente der Astronomie."
Naturbeschreibung	Classe V, 2 Stunden	Sommer: 2—3 St. Elemente der Mineralogie, Botanik: ausführliche Beschreibung der sichtbaren Pflanzenorgane.
	Classe II, 1 Stunde Classe I, B — A 1 St.	Mineralogie, Geognosie und Anthropologie.
Physik	Classe III, 2 Stunden.	Die physikalischen Erscheinungen.
	Classe II, 2 Stunden.	Die physikalischen Gesetze als empirische Deductionen betrachtet.
	Classe I, B 2 Stunden.	Elemente der Statik, Dynamik, Katoptrik, Dioptrik.
	Classe I, A 3 Stunden.	Allgemeine Wellenlehre, Akustik, Optik, Electrizität, Magnetismus.
Chemie	Classe II, 2 Stunden.	Die anorganische Chemie.
	Classe I, B 2 Stunden.	Repetition und Erweiterung, des Pensums der II. Classe.
	Classe I, A 2 Stunden.	Die Elemente der organischen Chemie.

B. Lehrziel (§ 86): Am Ende des Cursus muss in den Naturwissenwissenschaften eine übersichtliche Kenntniss der Botanik, Mineralogie, Zoologie und Anthropologie, der hauptsächlichsten physikalischen Erscheinungen und Gesetze, endlich eine ausreichende Kenntniss der anorganischen und der Elemente der organischen Chemie erreicht sein.

Mathematik.

A. Lehrplan (§ 88):

Classe I, A. ist hinzuzufügen:

Geometrie 3 Stunden analytische Geometrie der Ebene (Gerade, Kreis*) und Kegelschnitte); Elemente der analytischen Geometrie des Raumes (Gerade, Ebene, Kugel).

Arithmetik 3 Stunden Wiederholung der Gleichung 2. Grades mit mehreren Unbekannten, diophantische Gleichungen, Kettenbrüche, Permutationen, Combinationen, Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

B. Lehrziel (§ 89): Als Lehrziel muss nach Beendigung des alten Lehrcursus erreicht sein: Rechenfertigkeit in ganzen und gebrochenen Zahlen; Kenntniss und Fertigkeit in algebraischen Rechnungen, in der Behandlung der Gleichungen 1. 2. u. 3. Grades, der Potenzirung und Radizirung, sowie im Gebrauche der Logarithmen; Kenntniss der Planimetrie, der Stereometrie und der ebenen Trigonometrie, der analytischen Geometrie der Ebene und der Elemente der analyt. Geometrie des Raumes, Alles als wohl verstandenes, wirkliches Wissen, nicht als mechanische Fertigkeit oder eingelernte Formel.

Zeichnen (§ 90):

Das Zeichnen beginnt als freies Handzeichnen bereits in der untersten Classe, und wird als solches in den drei untersten Classen ausschliesslich betrieben, während von Tertia an in den oberen Classen im engsten Anschluss an den mathematischen Unterricht das mathematische Zeichnen in den Vordergrund tritt. Doch soll daneben, soweit es die Zeit gestattet, das freie Handzeichnen fortgesetzt und gepflegt werden. Mit Erfolg wird bei dem Unterrichte im Handzeichnen die Peter Schmidt'sche und ganz besonders die Dupuissche Methode in Anwendung gebracht werden.

Classe II u. I A 2 Stunden.	Projectionslehre nach Dietzels Leitfaden für den Unterricht im technischen Zeichnen, Heft 1 in der Art, dass zuerst die rechtwinkelige Projection begrenzter geometrischer Gestalten behandelt wird.
Classe I A 2 Stunden.	Schattenconstruction und Perspektive, Auswahl aus Heft 2 u. 3 von Dietzels Leitfaden. Die Zeichnungen werden selbstverständlich auf dem Reissbrete in grossem Massstabe ausgeführt. Danach gestaltet sich die Vertheilung der betr. Unterrichtsfächer in Classe I, A u. B nach der Stundenzahl folgendermassen (§ 96):

*) In der Verordnung steht „Kreis-“ (also Kreisschnitte?)

	I A	I B
Geographie	1	2
Naturbeschreibung	1	1
Physik	3	2
Chemie	2	2
Rechnen, Algebra	3	3
Mathematik *)	3	3
Zeichnen	2	3

Aus dem übrigen Theil der Nachträge ist etwa noch Folgendes bemerkenswerth:

1. Der Unterricht im Latein (§ 68) wird obligatorisch.
2. Lehrer der Realschule, welche an eine andere Anstalt berufen werden, dürfen ohne besondere Genehmigung ihrer Collaturbehörde nur zu Ostern und zu Michaelis aus ihrem Amte austreten und haben mindestens vier Wochen zuvor ihren Entlassungsantrag zu stellen. (§ 11.)
3. Ein provisorischer, oder ein Hilfslehrer kann nach 3monatlicher Kündigung entlassen werden. (§ 11.)
4. In Classe I B u. I A darf die Schülerzahl nicht über 30 steigen. (§ 46.)
5. Sittenzensuren (§ 106) sollen sein: { sehr gut, gut, nicht ohne Tadel. } statt { nie, bisweilen, oft } zu tadeln gewesen.
6. Die Realschulen 2. Ordnung unterscheiden sich von denen 1. Ordnung, durch Folgendes:

   Sie sind nur bis zu Classe II (also zu fünf Classen) entwickelte Realschulen mit möglichstem Anschluss an die Organisation der R. 1. O. mit abgerundetem Unterrichtspensum für die zwei obern Classen. Sie stehen nicht dem Ortsschulvorstande, sondern der Kreisdirection unter; Aufnahmealter dasselbe, wie bei den R. 1. O. Nur zwei fremde Sprachen sind in ihnen obligatorisch zu erlernen. Die 3. fremde Sprache ist fakultativ, sodass der Uebergang der Realschüler 2. O. in eine R. 1. O. erleichtert, sowie die Umwandlung der niederen in die höhere Anstalt angebahnt wird. Ebenso sollen gewisse örtliche und gewerbliche Bedürfnisse an ihnen berücksichtigt werden.

---

*) Ist denn Rechnen u. Algebra nicht auch Mathematik? s. d. Bem. Kobers in diesem Hefte S. 143 u. der Red. ebenda.

Neue Entdeckungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften.

(Zusammengestellt von Ackermann.)

Physik.

Fluorescenz. Nach Prof. Hagenbach (in Basel) zeigen folgende vier Flüssigkeiten ausgezeichnete Fluorescenzerscheinungen: 1. ein mit Alaunauflösung versetzter alcoholischer Auszug des gelben Cubaholzes; fluorescirt sehr schön grün; 2. ein unter dem Namen *Rose naphtaline* bekannter Farbestoff, entdeckt von Schiendl in Wien; die alcoholische Lösung dieses Stoffes fluorescirt prachtvoll gelb und gibt namentlich ein sehr schönes Beispiel für eine Fluorescenz, welche über einen grossen Theil des Spectrums sich erstreckt, indem dieselbe schon vor der Linie *D* beginnt und bis zur Linie *N* im Ultravioletten sich erstreckt; 3. die schmutzig aussehende Flüssigkeit, die beim Erwärmen von Schwefelsäure mit Alcohol erhalten wird; dieser Körper fluorescirt gelbgrün; 4. eine ätherische Lösung eines Chrysanilinsalzes mit wenig Ammoniak versetzt; dieselbe fluorescirt schön hellgrün.

Was die Spectraluntersuchungen dieser Flüssigkeiten anlangt, so sollen einige Vortheile dadurch erzielt werden, dass man die Spalte und brechende Kante des Prismas horizontal stellt und somit das Spectrum direct auf die Oberfläche der Flüssigkeit ohne weitere Reflexion projiciren kann; auch lieferte die Einrichtung eines Kastens, der die Untersuchungsflüssigkeit bedeckte und dessen Deckel mit einer Spalte versehen war, ein sehr bequemes Mittel, die Wirkung der einzelnen Farben und auch die Spectren des Fluorescenzlichtes zu studiren. (Verh. d. Schweizer. Naturf. Gesellsch. in Solothurn.)

Die Identität der beiden rothen Fluorescenzen beim Blattgrün, je nachdem dieselbe durch wenig brechbare Strahlen (aus der Gegend von *C*) oder durch stark brechbare (aus der Gegend von *F* oder *G*) hervorgerufen wird, lässt sich sehr deutlich zeigen, wenn auf die Spalte des oben erwähnten Kastens mit Hilfe von zwei Prismen verschieden brechbares Licht geworfen wird. Auf der Oberfläche der Flüssigkeit erhält man dann eine gerade rothe Linie, zur Hälfte erzeugt durch wenig brechbare und zur Hälfte durch stark brechbare Strahlen. Diese Linie, durch ein zweites Prisma beobachtet, bleibt vollkommen gerade. (Ebd.)

Eine weitere, sehr stark grüngelb fluorescirende Flüssigkeit erhält man nach Goppelsröder durch Vermischen gleicher Volumina englischer Schwefelsäure und absoluten Aethylalcohols. Auch Methylalcohol, mit gleichen Theilen englischer Schwefelsäure gemischt, zeigt stark gelbbraune Fluorescenz, welche auch bei grosser Verdünnung mit Alcohol bestehen bleibt. Wird dies Gemisch erhitzt, so färbt es sich zuerst gelb, dann orange bis karmoisinroth mit grüngelber Fluorescenz, welche nach Verdünnen mit gewöhnlichem Alcohol noch deutlicher wird. (Naturf.)

Sicheres Verfahren zur Krystallisirung des Zinkmetalles von Prof. Stolba in Prag. Man nimmt ein quadratisches Holzkästchen mit starken Wänden von etwa 4 bis 6 Zoll Kantenlänge. Das Zink wird in einer Quantität von 5 bis 8 Loth in einem Schmelztiegel geschmolzen und ohne es allzusehr überhitzen zu lassen, mit der Vorsicht in das Kästchen gegossen, dass die Oxydschicht im Tiegel zurückbleibt. Während des Eingiessens wird das Kästchen so an die Wand gestemmt, dass es mit dieser einen Winkel von etwa 45° bildet und das Zink demnach die entsprechende Kante ausfüllt. Man lässt es nun in dieser Lage gerade so lange, bis dass das Zinkmetall an den Seiten bereits erstarrt ist und die Oberfläche eben zu erstarren beginnt. In diesem Momente neigt man

das Kästchen so, dass das noch flüssige Zinkmetall ausfliessen kann, indem man es einfach in der Richtung des theilweise erstarrten Zinkklumpens neigt und das flüssige Metall auf einer Thonplatte, einem Brette oder dergl. auffängt. Gleich darauf stürzt man das erstarrte Metall auf ein bereit gehaltenes Brett und bricht das gleich nach dem Erstarren äusserst brüchige Metall mittelst eines Messerchens der Quere und dann der Länge nach vorsichtig in Stücke. In diesem findet man alsdann mehr oder weniger ausgebildete sechsseitige Pyramiden, welche häufig vollkommen ausgebildet sind und dann beim Zerbrechen der Stücke herausfallen. (Lotos, Zeitschr. d. nat. Ver. in Prag.)

Ueber die Krystallisation des mit Blei gesättigten Zinks. Das reine Zink kann bekanntlich nur wenig Blei aufnehmen, welche Menge noch nicht 2 Procent Blei erreicht. Um die Krystalle dieser Legirung kennen zu lernen, wurden von Prof. Stolba folgende Versuche angestellt: In einem geräumigen Schmelztiegel wurden nahezu gleiche Mengen gereinigten Zink's und Blei's geschmolzen und mittelst eines Holzstabes fleissig umgerührt, um das Zink mit Blei vollkommen sättigen zu können. Nach längerer Einwirkung wurde der Tiegel aus dem Feuer genommen und in Holzasche eingestellt, damit er darin möglichst langsam erkalte. Sobald das Zink an der Oberfläche erstarrt war, so wurde diese mit einem glühenden Spitzeisen durchgestochen und das noch flüssige Zink sammt dem noch vollständig flüssigen leichtschmelzbaren Blei durch die entstandene Oeffnung ausgegossen. Der erstarrte Zinkklumpen wurde vermittelst desselben Eisens aus dem Tiegel herausgehoben und auf einer Steinplatte noch heiss in Stücke gebrochen. Diese zeigten hierbei in Berührung mit Luft schöne blaue und violette Anlauffarben. Man fand im Innern der Höhlung grosse hexagonale Pyramiden von dem Ansehen, wie sie das gereinigte Zink liefert. Sie waren jedoch viel grösser, spitzer und sehr häufig in der Richtung eines Seiteneckes verlängert, wodurch spiessund hakenförmige Gestalten entstanden. Die Oberfläche der grössten war mit kleineren Pyramiden wie besäet und stets blau oder violett angelaufen.

Der gefundene Bleigehalt entsprach den bekannten Angaben von 1 bis nicht ganz 2 Procent. Der Umstand, dass nach theilweisem Erstarren des Zinkes noch sämmtliches Blei flüssig bleibt, ist der Krystallisation und Entwickelung der Krystalle sehr günstig; wie sich daraus ergibt, dass dieselbe Verbindung, für sich allein krystallisirt, kein so günstiges Resultat lieferte. (Ebd.)

Ueber das Leuchten faulenden Holzes veröffentlicht Gruner in den Verh. der Nat. Gesellschaft zu Bern Folgendes: Das leuchtende Holz ist ganz von Wasser imprägnirt; es enthält 82 Procent Feuchtigkeit, während frisches Tannenholz nur 60 Procent enthält. Dabei besitzt es einen gewissen Grad von Festigkeit und Durscheinigkeit; weshalb auch die Lichtentwicklung aus dem Innern gleichzeitig mit der an der Oberfläche wahrgenommen wird. Es ist nicht gelungen die leuchtende Substanz von den Fasern zu trennen. Wird ein Stück im Mörser zerrieben, so verschwindet das Leuchten, wahrscheinlich in Folge der Wärmeentwickelung. Denn es hört auch auf bei einer Erwärmung des Holzes auf 30° *R.*, ebenso beim Kochen, doch wird es beim Abkühlen an der Luft wieder leuchtend. Durch Austrocknen verliert das Holz ebenfalls sein Leuchtvermögen. Es wird aus diesen Beobachtungen wahrscheinlich, dass dieses Leuchten von einem, durch die Anwesenheit des Wassers und der Luft vermittelten langsamen Oxydationsprocess begleitet ist. Diese Vermuthung findet ihre Stütze noch in der Thatsache, dass Holz, welches durch Behandlung mit bestimmten Substanzen z. B. Alcohol, Kupfervitriol, Schwefelsäure u. A. seine Leuchtkraft verloren, an der Luft wieder anfing zu leuchten. Auch spricht für diese Vermuthung noch der Umstand, dass sich sowohl mit Guajak-Tinktur, wie mit Jodkaliumstärke die Gegenwart von Ozon nachweisen liess.

Ein Vorlesungsversuch von Prof. Böttcher in Frankfurt a/M., die Oxydation und Reduction betreffend. Wenn man kleine flache mit etwas Gummiwasser und Kupferoxyd hergestellte Cylinder bei niedriger Temperatur durch Wasserstoffgas reducirt und sie hierauf in ganz schwach erwärmtem Zustand in eine Atmosphäre von Sauerstoffgas einsenkt, so werden sie plötzlich glühend und fahren fort zu glühen bis die Oxydation beendet ist; führt man sie jetzt in eine Atmosphäre von Wasserstoff ein, so beginnt von neuem ein Glühen und die Cylinder sind wiederum zu metallischem Kupfer reducirt. Es bietet demnach ein solcher Versuch das interessante Phänomen eines Körpers, welcher zweimal nach einander verbrennt, erst im Sauerstoffgas, dann im Wasserstoffgas und beide Mal mit derselben Licht- und Wärmeentwickelung.

Sieden zweier nicht mischbaren Flüssigkeiten. Magnus hat nachgewiesen, das die Dämpfe zweier nicht mischbaren Flüssigkeiten dem Dalton'schen Diffusionsgesetze folgen. Daher ist die gemeinschaftliche Spannkraft solcher Dämpfe z. B. Schwefelkohlenstoff und Wasser im Sättigungszustande gleich der Summe der Spannkräfte, welche dem Sättigungszustande der einzelnen Dämpfe für die betreffende Temperatur entsprechen würde. In Folge dessen sieden solche zwei Flüssigkeiten bei einer niedrigeren Temperatur als die ist, bei welcher die flüchtigste von ihnen allein siedet. Durch das Uebereinanderliegen der nicht mischbaren Flüssigkeiten wird die Ausführung des Versuches erschwert und Kundt hat diesen Versuch in abgeänderter Form angestellt, die ein sehr genaues Resultat liefert. Schwefelkohlenstoff siedet bei 46,6°, das Gemisch desselben mit Wasser nahezu bei 43°. Nun wurden beide Flüssigkeiten getrennt auf eine Temperatur von ungefähr 45° gebracht. Giesst man dann den Schwefelkohlenstoff in das Wasser, so tritt ein energisches Sieden der Flüssigkeit ein. (Naturf.)

Darstellung von Stickstoff aus der Luft nach Berthelot. Man bringe Kupferdrehspäne in eine grosse Flasche und darüber hin Ammoniak, sodass die ersteren ganz bedeckt werden. Lässt man das Ganze verschlossen ein bis zwei Tage stehen, so wird durch die Bildung von Kupferoxydammoniak der Sauerstoff der in der Flasche eingeschlossenen Luft absorbirt und reiner Stickstoff bleibt zurück.

Zoologie.

Fische, welche zeitweilig in freier Luft leben. Der indische Ichthyologe Dr. Franz Day erhielt im Jahre 1866 von der Regierung den Auftrag, Versuche anzustellen über die Verpflanzung von Fischen aus der Ebene in die Gewässer der Nilgirri-Berge. Er machte bei dieser Gelegenheit die Entdeckung, dass während den meisten Fischen das dem Wasser beigemengte Luftquantum genügt, es andere, „gemischt Athmer", giebt, welche niemals für längere Zeitdauer aus dem Wasser allein sich mit Luft zu versehen vermögen, sondern einer directen und unzersetzten Zuführung derselben aus der Atmosphäre bedürfen. So kühl und wohl imprägnirt mit Luft das Wasser auch sein mag, so würden solche Fische, wenn sie nicht durch freie Luft zu athmen vermögen, einfach in demselben ertrinken.

Die hauptsächlichsten Versuche, welche Dr. Day in dieser Richtung anstellte und in den „Proceedings der Londoner zoologischen Gesellschaft" veröffentlichte, sind kurz folgende: 1. Drei Fische wurden in ein Gefäss mit frischem Wasser gesetzt und von der Oberfläche durch ein aufgespanntes Netz abgehalten. Nach Verlauf von vier Minuten wurden sie alle aufgeregt und suchten an die Oberfläche zu kommen. Der grösste und stärkste Fisch lebte nur eine Stunde und achtundzwanzig Minuten, die beiden anderen starben einige Minuten früher. Die Kiemendeckel wurden unter Wasser geöffnet und die Kiemen gedrückt, ohne dass sich Luft aus ihnen frei machte.

2. In dasselbe Gefäss, noch gefüllt mit demselben Wasser, in welchem

die Fische von vorher abgestorben waren, wurden drei weitere Fische gesetzt, jedoch so, dass das ein Zoll unter Wasser befindlich gewesene Netz entfernt wurde. Die Fische wurden nach zehn Stunden völlig munter und lebhaft herausgenommen.

3. Drei Wasserathmer und drei Wetterfische wurden in ein wie unter 1. vorbereitetes Gefäss gebracht. Die Wasserathmer blieben wohl und munter, während die Wetterfische nach acht Stunden starben. Die Ursache, warum diese so lange aushielten, liegt darin, dass diese Art *(Platacanthus agrensis)* im ersten Rückenwirbel, an der Basis des Schädels, ein Luftmagazin besitzt.

4. Drei Exemplare wurden in einem irdenen Gefässe auf etwas feuchtes Gras gesetzt. Nach Verlauf von drei Stunden waren sie noch sämmtlich wohl und munter.

5. Der Kopf eines dieser Fische wurde dicht und so fest eingebunden, dass er die Kiemen nicht öffnen konnte. Der Fisch wurde dann in ein Gefäss mit Wasser gesetzt und war nach Verlauf von vierundzwanzig Stunden noch so lebhaft wie möglich. Es war also hier ein directer Beweis geführt, dass der Fisch lediglich durch Einathmung aus der Atmosphäre gelebt hatte, ohne die Kiemen zu benutzen.

6. Ein ebenso eingebundener Wasserathmer lebte zwar vierunddreissig Stunden; es hatte indessen die Kopfform des Fisches einen ganz dichten Verschluss der Kiemendeckel verhindert.

7. Ein Luftathmer wurde um 9 Uhr 55 Minuten vormittags in ein trockenes Tuch gelegt und ohne alle Anfeuchtung und bei einer Temperatur von 19° *R.* liegen gelassen; er lebte bis 1 Uhr 20 Minuten Nachmittags, indem er gelegentlich das Maul öffnete und Luft einzog. Um 12 Uhr 15 Minuten kroch er über den Tisch weg; er fiel auf den Boden und hatte sich etliche Fuss auf dem Boden weiterbewegt, bevor es bemerkt wurde. Wahrscheinlich beschleunigte der Sturz seinen Tod. Ein anderer dieser Fische lebte, in ein trockenes Tuch gewickelt und in einen geschlossenen Schrank gelegt, dennoch sechzehn Stunden.

8. Eine Anzahl dieser Fische wurde mit ganz wenig Wasser und einer reichlichen Menge gewöhnlichen Grases ohne jede andere Nahrung in eine Tonne gesetzt; dennoch waren sie nach Verlauf von drei Wochen vollkommen wohl und lebhaft.

Dr. Day giebt auch einen interessanten Bericht über die Art und Weise, wie in Ceylon gewisse Fische gefangen werden, die im Schlamme leben und um atmosphärische Luft zu athmen von Zeit zu Zeit an die Oberfläche zu steigen genöthigt sind. In verschiedenen Gegenden Ceylon's sind viele Sümpfe mit einem starken, groben Grase bedeckt, welches sich zu einer so dichten und festen Rasendecke verfilzt, dass diese Menschen und Vieh trägt. Zwischen dieser Rasendecke und dem festen Erdboden lagert eine zwei bis drei Fuss mächtige Schlammschicht von der Consistenz etwa einer dicken Erbsensuppe; und in diesem Schlamme leben die Fische, welche auf folgende Art gefangen werden:

„Sobald der Sumpf zugänglich geworden ist, betritt ein Eingeborener denselben bei ganz ruhiger Luft und horcht auf die eigenthümlichen Töne, welche die Fische beim Athemholen von sich geben. Hat er einen Ort gefunden, wo er diese Töne so häufig hört, dass er auf einen ergiebigen Fang hoffen kann, dann entfernt er die erwähnte Rasendecke auf einigen runden, etwa 3 Fuss im Durchmesser haltenden Flecken, und zwar an Orten, wo sich bereits kleine runde Löcher im Rasen vorfinden; durch solche pflegen die Fische emporzusteigen, um zu athmen. Nachdem dies besorgt ist, geht der Mann Abends nach Hause zurück. Als wir am Morgen auf den Fischgrund kamen, wurde eine Art von Einfriedigung hergestellt, um den Theil des Sumpfes zu isoliren, auf welchem am Abend zuvor die erwähnten runden Flecken herausgeschält worden waren, und es ist dann weiter nichts zu thun, als auf die Fische zu warten. Die ersten

Anzeichen ihres Vorhandenseins sind die aufsteigenden Luftblasen, und bei jedem Aufsteigen solcher Blasen wussten die umstehenden Eingeborenen ganz genau die Gattung von Fischen zu nennen, von denen sie herrührten; wahrscheinlich fanden sie es aus der Grösse solcher Blassen und aus der Art, wie sie einzeln oder in Mengen, schneller oder langsamer aufsteigen. Der Blase pflegt der Fisch sehr bald zu folgen; er schiebt seinen Kopf über die Oberfläche des Schlammes hervor. Dann ist es nicht weiter schwierig, sich seiner zu versichern; wegen der unter der Schlammdecke netzartig sich kreuzenden Grasstengel kann er nicht rasch wieder zurückkommen. Ich wohnte der Procedur über eine Stunde bei, während welcher Zeit ich elf Fische fangen sah. Die Eingeborenen sagten mir, dass mit der steigenden Tageszeit grössere Fische und in bedeutenderer Zahl gefangen werden würden; die in meiner Gegenwart gefangenen waren nicht gross. Es waren drei Arten vertreten, Connia (*Ophiocephalus Kelaarti)*, Magura und Hunga *(Clarias Teysmanni)*. Diese Fangmethode gründet sich lediglich auf die Thatsache, dass jene Fische kein Wasser athmen können, sondern genöthigt sind, in bestimmten Zwischenräumen an die Oberfläche zu kommen, um atmosphärische Luft zu athmen. (Globus.)

Spatzenzucht in Italien. In naturökonomischer Beziehung beachtenswerth ist die kürzlich vor der *Société d'acclimatisation* gemachte Mittheilung, dass in mehreren Gegenden des nördlichen Italiens seit längerer Zeit eine förmliche Spatzenzucht stattfindet; wobei aber auch dafür gesorgt ist, dass dadurch den Feldfrüchten keine Feinde aufgezogen werden. Man hat nämlich beobachtet, dass die Spatzenjungen im Neste von ihren Eltern hauptsächlich mit Insecten genährt werden und dies gerade zu einer Zeit, wenn die Insecten in der Oekonomie am meisten Schaden bereiten. Erst wenn die Jungen schon selbst ausfliegen, fallen dieselben über die Körner der Felder her und richten da mitunter nicht unbedeutende Verheerungen an. Nun sind aber die jungen Spatzen gerade dann am wohlschmeckendsten, wenn sie eben auszufliegen anfangen, und diesen Zeitpunkt nimmt man von Seite des Landwirthes wahr, um sie auszuheben und auf den Markt zu bringen. Es bestehen in mehreren Gegenden Norditaliens ganze Einrichtungen für die Spatzenzucht, namentlich macht man besondere Thürme mit einer grossen Menge Nestlöcher, in welche die Vögel sich häuslich niederlassen; inwendig ist eine enge Wendeltreppe oder eine Leiter, die dazu dient, in jener Zeit die Nester auszuheben. Es versteht sich von selbst, dass man die Spatzen füttert. (Lotos, Zeitschr. des nat. Ver. in Prag.)

Ein neues Beispiel ungeschlechtlicher Fortpflanzung. Die ungeschlechtliche Fortpflanzung bei vielen Insecten, namentlich Blattläusen, Bienen, Gallmücken und Wespen (über letztere vergleiche die Mittheilung in Heft 2 dieser Zeitschr.) ist bekannt. Neuerdings hat Oscar von Grimm einen neuen Fall beobachtet, und zwar an einer auch in Deutschland häufig vorkommenden Stechmücke *(chironomus)*. Die Weibchen dieses Insects bilden nämlich schon im Puppenzustand Eier in sich aus und geben sie von sich. Dies geschieht den ganzen Sommer über; erst gegen Ende desselben behalten sie die Eier bis zu ihrer letzten Verwandlung zum vollkommenen fliegenden Insect bei sich und fliegen mit ihnen davon, ohne Zweifel, um sich zu begatten. Im Puppenzustand ist eine Begattung nicht beobachtet worden. Aber auch die Eier des fliegenden Insects entwickeln sich zu lebendigen Larven, wenn man sie der Mutter abnimmt, ehe eine Begattung vollzogen wurde. Es sind also bei diesem Insect die Fälle der Pädogenese (Fortpflanzung vor Erreichung des erwachsenen Zustandes) und der Parthenogenese im engeren Sinne (Fortpflanzung durch vollkommen entwickelte und erwachsene Weibchen ohne Befruchtung) vereinigt. (Naturf.)

Programmenschau von 1869.

Von Dr. Ackermann.

Mathematische Abhandlungen.

Preussen.

Prov. Preussen.

Rössel. Anwendung der Trigonometrie in der Algebra. Von Oberl. Rautenberg. G.*) 19 S.
Insterburg. Zur Theorie der elliptischen Funktionen. Von Dr. Seegers. G. 8 S.
Königsberg. Ueber Abhängigkeit geometr. Gebilde. Von Fuhrmann. R. 11 S.
Elbing. Anfangsgründe der darstellenden Geometrie, der Axonometrie, der Perspective und der Schattenconstruction. Von Dr. Butz. R. 16 S.

Prov. Brandenburg.

Guben. Beiträge zum geometr. Unterrichte. Von Pror. Dr. Fischer. G. 8 S.
Berlin. Beiträge zur Orientirung über Grundlage und Ausbau unserer Algebra als Unterrichtsgegenstand, mit einleitenden Bemerkungen über den Rechenunterricht. Von Oberl. Dr. Tillich. R. 41 S.
Berlin, Der Unterricht der beschreibenden Geometrie auf Realschulen. Von Oberl. Dr. Flohr. R. 28 S.
Potsdam. Axonometrie. Von Dr. Baumgardt. R. 19 S.

Prov. Schlesien.

Brieg. Versuch einer naturgemässen Begründung der Aehnlichkeitslehre, nebst einigen Bemerkungen über das Sehnenviereck. Von Duda. G. 14 S.
Jauer. Anleitung zur Analysis planimetrischer Aufgaben. Von Oberl. Dr. Noss. G. 22 S.
Lauban. Einige Sätze und Aufg. von Orthogonalkreisen. Von Faber. G. 11 S.
Oppeln. Methodologisch- mathematische Aphorismen. Von Oberlehrer Röhr. G. 14 S.
Guhrau. Einige Anwendungen der analytischen Geometrie zum Beweis bekannter Lehrsätze der Planimetrie. Von Schmidt. B.

Prov. Posen.

Ostrowo. Die Rolllinien und Brennlinien durch Zurückwerfung. Von Oberl. Marten. G. 16 S.
Gnesen. Geometrische Eigenschaften des Bildes unter Wasser gelegener Curven. Von Dr. Paczkowski. G. 20 S.
Trzemezsno. Drei Hauptmomente bei dem Unterricht in der Mathematik mit didactischen Anmerkungen. Von Erfurth. G.
Posen. Ueber den Unterricht in der darstellenden Geometrie auf Realschulen. Von Dir. Dr. Brennecke. R. 3 S.

Prov. Sachsen.

Erfurt. Die Gleichungen einer Kometenbahn. Von Dr. Kayser. G.
Mühlhausen. Die Kombinationslehre und der binomische Lehrsatz. Von Oberl. Fahland. G. 17 S.

---

*) Abkürzungen: G=Gymnasium, R=Realschule, HB=höhere Bürgerschule.

Prov. Westfalen.

Bielefeld. Quadratur und Rectification der Curven, sowie Berechnung des körperlichen Inhalts und der Oberfläche der Revolutionskörper ohne Integralrechnung. Von Oberl. Dr. Rosendahl. G. 24 S.
Iserlohn. Ueber die exacte Bestimmung der Primzahlmenge innerhalb gegebener Grenzen. Von Dir. Dr. Meissel. Prov. Gewerbsch.
Jülich. Ueber die Hypocycloide mit besonderer Berücksichtigung des Falles, wo der Durchmesser des rollenden Kreises gleich dem halben Radius der festen Basis ist. Von Wollseiffen. PG. 12 S.
Eupen. Ein neues Supplement zum Problem des Appollonius. Von Rect. Knitterscheid. HB. 18 S.

Prov. Schleswig-Holstein.

Schleswig, Ueber mathematischen Unterricht auf Gymnasien. Von Grünfeld. G. 40 S.
Itzehoe. Untersuchungen über das einer Ellipse eingeschriebene grösste n-eck. Von Kühl. R. 11 S.

Prov. Hannover.

Quakenbrück. Die Bedeutsamkeit der Binomialcoefficienten für den mathematischen Unterricht. Von Rector Gessner. HB. 15 S.
Celle. Ueber die Lösung der binomischen Gleichung. Von Ehrlenholtz. G. 14 S.
Lingen. Analytisch-geometrische Untersuchungen. Von Dr. Gleue. G. 26 S.

Prov. Hessen-Nassau.

Marburg. Die Brechung des Lichtes in einem Systeme von Flächen zweiter Ordnung. Von Kramm. HB. 18 S.
Frankfurt. Die politische Arithmetik und ihre Anwendung. Von Schlimmbach. Handelsschule. 15 S.

Königr. Sachsen.

Leipzig. Ueber Decimalbrüche, die aus gewöhnlichen Brüchen abgeleitet sind. Von Oberl. Lehmann. G. 20. S.
Reichenbach. Beiträge zur analytischen Geometrie des Raumes, insbes. zur Theorie der Flächen 3. Grades mit 4 Doppelpunkten und der Steiner'schen Flächen. Von Oberl. Eckardt. R. 15 S.

Hessen-Darmstadt.

Worms. Die Elemente der Geometrie des Raumes. Von Dr. Marx. G. 10 S.
Alzey. Einige Sätze über die Raumcurven 3. Ordnung und die abwickelbare Fläche 3. Classe. Von Weihrich. R. 19 S.

Mecklenburg.

Rostock. Die geometrische Bedeutung des Differentials $dx:\sqrt{1-k^2 \cdot \sin x^2}$. Von Dr. Möllmann. G. 13 S.
Schwerin. Zur Lehre von den Dreieckstransversalen. Von Brauns. G.

Oldenburg.

Eutin. Die Theorie der caustischen Linien und Flächen in ihrer geschichtlichen Entwicklung. Von Bösser. G.
Oldenburg. Das neue Mass- und Gewichtssystem, nebst einigen Bemerkungen über den Rechenunterricht. Von Oberl. Harms. HB. 38 S.

Anhalt.

Zerbst. Von der Parabel. Von Prof. Mette. G.

Sachsen-Coburg-Gotha.

Gotha. Beiträge zur Geschichte der griechischen Geometrie. Von Prof. Bretschneider. G. 12 S.

Sachsen-Meiningen.

Saalfeld. Ueber den Unterricht in der Elementargeometrie auf höheren Lehranstalten. Von Oberl. Rottenbach. R. 14 S.

Oesterreich.

Olmütz. Einige Aufg. über Anwendung der Algebra und Trigonometrie zur Lösung geometrischer Aufgaben. Von Prof. Schenk. G. 89 S.
Krems. Die Auflösung der sphärischen Dreiecke. Von Klamminger. R.
St. Pölten. Auflösungsmeth. unbestimmter Gleichungen. Von Pöschko. R. 36 S.
Troppau. Ueber Cycloiden. Von Prof. Streinz. R. 34 S.
Wien. Ueber die Berechnung der im Wiener Coursblatte notirten Papiere. Von Prof. Spitzer. Handelsacademie. 56 S.

Baiern.

Straubing. Das Appollonische Taktionsproblem. Von Prof. Eilles. G.

Württemberg.

Ellwangen. Integration der Gleichungen des ersten Grades mit constanten Coefficienten. Von Prof. Zorer. G. 9 S.
Heilbronn. Ueber Ziel und Methode des arithmetischen Unterrichts in Gymnasien. Von Prof. Stockmeyer. G.
Tübingen. Aufgabensammlung aus der darstellenden Geometrie. Von Prof. Dr. Kommerell. G.

Baden.

Heidelberg. Untersuchungen über eine neue krumme Linie (Kreisconchoide). Von Prof. Rummer. G.

Naturwissenschaftliche Abhandlungen.

Preussen.

Prov. Preussen.

Neustadt. Die Doldenpflanzen der nächsten Umgebung von Neustadt. Von Barthel. G. 12 S.
Marienwerther. Göthe als Naturforscher. Von Dr. Künzer. G. 38 S.
Königsberg. Ueber die Gestalt der Himmelskörper. Von Oberlehrer Dr. Meyer. R. 18 S.
Königsberg. Der physikalische Unterricht in der Mittelschule. Von Bänitz. M.
Neidenburg. Einiges über die Flora der Umgegend Neidenb.'s. Von Conr. Bajohr. B. 8 S.
Tilsit. Ueber die bei der Erziehung nothwendige Berücksichtigung der Sinne des Menschen. Von Dir. Koch. R. 16 S.
Danzig. Beiträge zu einer geogr. und naturgesch. Beschreibung des Kreises Carthaus. Von Schultze. R.
Marienwerder. Ueber Naturkräfte. Von Rektor Oelsnitz. HB. 6 S.

Prov. Brandenburg.

Berlin. Ueber die geographische Verbreitung der Schmarotzerpflanzen. 2. Abth. (1. Abth. P. von 1862). Von Oberl. Dr. Liebe. R. 32 S.
Berlin. Element. Darstellung der Capillaritätslehre. Von Oberl. Koniecki. HB. (Andreasschule). 46 S.

Berlin. Probl. der Mechanik mit Bezug auf die Variationen der Schwere und die Rotation der Erde. Von Prof. Bertram. Städt. HB. 29 S.
Berlin. Bier und Wein. Von Oberl. Dr. Bischoff. Handelsch. 40 S.
Fürstenwalde. Ueber die Natur der Sonne. Von Schrodt. HB. 20 S.

Prov. Pommern.

Treptow. Das Bifilarmagnetometer. Von Kobert. G. 12 S.

Prov. Schlesien.

Sagan. Der Himmel und die Himmelserscheinungen in den homerischen Gedichten. Von Dr. Görlitz. G. 18 S.
Ratibor. Ueber das Verhältniss Alex. v. Humboldt's Kosmos zum Christenthum. Von Dr. Grimm. G. 22 S.
Breslau. Arbeiten im chemischen Laboratorium der Realschule am Zwinger. Von Dr. Stenzel. R. 21 S.
Görlitz. Ueber den Einfluss der Alkalien auf das Polarisationsvermögen einiger Zuckerarten. Von Dr. Beblo. R. 15 S.
Neisse. Ueber das Tönen erhitzter Röhren und die Schwingungen der Luft in Pfeifen verschiedener Gestalt. Von Dir. Dr. Sondhauss. R. 21 S.

Prov. Posen.

Bromberg. Die Wärme- und Regenverhältnisse Brombergs. Von Oberl. Heffter. G. 30 S.
Bromberg. Die Spectralanalyse. Von Oberl. Er. Stürmer. R. 22 S.

Prov. Sachsen.

Torgau. Uebersicht der Flora Torgaus. Von Lehmann. G. 13 S.
Aschersleben. Die Vegetationsverhältnisse der Umgebung A.'s. Von Dr. Grosse. R. 32 S.
Halberstadt. Was lernen wir aus der *Mécanique céleste?* Von Dr. Bette. R. 54 S.
Naumburg. Der Unterricht in der Mathematischen Geographie an der höh. B. Von Köstler. HB.
Nordhausen. Auf Reisen und Daheim. Beobachtungen und Untersuchungen über das organische Leben in hohen Wärmegraden. Von Prof. Dr. Kützing. R.

Prov. Westfalen.

Paderborn. In wie weit ist die Physik der Sonne durch die neuesten spectralanalytischen Unters. gefördert worden? Von Dr. Schilling. G. 30 S.
Bielefeld. Ueber den Werth der Naturwissenschaften als Bildungsmittel. Von Dr. Weyl. Prov. Gew. 13 S.
Hagen. Grundzüge der Lehre vom Magnetismus und der Elektricität. Von Dr. List. Prov. Gew.
Iserlohn. Vergleichende Uebersicht der Sinnesorgane. Von Dr. Klemm. R.

Rheinprovinz.

Wesel. Der hydrostatische Apparat des *Nautilus Pompilius.* Von Oberl. Dr. Meigen. G. 18 S.
Wetzlar. Ueber die Ursachen des plötzlichen Erstarrens übersättigter Salzlösungen. Von Sagorski. G. 11 S.
Prüm. Die Pflanzenverbreitung nach horizontaler und vertikaler Wärmevertheilung. Von Burckhardt. ProG. 8 S.
Ruhrort. Der Streit über die Berechtigungen der Realschule, beleuchtet durch Untersuchung der Frage: „Was ist Naturwissenschaft?“. Von Dr. Weiss. R.

Düren. Aus dem chemisch-mineralogischen Unterricht des abgelaufenen Schuljahres. Von Dr. Klocke. HB. 18 S.
Koblenz. Andeutungen über die praktischen Arbeiten der Schüler im chemischen Laboratorium. Von Dr. Zwick. Prov. Gew.

Prov. Hessen-Nassau.

Frankfurt. Ueber die Interferenzerscheinungen und primären Gebilde feiner und regelmässiger Wellensysteme tropfbarer Flüssigkeiten und ihre Darstellung auf dioptrischem Wege. Von Dir. Dr. Poppe. 18 S. Die kosmische Bedeutung der Aerolithen. Von Dir. Prof. Dr. Zehfuss. 13 S. Höh. Gewerbschule.
Wiesbaden. Ueber das Sieden des Wassers. Von Dr. Krebs. HB. 21 S.
Herborn. Zur Stellung der Chemie in der Realschule. Von Pfeifer. R. 9 S.

Grossh. Hessen.

Worms. Zur Methode des naturgeschichtlichen Unterrichtes in Gymnasien und Realschulen. Von Olff. G. 5 S.
Bingen. Fauna der nähern Umgegend von Bingen. Von Mühr. R. 4 S.
Offenbach. Die Fische des Mains. Von Dr. Böttger. R.

Mecklenburg.

Parchim. Die modernen naturwissenschaftlichen Theorien und ihre Anwendbarkeit in der Schule. Von Dr. Scholle. G.
Güstrow. Werth oder Unwerth der Physik für die erziehliche Aufgabe der Schule. Von Dir. Seeger. R. 8 S.

Oldenburg.

Jever. Die repulsive Kraft des Aethers. Von Hullmann. G.

Altenburg.

Altenburg. Ein Beitrag zur Geschichte des Kalenders. Von Professor Flemming. G. 31 S.

Sachsen-Coburg-Gotha.

Ohrdruff. Ueber *Phytoptus Dry.* und eine grössere Anzahl neuer oder wenig gekannter Missbildungen, welche diese Milbe an Pflanzen hervorbringt. Von Oberl. Dr. Thomas. R. 22 S.

Reuss.

Gera. Die färbenden Mineralien der Diabase des Vogtlandes und Frankenwaldes. Von Prof. Dr. Liebe. G. 12 S.

Oesterreich.

Melk. Der Regenbogen. Von Prof. Resch. G.
Wien. Darwin und der Darwinismus. Von Prof. Heller. G. 37 S.
Wien. Der Bauerngarten als künstliche Pflanzenformation. Von Hölzl. G. 26 S.
Wiener-Neustadt. Das pythagoräische Tonsystem und seine Begründung in den Naturgesetzen. Von Dir. Amon. G.
Wien. Ueber Schlangen und Nattern. Von Prof. Vernaleken. R.
Wien. Ableitung der Gleichungen für die Bewegung eines elastischen Theilchens und Nachweis für die Richtigkeit der Bezeichnung „pendelartige Schwingung." Von Prof. Kühn. R. 12 S.
Salzburg. Kurzgefasste Anleitung zu barometrischen Nivellirungen mit Quecksilber und Metallbarometern. Von Prof. Dr. Elschnig. R.
Iglau. Ueber die Zuckerarten. Von Prof. Lenz. R.

Baiern.

Passau. Gnomonik oder Theorie und Construction der Sonnenuhren. Von Prof. Hartmann. G. 23 S.
Regensburg. Die Orthopteren der Regensburger Fauna, morphologisch, biologisch und systematisch skizzirt. Von Prof. Dr. Singer G. 30 S.

Württemberg.

Ulm. Grundzüge der organischen Naturansicht als Einleitung zur Anthropologie. Von Dr. Planck. G. 24 S.

Baden.

Schwetzingen. Der naturgeschichtliche Unterricht an der höheren Bürgerschule. Von Bierig. HB. 3 S.

Geographische Abhandlungen.

Düren. Ueber zergleichende Geographie. Von Claessen. G. 9 S.
Siegen. Ueber Grenzen, Zweck und Methode der Schulgeogr., namentlich mit Rücksicht auf planmässiges, einfaches Kartenzeichnen. Von Oberl. Dr. Langensiepen. R. 16 S.
Leobchütz. Erinnerungen und Eindrücke aus Griechenland. Von Dr. Gudermann. G. 22 S.
Chemnitz. Beiträge zur Methodik des geographischen Unterrichts in Realschulen. Von Oberl. Dr. Vogel. R. 34 S.
Sächsisch-Regen. Einige Bemerkungen über den geographischen Unterricht in der Volksschule. Von Czekelius. R. 25 S.

Nekrolog Weisbachs.

(† den 4. Februar 1871.)

Inmitten der alle Herzen belebenden Hoffnung auf Rückkehr des lang ersehnten Friedens, inmitten der Freude über das baldige Wiedersehen der im Feindeslande weilenden Lieben musste aus seinem freundlichen Familienkreise, aus seiner ruhmgekrönten Wirksamkeit ein Mann scheiden, welchen die Stadt Freiberg mit gerechtem Stolze den Ihrigen nannte und dessen erhabener Geist auf der ganzen Erde, soweit die Wissenschaft ihre leuchtenden Strahlen ausgegossen, Verehrung und Anerkennung erntete. Dieser Mann war

Dr. Julius Ludwig Weisbach,

Oberbergrath, Comthur, Ritter etc. und Professor an der hiesigen Königl. Bergakademie.

Der Dahingeschiedene war am 10. August 1806 auf der Eisenhütte Mittelschmiedeberg bei Annaberg geboren, wo sein Vater Schichtmeister war, kam 1820 auf die damalige Hauptbergschule, 1822 auf die hiesige Bergakademie, ging 1827 nach Göttingen und 1829 nach Wien, wo er die Vorlesungen an der Universität und dem polytechnischen Institute besuchte und sich vorzugsweise an den Bergcommissionsrath Friedrich Mohs, der seit 1817 an der hiesigen Akademie als Professor der Mineralogie angestellt war, anschloss. Nachdem Weisbach 1830 eine bergmännische Reise durch den grössten Theil der österreichischen Staaten gemacht hatte, beschäftigte er sich in unserer Stadt besonders mit dem Studium der höheren

Mathematik, bis er Anfangs 1833 nach dem Tode des Professors Hecht als Lehrer der angewandten mathematischen Wissenschaften an der hiesigen Bergakademie eintrat. Zu den Vorlesungen über angewandte Mathematik und Bergmaschinenlehre reihte er 1835 auch die über die allgemeine Markscheidekunst, während er 1842 nach dem Abgang des bekannten Prof. C. Naumann das Collegium über Krystallographie und 1851 das neueingeführte Collegium über beschreibende Geometrie übernahm. Nach dem Abgange des Professors Brückmann wurde ihm ferner der Vortrag über Markscheidekunst übertragen, wogegen er die Vorlesungen über beschreibende Geometrie abgab. Auch hatte er seit 1858 anstatt des obligatorischen Collegiums über Krystallographie freie Vorträge über theoretische Krystallographie und Optik gehalten, die er jedoch 4 Jahre später an seinen Sohn (den Professor Albin Julius Weisbach) abgab. Frühe schon hatte Weisbach seine Aufmerksamkeit ganz besonders der Hydraulik und praktischen Geodäsie zugewendet und bis auf die neueste Zeit die bereits 1841 begonnenen hydraulischen Versuche fortgesetzt. Ihre Ergebnisse veröffentlichte er zunächst in den Schriften: „Versuche über den Ausfluss des Wassers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile“ (Leipzig 1842) und „Versuche über die unvollkommene Contraction des Wassers beim Ausfluss desselben aus Röhren und Gefässen“ (Leipzig 1843). Durch die von Weisbach zuerst aufgestellte Idee des Widerstands-Coëfficienten sind die hydraulischen Rechnungen ungemein vereinfacht worden; die Entdeckung und Behandlungsweise der unvollkommenen Contraction gehört zu den wichtigsten Fortschritten der Hydraulik seit Johann und Daniel Bernoulli. Weisbach's Hauptwerk bildet das Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik“, 3 Bde. (Braunschweig 1845/54, 4. Aufl. Bd. 1 und 2 1862/68*). Ausserdem sind noch zu nennen: „Handbuch der Bergmaschinenmechanik“ (2 Bde., Leipzig 1835/36). „Die neue Markscheidekunst“ (2 Bde., Braunschweig 1850/59). „Der Ingenieur“ (Braunschweig 1848, 3. Aufl. 1863). „Versuche über die Leistungen eines einfachen Reactionrades“ (Freiberg 1851). „Experimentalhydraulik“ (Freiberg 1855). Viele Beiträge lieferte Weisbach auch in das „polytechnische Centralblatt“, in den „Ingenieur“ und „Civilingenieur“ und in die „polytechnischen Mittheilungen“ von Volz und Karmarsch. In letzterer Zeitschrift gab er 1844 auch Mittheilungen über die von ihm erfundene monodimetrische und anisometrische Projectionsmethode, welche er später in der „Anleitung zum axonometrischen Zeichnen“ (Freiberg 1857) behandelte. Die Hauptergebnisse seiner vielfachen Versuche in der practischen Mechanik und Hydraulik hat er besonders in dem obgenannten „Civilingenieur“ niedergelegt. In letzterer Zeit fungirte Weisbach auch als Mitglied der sächsischen Commission bei der europäischen Gradmessung und war er zunächst mit der Leitung der für die Zwecke der letzteren auszuführenden Nivellirungsarbeiten in unserem Lande beschäftigt.

Der Geschiedene war ein Stern erster Grösse am Firmament der Mathematik, darum hoch berühmt im In- und Auslande. Aber er war auch ein pflichtgetreuer und gewissenhafter Lehrer, seine Unterrichtsstunden pünktlich einhaltend und sich mit seinen Schülern sorgfältig abgebend, darum von diesen aufrichtig geachtet und geliebt. Wenn er wegen dieses seines Fleisses angeredet wurde, antwortete er kurz: „Das ist ja mein Beruf!“ Er war auch ein edler Mensch, sorgsamer Gatte und Vater. Darum glich auch seine am 27. Februar d. J. Abends 7 Uhr beim Glanze der Fackeln stattgefundene Beerdigung, an welcher sich alle Schichten der Bevölkerung betheiligt hatten, einer Huldigung, wie die dankbare Mit- und Nachwelt ihren Koryphäen der Wissenschaft sie darzubringen allezeit sich verpflichtet

---

*) Gegenwärtig erscheint die 5. Aufl.

fühlen sollte. Der vom Stadtmusikchor eröffnete imposante Zug bewegte sich mit seinen Fackeln und Fahnen von dem vor dem Petersthore gelegenen Trauerhause durch die Petersstrasse, über den Markt, entlang der Erbischen- und Dresdner Strasse nach dem Donatsfriedhofe, wobei die dichten Massen des Publikums zu beiden Seiten vom Anfange bis zu den Thoren des Gottesackers sich ausdehnten. Auf seinem Wege erschollen aus russischen Hörnern die Klänge des Marsches aus dem „Bergmannsgrusse“ von Anacker, welche dieser Bestattungsfeier in heiliger Abendstille unter dem von allen Thürmen grüssenden Geläute eine seltene Weihe verliehen. Als die Akademiker, die dem Sarge voranschritten, das Friedhofsthor erreichten, hatten die nach der Ehrenbegleitung folgenden 300 Bergleute die Stadt kaum verlassen. Im Conducte sah man auch eine Deputation der auf dem Polytechnikum zu Dresden Studirenden mit der Fahne dieser Anstalt, welche gekommen, dem Heimgegangenen den letzten Gruss zu bringen. Nachdem der Sarg von acht Untersteigern in der Erde Schoos gesenkt war, wobei das Musikchor die Arie: „Wie sie so sanft ruh'n“ etc. vortrug, sprach zuerst Herr Professor Gätzschmann. Er führte aus, dass ein Mann zur Ruhe gebettet worden, der in des Wortes edelster Bedeutung von Jugend auf bis ins Alter sich keine Ruhe gegönnt habe. Er sei thätig gewesen nicht blos als Lehrer, sondern auch im practischen Leben, und sei so glücklich gewesen, die Früchte seines Fleisses auch zu ernten. Seine Schüler hätten seinen Namen weit über des Vaterlandes Grenzen hinaus getragen; denn fast ein halbes Jahrhundert habe er gewirkt und dennoch seiner Thätigkeit kein Ziel setzen wollen, ein höherer Wille habe ihn aber seinen Wanderstab niederlegen heissen. Vermöge sein Geist herab zu blicken, so würde er in dieser Begleitung die reiche Saat schauen, die er gestreut. Ehre seinem Andenken! Hierauf widmete Herr Oberbergrath Edler von der Planitz dem Geschiedenen in herzlichster Weise Worte der ehrendsten Anerkennung. Der folgende Sprecher, Herr Regierungsrath Professor Schneider vom Polytechnikum zu Dresden, betonte, dass der gestorbene treue Freund und Berather seinen Ruhm hauptsächlich der Popularität seiner Schriften verdanke; denn kein Gelehrter habe auf dem Gebiete der ingenieren Maschinenbaukunst und dem der Hydraulik solche Errungenschaften aufzuweisen, wie Weisbach. Dem Redner schloss sich der Akademiker Herr Grohmann an, indem er das Thema „Der Schüler am Grabe seines Lehrers“ behandelte. Zuletzt spendetete Herr Pastor Walter dem zum ewigen Schlummer Gebetteten Gottes Segen, nachdem er unter Zugrundelegung des Gotteswortes: „Ich weiss Deine Werke, Deine Arbeit und Deine Geduld“ und unter Hinweis auf das apostolische Wort: „Die Liebe höret nimmer auf“ etc., seiner mit sichtlicher Rührung ehrend gedacht. Mit wiederholtem Vortrag der oben erwähnten Arie Seiten des Musikchores war die Feierlichkeit zum Ende gelangt.

(Freib. Anzeiger.)

Nachschrift: Sicherem Vernehmen nach ist zum Nachfolger Weisbachs an die K. S. Bergakademie Herr Prof. Dr. Zeuner aus Zürich von dem Ministerium berufen worden. D. Red.

Am 14. März d. J. verschied unser Mitarbeiter

Dr. August Wiegand,

Director der Iduna in Halle, früher Lehrer der Mathematik

(s. d, Zeitschr. Bd. I, S. 160—163).

Würde nicht einer oder der andre Leser dieser Zeitschrift als zugleich einer der gewiss zahlreichen Freunde und früheren Collegen des Verstorbenen uns durch Notizen zu einem Nekrolog unterstützen oder denselben ganz übernehmen?

Recensionenschau.

Harms und Kuckuck, Rechenbuch für Gymnasien und Realschulen, Gewerbe- u. höhere Bürgerschulen. Oldenb. 1870, recens. v. Erler in der Berl. Zeitschr. für Gymn.-Wesen XXIV (IV) Oct. Hft., S. 776 ff. Die Recension legt Nachdruck auf die nothwendige organische Verbindung der Volksschule (als Vorbereitungsanstalt) mit den höhern (od. Mittel-) Schulen und stellt das Buch als eine Anleitung zum Denkrechnen gegenüber den Balsamschen Rechenbüchern, welche mehr das mechanische (Regel-) Rechnen pflegten; sie stellt ferner das Verhältniss der gemeinen und der Decimalbrüche gegenüber dem neuen Mass- und Gew.- Systeme ins rechte Licht. Der Recensent vermisst die (künftig sich nöthig machende) Abkürzung der Decimalbrüche fürs Verkehrsleben.

Kiepert neuer Handatlas über alle Theile der Erde in 45 Bl. 2. Aufl. Berlin b. Reimer. (Jahreszahl?) recens. v. A. Kirchhoff, Berl. Zeitschr. für Gymn.-Wesen XXIV (IV) Oct.-Hft. S. 773 ff.

Peschel neue Probleme der Erdkunde (Corresp. Bl. für die Gelehrten- und Realschulen Württembergs 1870. No. 6.)

Wohlwill, Inquisitionsprozess des Galilei (s. d. Zeitschr. Bd. I, S. 333—340) recens. im Lit. Centralbl. 1871 No. 6, S. 126 und Schlömilch Zeitschr. für Mathemat. u. Phys. 16. Jahrg. Hft. 1. Lit. Z.

Geiser, Einleitung in die synthetische Geometrie (s. d. Zeitschr. Bd. 1. S. 474—490) recens. im Lit. Centralbl. 1871. No. 7, S. 151. Referent empfielt dies Buch zwar nicht als Leitfaden beim Unterricht (wegen seiner spez. Ausführungen), wohl aber zum Selbststudium und vermisst ungern die metrischen Relationen.

Berichtigungen.

Herr Henrich in Wiesbaden bittet uns, ein Versehen des Recensenten seiner Arithmetik (des Hrn. Dr. Schwartz) zu berichtigen. Derselbe sagt (Bd. I. S. 508): „nicht weniger unangenehm berührt es, wenn der Beweis der Formel $a \cdot b = b \cdot a$ auf die später bewiesene Formel $a\,(b + c + \cdots) = ab + ac + \cdots$ zurückgeführt wird.“ Die Formel $a \cdot b = b \cdot a$ sei aber S. 15 (des Henr. Lehrbuches) bewiesen, die Formel $a\,(b + c + \cdots) = ab + ac + \cdots$ dagegen schon S. 8.

Zweites Druckfehlerverzeichniss des 1. Bandes folgt im 3. Heft.

Briefkasten.

Die Redaction bittet die Herren Verfasser um weitere Druckfehlerangaben aus Bd. I, um womöglich den grössten Theil derselben in ein Verzeichniss zu bringen. Zugleich wünscht sie, dass der Verfasser grösserer für die Zeitschrift eingesandter Aufsätze, deren Aufnahme in dasselbe Heft voraussichtlich zu viel Raum beansprucht, die Theilungsstellen markiren, wenn sie aber gegen Theilung sind, dies ausdrücklich bemerken.

Hrn. Prof. *M.* in *A.* Berichte über den math.-naturw. Unterricht der Schweizer Schulen sind ganz erwünscht. Unsere Zeitschrift möge wirken „soweit die deutsche Zunge klingt". — Hrn. *H.* in *C.* Besten Dank für Photogr. Die aufrechterhaltene Zusage hat uns erfreut. — Hrn. *St.* in *B.* „Ueber Parallelismus" erhalten. Durch Kampf zum Sieg! — Hrn. Dr. *K.* in *W.* (Erhalten, benutzt) und Hrn. Dr. *F.* in *H.* Mitarbeiter für Chemie sind willkommen, auch unverdrossene und gründliche Rezensenten. — Hrn. Dr. *H.* in *L.* Schüleraufgaben gelegentlich benutzt. — Hrn. *B.* in *L.* Berichtigung angebracht, Aufsatz im 4. Hft. — *Mr. Mansion, Gand „Géométrie de Legendre"* sehr zeitgemäss und für die Zeitschrift passend. — Hern. Dr. *Z.* in *W.* Verfehlte Beweise erhalten. — Hern. Dr. *M.* in *R.* Bitte um die 2. Hälfte des bewussten Aufsatzes. — Hern. Prof. *B.* in *St.* Bitte um Antwort. — Hern. Dr. *R.* in *H.* Bemerkungen, Schüleraufgaben und Bücher erhalten. Besten Dank. — Hern. *K.* in *D.* Gut vertheidigt. Möge er sich bekehren.

Untersuchung der sogenannten Definitionen Hero's.

Vom Studienrektor Dr. G. Friedlein in Hof.

Erste Hälfte.

Den Gegenstand der nachstehenden Betrachtungen bildet der Text, den Hultsch in seinem Werke: *Heronis Alexandrini geometricorum et stereometricorum reliquiae.* Berolini MDCCCLXIV auf S. 1—40 mittheilt. Martin*) sowohl als Hultsch**) finden einen ächt heronischen Kern darin. Warum mir dies zweifelhaft erscheint, wird sich im Folgenden ergeben. Ohne alle vorgefasste Meinung will ich das Einzelne vornehmen und aus den wahrgenommenen Thatsachen das wahrscheinlichste Ergebniss darzulegen suchen.

Was S. 1—6 steht, ist nichts anderes als eine Inhaltsangabe, gewissermassen das Register dessen, was S. 7—46 steht (s. Hultsch, Heron S. XII), aber nur in so ferne als es die Ueberschriften der einzelnen Paragraphen oder die Anfänge einzelner Abschnitte gilt. Es ist nämlich

S. 1, Z. 3 entnommen aus 7, 10
4 - - 8, 4
1, 5—10 fast ganz gleich den Ueberschriften γ' bis η' auf S. 8—10
1, 11—2, 13 = den Ueberschriften ϑ' bis λ' auf S. 10—16
2, 14 hat nichts entsprechendes im Folgenden und fehlt in der Handschrift *F*; Hultsch nimmt daher eine Lücke auf S. 16 zwischen Z. 20 und 21 an.
2, 15—6, 9 = den Ueberschriften $\lambda\alpha'$ bis $\varrho\varkappa\vartheta'$ auf S. 16—39, wobei sich ergiebt, dass 4, 8 ἐπιφανείας statt ἐπιφερείας zu schreiben ist.

*) *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Heron d'Alexandrie etc.* in *Memoires prés. p. div. sav.* Paris 1854. S. 109.
**) *Metrol. script. rell. I,* S. 15.

S. 6, Z. 10 u. 11 ist entnommen aus 40, 14, doch fehlen die Worte *καὶ στερεομετρικά.*

6, 12 findet sich 43, 11

6, 13 stammt aus 45, 23

6, 14 aus 46, 7—8

6, 15 = 44, 1

Warum diese Uebersicht nicht weiter geführt ist, lässt sich nicht angeben; möglich, dass die benützte Handschrift den Text oder auch nur die Ueberschriften nicht weiter enthielt. Auffallend ist, dass die Ueberschrift auf S. 10, Z. 21 u. 22 sich in dieser Zusamenstellung nicht findet; vielleicht wurde dieselbe wegen der Kürze des Paragraphen von dem, der die Zusammenstellung fertigte, übergangen. Von Hero rührt dieselbe nach aller Wahrscheinlichkeit nicht her, und Hultsch hat mit Recht feinere Lettern dabei verwenden lassen. Nicht unwahrscheinlich kann man finden, dass der, welcher, wie sich später zeigen wird, die Zusätze zu den Definitionen machte, eine Uebersicht über dieselben herstellte und auch die Ueberschriften fertigte, wodurch er die Abtheilung in kleinere Abschnitte herbeiführte.

Was S. 7 bis 40 mitgetheilt ist, führt bei Hultsch den Namen definitiones, welcher der Ueberschrift S. 1 Z. 2: *Ἥρωνος ὅροι τῶν γεωμετρίας ὀνομάτων* entnommen ist. Die Worte S. 7 Z. 1—2 *τὰ πρὸ τῆς γεωμετρικῆς στοιχειώσεως τεχνολογούμενα* führen in Verbindung mit S. 34, 12—13 und S. 38, 1—2 *ἐν τοῖς πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως* auf den Titel *τὰ πρὸ τῆς γεωμετρικῆς στοιχειώσεως* und Martin hat sich auch (l. l. S. 104) für diesen entschieden. Hultsch (*Metrol. script. rell.* I, S. 15) findet darin gleichfalls den Titel eines ächten Werkes des Hero, aber eines solchen, welches das auf S. 7—40 mehr oder minder entstellt Ueberlieferte als Theil enthielt. Er klammert desshalb S. 7, Z. 1—8 ein und erstreckt den Titel *definitiones* von S. 1 bis S. 40.

Mir scheint der Abschnitt auf S. 7, Z. 1—8 von dem Folgenden nicht trennbar zu sein. Die Worte an sich geben dazu nicht den mindesten Anlass, ebensowenig der folgende Inhalt. Denn was können *τὰ πρὸ τῆς γεωμετρικῆς στοιχειώσεως τεχνολογούμενα*, was ich für den vollständigen Titel ansehe, wohl anderes sein, als Erläuterungen der nöthigsten Begriffe, die in den Elementen der Geometrie vorkommen, mit

gelegentlichen Bemerkungen, die auf besonders beachtenswerthe Punkte aufmerksam machen. Solches aber ist der Inhalt des Folgenden. Dazu kommt, dass jene Vorbemerkung zwar in der Hauptsache den Gang des Euklid einzuhalten verspricht, aber doch auch andeutet, dass andere Anschauungen dabei berücksichtigt werden sollen. Ebendies ist aber im Folgenden der Fall, Martin (l. l. S. 105—106) hat es bereits bemerkt, dass sich mehr Definitionen finden als bei Euklid.

Die Ausdrucksweise fast aller Paragraphen, am meisten die der §§ 122 und 128, zeigt, dass wir den ursprünglichen Text nicht so durch Ueberschriften zerstückt uns denken dürfen wie er jetzt vorliegt. Solchen freilich, welche nach demselben die Sache erlernen wollten, lag es sehr nahe, durch Abtheilungen und Ueberschriften das Ganze übersichtlich zu machen und ein solcher konnte auch leicht auf den Gedanken kommen, alle diese Ueberschriften tabellarisch zusammenzustellen. Für diese Zusammenstellung ergab sich unschwer als Ueberschrift *Ἥρωνος ὅροι τῶν γεωμετρίας ὀνομάτων*, welche dann den ursprünglichen nicht als Ueberschrift sondern nach einstiger Sitte in den Text aufgenommenen Titel verdrängte.

Ich glaube also sicherer zu gehen, wenn ich dem S. 7—40 von Hultsch Mitgetheilten den oben erwähnten Titel gebe und S. 7, Z. 1—8 als den Rest des Vorwortes ansehe, oder auch, wenn das gleichartige Werk, welches *τὰ πρὸ τῆς ἀριθμετικῆς στοιχειώσεως* enthielt, unmittelbar vorherging, als das ganze Vorwort, wofür die Anrede spricht, welche in Z. 3 sich findet. Wer jener *Διονύσιος λαμπρότατος* gewesen ist, vermag ich nicht anzugeben. An die bekannten Tyrannen von Syrakus zu denken, welche von 405 bis 343 vor Chr. herrschten, verbietet sofort die Erwähnung des Euklid, welcher nach Cantor (Euklid und sein Jahrhundert. 1867. S. 2) um 308 in Alexandrien lebte.

Was diesem Dionysius versprochen wird, ist eine Einleitung in die Elemente der Geometrie nach der Unterweisung (*διδασκαλία*) des Euklid. Es ist daher zunächst zu untersuchen, wie weit sowohl Anfang als Durchführung (*ἀρχὴ καὶ ὅλη σύνταξις*) diesem entspricht. Eine übersichtliche Zusammenstellung der Abschnitte, welche Abschnitten aus Euklid gleich oder ähnlich sind, wird am leichtesten dazu führen.

§ 2	= Eukl. I	ὅρ.	1. 3
3	I	-	2
5	I	-	4
9	I	-	5 u.
	XI	-	2
11	I	-	7
13	XI	-	1. 2
16	I	-	8
17	I	-	9
19	I	-	10
20	I	-	12
21	I	-	11
24, 1	XI	-	11
25	I	-	14
26	I	-	6. 13 u.
	XI	-	2
29	I	-	15. 16
30	I	-	17
31	I	-	18
33	III	-	6
34	III	-	8
35	III	-	10
40	I	-	20—23
42	I	-	24—29
43	I	-	24
44	I	-	25
45	I	-	26
46	I	-	27
47	I	-	29
48	I	-	28
50	I	-	22
52	I	-	30
53	I	-	31
54	I	-	32
55	I	-	33
57	II	-	1
58	II	-	2
60	I	-	34
65	I	-	23
§ 71	= Eukl. I	ὅρ.	35
73	VI	-	4
77	XI	-	14
78	XI	-	16
79	XI	-	15. 17
84	XI	-	18
85	XI	-	20
87	XI	-	19
90	XI	-	18
91	XI	-	18
92	XI	-	18
96	XI	-	21—23
100	XI	-	12. 26
101	XI	-	29
102	XI	-	27
103	XI	-	28
104	XI	-	25
105	XI	-	13
108	XI	-	8
109	XI	-	3 [πρότ. 11]
115	III	-	2. 3 u.
	XI	-	3. 4. 8
(116)	(VI πρότ. 25, Citat.)		
117	III	ὅρ.	1. [4. 5] u.
	XI	-	10
118	VI	-	1. 2 u.
	III	-	11 u.
	XI	-	9
120	V	-	1
121	V	-	2
123	V	-	4
124	V	-	5. 7. 9
125	V	-	10. 6 (πρότ. 8)
126	V	-	12
127	V	-	3. 8. 14—17. 13. 18. 19
128	X	-	1. 2
129	X	-	3—6. 8. 9.

Diese Uebersicht zeigt, dass der Verfasser der Einleitung in die Geometrie sich in der That im Ganzen an Euklid gehalten hat und nur da abwich, wo sein Zweck es erforderte. Es wird dies noch deutlicher werden, wenn man die Ordnung des Inhaltes betrachtet: Punkt § 2, Linien 3—8, Flächen 9—11, Körper 13, Winkel 14—24, Figuren 25—74 und zwar: Grenzen 26, Arten 27—28, von Kreislinien begrenzte 29—39, geradlinige 40—74 und zwar: Dreiecke 41—49, Vierecke 50—64, Vielecke 65; besondere Linien der Figuren 66—73, besondere Eigenschaften 74; Körper 75—114 und zwar: Arten der Flächen und Linien an denselben 75—76, Kugel 77—83, Kegel 84—95, Cylinder 96, [Schnitte im Allgemeinen, *σπεῖρα, κρίκος* 97, 98; wohl Zusätze], von Ebenen begrenzte Körper 99—114, und zwar: Pyramide 100, reguläre Körper 100—104, Prismen 105—111, andere Körper 112—114, [Berührung, Normal, Parallel 115; Zusatz?], Gleichheit und Aehnlichkeit 116—118; Grössen, Theile, Vielfaches 119—121; Verhältniss, Proportion 122—127, Rational, Irrational 128, 129; Masze 130—133.

Es zeigt somit die Arbeit einen verständig angelegten Plan und berührt alles, was man von einer Einleitung in die theoretische Geometrie erwarten kann. Denn für diese, nicht für die praktische Geometrie erscheint dieselbe geschrieben.

Wie die Logistik von der Arithmetik, so muss die praktische Geometrie der Feldmesser von der theoretischen des Euklid unterschieden werden. Die Griechen unterscheiden *γεωμετρία* und *γεωδαισία*, indem sie jener die Untersuchungen über die abstrakten Linien, Flächen, Körper zutheilen, dieser die über die sinnlich wahrnehmbaren. Darauf bezieht sich Aristoteles Metaph. 2, 2, wenn er sagt: *Εἰ γὰρ τοῦτο διοίσει ἡ γεωδαισία τῆς γεωμετρίας μόνον, ὅτι ἡ μὲν τούτων ἐστὶν ὧν αἰσθανόμεθα, ἡ δ' οὐκ αἰσθητῶν, δῆλον ὅτι κ.τ.λ.* Dies findet man in dem Anhang, den Hultsch (Heron S. 278, § 81 u. 82) mittheilt: *Μαθηματική ἐστιν ἐπιστήμη θεωρητικὴ τοῦ νοήσει τὲ καὶ αἰσθήσει καταλαμβανομένου πρὸς τὴν τῶν ὑποπιπτόντων δόσιν*, und *Τῆς μὲν τιμιωτέρας καὶ πρώτης ὁλοσχερέστερα μέρη δύο, ἀριθμητικὴ καὶ γεωμετρία. τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ ἀσχολουμένης ἕξ· ἡ λογιστική, γεωδαισία, ὀπτική, κανονική, μηχανική, ἀστρονομική.* Noch ausführlicher ist davon die Rede ebendort S. 246—249. Es heisst im § 5: *Γεωμετρία*

ἐστὶν ἐπιστήμη μεγεθῶν καὶ σχημάτων καὶ τῶν περιοριζουσῶν καὶ περατουσῶν ταῦτα ἐπιφανειῶν καὶ γραμμῶν τῶν τε ἐν τούτοις παθῶν καὶ σχέσεων, im § 8: *Τέλος ἐστὶ ταύτῃ* (*τῇ γεωμετρίᾳ*) *παραπλησίως τῇ ἀριθμητικῇ, πλὴν τοῦ ζητεῖν καταλαβεῖν οὐ τὰ τῇ διωρισμένῃ, ἀλλὰ τὰ τῇ συνεχεῖ οὐσίᾳ συμβάντα*, und im § 11 u. 12: *Γεωδαισία ἐστὶν ἐπιστήμη τῶν ἐν τοῖς αἰσθητοῖς σώμασι μεγεθῶν καὶ σχημάτων διαιρετικὴ καὶ συνθετική. Λαμβάνει τὰ σχήματα οὐ τέλεια οὐδ' ἀπηκριβωμένα τῷ σωματικὴν ὕλην ὑποβεβλῆσθαι, καθάπερ καὶ ἡ λογιστική. μετρεῖ γοῦν καὶ σωρὸν ὡς κῶνον κ. τ. λ.* Eine natürliche Folge solcher Anschauungen ist, dass man der Geometrie die Lehrsätze, der Geodäsie das Ausrechnen des Flächen- und Körperinhaltes zutheilte.

Gegen diese Art der Unterscheidung wendet sich Pediasimus im Anfang seiner Geometrie: *Πολλοὶ τῶν ἀμυήτων γεωμετρίαν μὲν ἀξιοῦσι καλεῖν τὴν εὐκλείδου τὴν τῶν θεωρημάτων στοιχείωσιν ... γεωδαισίαν δὲ τὴν τῆς γῆς καταμέτρησιν, παντάπασι γῆς ἀληθείας ἀποσφαλέντες* und bestimmt seinerseits den Unterschied dahin, dass beide Theile der *καταμέτρησις* sind, die Geometrie die Ausmessung der Flächen, die Theilung dieser Flächen aber die Geodäsie: *ἡ τῆς γῆς καταμέτρησις εἰς δύο διαιρεῖται, γεωμετρίαν τέ φημι καὶ γεωδαισίαν. ἡ μὲν γὰρ τοῦ ἐμβαδοῦ τεχνικὴ καταμέτρησις μέτρησίς τε γῆς ἐστι καὶ εἰκότως γεωμετρία καλεῖται, ἡ δὲ τοῦ αὐτοῦ καὶ ἑνὸς χωραφίου διανομὴ πρὸς διάφορα πρόσωπα μερισμός τέ ἐστι γῆς καὶ εἰκότως γεωδαισία καλεῖται. δαίω γὰρ τὸ μερίζω.*

Wie Pediasimus, so werden wohl auch lange vor ihm viele von denen, welche sich mit der Berechnung von Feldern, Waldflächen, Höhen von Thürmen und ähnlichem befassten, ihrer Kunst den geehrteren Namen der Geometrie beigelegt haben, und es wird daher besser sein, nicht an die Titel sich zu halten, unter denen die Werke überliefert sind, sondern aus dem Inhalt zu bestimmen, ob eine Arbeit der theoretischen oder der praktischen Geometrie zugehört.

Thut man dies bei der in Rede stehenden Arbeit, so überzeugt man sich leicht, dass sie eine der theoretischen Schriften ist. Der grösste Theil des Inhaltes ist den Elementen des Euklid entnommen und zwar, wie es für eine Einleitung passt, aus den *ὅροι* des I., II., III., V., VI., X. und XI. Buches. Dass

die ὅροι des IV. Buches fehlen, erklärt sich daraus, dass das einbeschrieben sein und umbeschrieben sein bei geradlinigen Figuren unter sich und in und um Kreise besondere Fälle der Figuren betrifft und also für eine allgemeine Einleitung nicht nöthig ist. Die ὅροι des VII. Buches werden in der Schrift τὰ πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως ihren Platz gefunden haben. Das VIII. IX. XII. und XIII. Buch hat keine ὅροι.

Von den aus den ὅροι der obengenannten Bücher fehlenden ist I, 19 ein blosser Zusatz zu ὅρ. 18, der als selbstverständlich leicht weggelassen werden konnte; III, 7 ist vielleicht in dem versteckt, was S. 17, Z. 7 steht; es konnte aber diese Art von Winkel, welchen eine Gerade mit einem Kreisbogen bildet (sie findet Anwendung in III, πρότ. 31), auch absichtlich weggelassen worden sein, wofür der Umstand sprechen würde, dass S. 33 Z. 23 ein ähnlicher Winkel als κερατοειδής gelegentlich erwähnt wird; III, 9 (das Stehen des Winkels auf einem Bogen) betrifft wie die ὅροι zu IV, besondere Fälle der Winkel; V, 11 könnte S. 35 zwischen Z. 19 u. 20 ausgefallen sein, kann aber auch über dem Zusatz vergessen worden sein; es ist nur die Erweiterung von V, 10; V, 20 scheint am Ende von § 127 verloren gegangen zu sein, da ja der ganze Schluss vollständig verdorben ist. VI, 3 (der goldene Schnitt) ist ein besonderer Fall von Theilung und scheint desshalb weggelassen zu sein. VI, 5 ist schon bei Euklid nicht an seiner Stelle. X, 7. 10. 11, welche die ἄλογα behandeln, scheinen absichtlich weggelassen, doch könnten sie ursprünglich nach § 129 noch gestanden sein. XI, 5—7, welche von der Neigung einer Geraden zu einer Ebene und einer Ebene zu einer Ebene handeln, scheinen weggelassen, weil sie besonders hergestellte Winkel betreffen. XI, 24 ist in § 118 im Allgemeinen mit inbegriffen. — Von den προτάσεις ist aus XI, 11 nur der Ausdruck κάθετος zu XI ὅρ. 3 beigezogen; V, 8 ist bei § 125 am Ende und VI, 25 in § 116 erwähnt.

Man kann also sagen, dass, was die Elemente des Euklid für den vorliegenden Zweck boten, alles seine Benützung fand.

Aber der Verfasser dieser Einleitung in die Geometrie bringt noch mehr bei, indem er Ausdrücke, die Euklid benutzt, aber nicht definirt, zu den ὅροι beifügt, da, wo es mehr Definitionen giebt, diese mittheilt, endlich auch andere Gestalten und Beziehungen erwähnt, die bei Euklid sich nicht finden.

Das Erstere findet statt in § 41 für τρίγωνον, welches Wort Euklid bereits I, ὅρ. 24 benutzt, in § 56 für παραλληλόγραμμον bei Euklid I, πρότ. 34 verwendet, in § 66 für βάσις, bei Euklid I, πρότ. 4, in § 67 für πλευρά, bei Euklid I, ὅρ. 24, in § 68 für διαγώνιος, wofür Euklid I, πρότ. 34 διάμετρος gebraucht, aber ohne dieses Wort in diesem Sinn zu definiren; vergl I, ὅρ. 17, in § 107 für παραλληλόπλευρα, wofür Euklid XI, πρότ. 25 στερεὸν παραλληλεπίπεδον gebraucht ohne es zu definiren, in § 119 für μέγεθος, bei Euklid V, ὅρ. 1 angewendet ohne Definition.

Die weiteren Zuthaten zu dem, was aus Euklid zu entnehmen war, werden am besten in der Reihenfolge der Paragraphen besprochen.

Der Definition des Punktes in § 2 nach Euklid I, ὅρ. 1 sind noch beigefügt: ἤ πέρας ἀδιάστατον ἤ πέρας γραμμῶν. Letzteres kann aus Eukl. I, ὅρ. 3 entnommen sein; ersteres ist die Folge consequenter Durchführung der Auffassung der geometrischen Gegenstände als ausgedehnte. Euklid wechselt, indem er durch die Definition des Punktes (μέρος οὐθέν) auf die Grösse und ihre Theilbarkeit hinweist, durch die der Linie aber (μῆκος ἀπλατές) auf die Ausdehnung.

Von den Zeile 11—17 darauf folgenden erläuternden Betrachtungen hat Hultsch den grössten Theil (von Z. 12 bis 17) eingeklammert als nicht vom Verfasser des Uebrigen herrührend, aber Aehnliches findet sich auch im Folgenden, so gleich S. 8, Z. 8—18, und der Inhalt hat nichts an sich, was jemand, der sich mit der Geometrie, vielleicht auch nur als Dilettant, beschäftigte, einem völligen Laien darin, oder Anfänger gereifteren Alters nicht sagen könnte. Dass das Theillose und Grösselose nur in Gedanken fassbar ist, dass man es vergleichen kann mit dem Augenblick in der Zeitmessung und mit der Einheit als Element der Zahlen*), ja dass der Punkt mit letzterem im Wesen dasselbe ist (statt ὅτι Z. 14 scheint ἔστι zu lesen zu sein) und dagegen die Angabe, worin sie sich wieder unterscheiden, dies alles kann in einem Werke gesagt werden, in welchem die Hauptbegriffe der Geometrie zusammengestellt und fasslich gemacht werden sollten.

---

*) Die Definition des Punktes als μονὰς θέσιν ἔχουσα rührt von den Pythagoreern her; vergl. Proklus zum 1. Buch d. Euklid II, comm. 1.

Dagegen sind die Worte von S. 6, Z. 18—S. 7, Z. 2 offenbar eine Glosse, die an das Wort *ἀρχή* anknüpft.

Der Definition der Linie durch Euklid ist im § 3 noch *καὶ ἀβαθές* beigefügt, und wenn man es genau nehmen will mit den Worten, auch mit Recht. Denn hält man an der dreifachen Art der Ausdehnung nach Länge, Breite und Tiefe (oder Höhe) fest, was hat denn die Breite vor der Tiefe voraus, dass ihre Abwesenheit bei der Linie zu erwähnen ist, die der Tiefe aber nicht? Proklus zwar hält (II, comm. 2) mit der Breite auch die Tiefe von selbst für ausgeschlossen, und der allgemeine Gebrauch stimmt dem bei. — Weiter sind erwähnt die Definitionen *τὸ πρῶτον ἐν μεγέθει τὴν ὑπόστασιν λαμβάνον* und *τὸ ἓν* (lies *ἐφ' ἓν* nach S. 10, 12) *διάστατόν τε καὶ διαίρετον*, von denen die ersten den Anfang der Grössenbildung, letztere, welche auch bei Proklus (II, comm. 2) erwähnt wird, die Ausdehnung nach einer Hauptrichtung hin hervorhebt. Hierauf wird die Entstehung der Linie durch die Bewegung eines Punktes angegeben, welche nach Proklus (a. a. O.) auch zur Definition der Linie genommen wurde (statt *τῇ* nach *ἐννοίᾳ* auf Z. 7 ist vielleicht *γε* zu schreiben), ferner ihre Begrenzung und dass sie selbst die Fläche begrenzt. Daran reihen sich erläuternde Bemerkungen über das Vorkommen der Linie in der Natur und im Leben und über die Verknüpfung des Begriffes der Länge mit derselben. Solche Hinweisungen berichtet uns Proklus von den Anhängern des Apollonius (II, comm. 2 am Ende). — Z. 19 ist eine Glosse.

Von § 4 ist nur zu erwähnen, dass in der 2. Zeile statt des ersten *μὲν μὴ* zu schreiben ist, und dass *περιφέρειαι* nach *κυκλικαὶ* eine Glosse ist, wie der folgende Text zeigt.

In § 5 ist der Definition der geraden Linie nach Euklid (I, ὅρ. 4) beigefügt: *ὀρθὴ οὖσα καὶ οἷον ἐπ' ἄκρον τεταμένη ἐπὶ τὰ πέρατα.* Der Verfasser hat also die Unklarheit der Euklidischen Erklärung gefühlt und die „gleiche Lage mit den Punkten" zu verdeutlichen gesucht durch die Begriffe des gleichmässig Gestreckten und der Spannung, wie sie etwa der nach der Schnur geführte Weg und die angespannte Saite darbieten. Aber einen deutlichen Ausdruck dieses Gedankens kann man seine Worte nicht nennen, die mehr der Umgangssprache, als der geometrischen Theorie angehören. — Die 2. Definition lautet: *ἥτις*

δύο δοθέντων σημείων ἡ μεταξὺ ἐλαχίστη ἐστὶ τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν also der bekannte Lehrsatz an Stelle einer Definition. Die 3. ist: *ἧς πάντα τὰ μέρη πᾶσι τοῖς μέρεσι παντοίως ἐφαρμόζειν πέφυκε*, die richtige Bemerkung, dass beliebige Strecken einer Geraden die Eigenschaft des Zusammenfallens (in eine Gerade) haben, für welche Eigenschaft es auf die Gleichheit oder Ungleichheit der Strecken nicht ankommt; aber schon die Alten wussten, dass diese Eigenschaft auch dem Kreis und der Schraubenlinie zukommt; vgl. Proklus zu Eucl. I. II, c. 4. Die 4. Definition ist: *καὶ τῶν περάτων μενόντων καὶ αὐτὴ μένουσα*. v. Staudt giebt in seiner Geometrie der Lage S. 3. N. 7. die Definition: Eine Linie, welche, wenn sie in zwei Punkten festgehalten ist, ihre Lage nicht ändern kann, heisst gerade. Er nimmt also nur 2 beliebige Punkte statt der Endpunkte. Hierauf folgen die Worte: *οἷον ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ στρεφομένη· καὶ περὶ τὰ αὐτὰ πέρατα τὸν αὐτὸν ἀεὶ τόπον ἔχουσα.* Hultsch bezieht den ersten Theil zur vorhergehenden Definition und stellt den 2. als neue Definition hin; da es mir aber ganz unklar ist, wie *μένουσα* durch *στρεφομένη* erklärt werden sollte und was *περὶ πέρατα τόπον ἔχειν* bedeutet, dagegen *στρέφεσθαι περὶ τὰ αὐτὰ πέρατα* noch einen leidlichen Sinn gibt, so glaube ich, dass das Kolon nach *στρεφομένη* zu streichen ist, und finde dann in den Worten den Gedanken, dass, wenn eine Gerade in einer Ebene in 2 Punkten festgehalten wird, sie doch noch wie eine Walze gedreht werden kann, dabei aber nicht über die Ebene sich erhebt, sondern stets dieselbe Lage behält. Klar ausgedrückt ist dies freilich nicht; aber es begegnet solche Unklarheit im Ausdruck im Folgenden noch an zu vielen Stellen, als dass sie einem Ueberarbeiter könnte zugeschrieben werden. — Den Schluss des Abschnittes bildet die Bemerkung, dass weder eine noch zwei Gerade eine Figur bilden.

Für die §§ 6—8 bot Euklid nichts; unverkennbar leiden sie alle 3 an Ungenauigkeit des Ausdrucks. Es können nämlich *κυκλικαὶ γραμμαὶ* nicht wie im § 6 *ἐπ' ἄκρον τεταμέναι* heissen, sondern dies gilt nur von dem Radius, der sie beschreibt. Im § 7 fällt in der Zeile 13 *γὰρ* auf, da ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der Linien und der Art der Krümmung nicht besteht. Es fehlt der Zwischengedanke, dass ein hauptsächlicher Unterschied durch die Art der Krümmung gegeben ist. In Z. 16

ist nicht klar, wie die εὐθεῖα so κατ' αὐτῆς τῆς (καμπύλης) γραμμῆς fallen kann, dass sie nicht gänzlich ἐντός ist. In 8, 1 ist Z. 21 zu ändern, wie Hultsch S. IV es vorschlägt, und in Z. 25 ist φερομένου zu lesen. Ungenau ist der Ausdruck, dass die von der Geraden beschriebene Linie ein Kreis ist, da ja die Gerade eine Fläche beschreibt. — In 8, 2 ist wohl nach Ἐὰν ein δὲ einzusetzen, das dem μὲν in Z. 20 entspricht. Z. 1, S. 10 ist mit Hultsch (S. IV) zu ändern, dazu aber wohl noch τὸ μὲν in μὲν τὸ umzustellen und Z. 4 zu schreiben κατὰ τῆς τῆς μενούσης (besser τῇ μενούσῃ?) παραλλήλου. Am Ende ist der Zusatz ὅταν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἔχῃ auffallend, da dies, wenn man sich an die Erklärung auf S. 9, Z. 14—17 hält, bei der Schraubenlinie immer der Fall ist. Es scheint aber der Verfasser dabei an die rein äusserliche Lage der Bogen gedacht zu haben, die so nach der rechten, wie nach der linken Seite stehen können.

§ 9 enthält die Erklärung der ἐπιφάνεια nach Eukl. I, ὅρ. 5; dann die Erklärung: πέρας σώματος καὶ τόπου, welche aus Euklid XI, ὅρ. 2 entnommen sein kann. Die 3. Erklärung τὸ ἐπὶ δύο διάστατον ἀβαθές entspricht der 3. im § 3. Die 4. lautet: τὸ παντὸς στερεοῦ τε καὶ ἐπιπέδου σχήματος κατὰ δύο διαστάσεις μήκους καὶ πλάτους ἐπιφαινόμενον πέρας, wobei ungenau auch von einem ἐπιπέδου σχήματος ἐπιφαινόμενον πέρας gesprochen wird. Hierauf folgt die Hinweisung auf die Entstehung einer Fläche durch die Bewegung einer Linie, wobei der Zusatz ἀπὸ δεξιῶν ἐπ' ἀριστερά überflüssig ist; ferner folgen Verdeutlichungen dessen, was eine Oberfläche ist, wie Aehnliches in den §§ 2 und 3 sich findet. Z. 18 ist mit Hultsch κἂν für καὶ zu schreiben.

§ 10 wurde von Hultsch mit Unrecht in feinern Lettern gegeben, denn er steht ganz den entsprechenden Worten in den §§ 4, 15, 18, 27 u. d. ä. gleich und dient zur Uebersicht.

Als Definition der Ebene wird in § 11 zuerst Eucl. I, ὅρ. 7 gegeben, aber mit dem Zusatz ὀρθὴ οὖσα ἀποτεταμένη ganz entsprechend dem Zusatz in § 5, so dass an der bewussten Erkenntniss der Unzulänglichkeit der Euklidischen Worte nicht zu zweifeln ist. Die Abhülfe ist freilich auch keine genügende. Bei den folgenden Worten ἧς ἐπειδὰν ... ἐφαρμόζουσα kann man zweifelhaft sein, ob sie als besondere Definition oder als

Zusatz zum Vorhergehenden gemeint sind; die Anknüpfung durch des Relativum ohne *καὶ* bestimmt mich das Letztere anzunehmen. Jedenfalls ist das Komma nach *ἐφαρμόζουσα* durch ein Kolon zu ersetzen. Den Schluss *τουτέστιν ἡ κατὰ ὅλην εὐθεῖαν ἐφαρμόζουσα*, der sich der Construction schlecht anpasst, halte ich für einen späteren Zusatz. Die Sache findet sich, aber in anderer Form, bei Eukl. XI, *πρότ*. 1. — Die weitere Definition *καὶ ἡ ἐλαχίστη πασῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν ἐπιφανειῶν* entspricht der 2. im § 5 und ist wie diese ein Lehrsatz; die letzte: *καὶ ἧς πάντα τὰ μέρη ἐφαρμόζειν πέφυκε* entspricht der 3. im § 5, so dass auch daraus einigermassen wahrscheinlich wird, dass der Verf. hier nur 3 Definitionen aufstellen wollte. Andererseits kann man anführen, dass er im § 5 4 Definitionen gegeben hat und diese Zahl auch hier geben wollte.

In § 12 ist die Aenderung vorzunehmen, die Hultsch S. IV angegeben hat.

§ 13 enthält die Definition des *στερεόν* nach Eukl. XI, *ὅρ*. 1, aber mit *σῶμα* nach *ἐστι*, so dass der Begriff des Begrenzten sogleich angedeutet wird. Wohl zur Rechtfertigung dieses Zusatzes ist im Folgenden bemerkt: *καλοῦνται δὲ στερεὰ σώματα καὶ οἱ τόποι*. Bezeichnete wirklich der Sprachgebrauch auch die *τόποι* als *σώματα*, dann konnte in die Definition des *στερεόν* allerdings das Wort *σῶμα* Aufnahme finden; eine Verbesserung ist aber dieser Zusatz nicht zu nennen. — Die 2. Definition *τὸ ταῖς τρισὶ διαστάσεσι κεχρημένον* entspricht der 3. in § 3 und der 3. in § 9. — Die Worte *σῶμα μὲν οὖν . . . . ἀντιτυπίας* hat Hultsch mit Recht eingeklammert, da sie einen Scholiasten mehr verrathen als einen Geometer. Ebenso ist wohl *ἔμπροσθεν* in Zeile 16 nur eine Glosse zu *πρόσω*. — Was im Schluss enthalten ist, ist theils bei Eukl. XI, *ὅρ*. 2 zu finden, theils entspricht die Hinweisung auf die Entstehung eines *στερεόν* durch Bewegung einer Fläche den ähnlichen Stellen im § 3 und 9.

Die Definition des Winkels an sich ist bei Euklid nicht gegeben; dieser erklärt unter I *ὅρ*. 8 *ἐπίπεδος γωνία*, I *ὅρ*. 9 *εὐθύγραμμος γ*. und XI, *ὅρ*. 11 *στερεὰ γ*. Es ist nun nach einer ähnlicher Auffassung, wie sie bei Apollonius (s. Proclus zu Eukl., II c. 8) sich findet, der aber zu *συναγωγὴ* die Genetive *ἐφιφανείας* und *στερεοῦ* setzt, im § 14 das allen Definitionen

der einzelnen Arten der Winkel Gemeinsame, nämlich die *συναγωγὴ πρὸς ἓν σημεῖον* genannt und damit die Geltung der Winkel ausgeschlossen, die wir jetzt Flächenwinkel nennen. Auch von Euklid werden diese nicht als Winkel angesehen, und nur die sie vertretenden Neigungswinkel (*ἐπιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις*) kommt in Betracht. Dagegen werden die körperlichen Ecken zu den Winkeln gezählt, und es ist dadurch die Beiziehung der *ἐπιφάνεια* in Z. 20 gerechtfertigt. Auffallen muss, dass nicht auch die *κεκλασμένη ἐπιφάνεια* erklärt wird. Es scheint aber, dass der Umstand es zu einem klaren Ausdruck für eine gebrochene Oberfläche nicht kommen liess, dass man mit *ἐπιφάνεια* die gesammte Oberfläche der Körper bezeichnete.

§ 15 giebt eine Eintheilung der Winkel.

§ 16 giebt die Definition von *ἐπίπεδος γωνία* nach Eukl. I ὅρ. 8 nur mit dem Zusatz *κοινῶς*. In der beigefügten Erklärung ist *ἐπ' εὐθείας κεῖμεναι* vertreten durch *συνεχεῖς*, was für beliebige Linien ein passendes Wort ist. Vielleicht stand also Z. 3 statt *ἐπ' εὐθείας κειμένων* ursprünglich *συνεχῶν* und wurde dieses später nach dem Wortlaut bei Euklid abgeändert. — Als 2. Definition ist gegeben: *γραμμῆς πρὸς ἑνὶ σημείῳ κλίσις*, wobei die Schenkel des Winkels als Theile einer einzigen Linie betrachtet werden, wie auch wir eine gebrochene oder auch gemischte Linie als ein Ganzes ansehen. — Die 3. Definition, zu der aus dem Vorhergehenden *ἐν ἐπιπέδῳ* zu ergänzen ist, wiederholt nur die allgemeine Definition im § 14 für die Ebene.

§ 17 giebt den Inhalt von Eukl. I ὅρ. 9. Von dem Darauffolgenden halte ich die Worte *ἐπίπεδος δὲ γωνία ἡ ἐν ἐπιπέδῳ πρὸς ἀνίσους σύννευσις γραμμῆς* für eine Glosse zu dem *ἐπίπεδος* am Anfang. Dagegen entspricht *ἡ γραμμῆς εὐθείας πρὸς ἑνὶ σημείῳ κλίσις* ganz der 2. Definition in § 16 und auch der Zusatz *οὕτω γοῦν γλωχῖνας ἐκάλουν οἱ Πυθαγόρειοι τὰς γωνίας* hat nichts Bedenkliches an sich und lässt sich vergleichen mit dem ähnlichen Zusatz in § 9. Hultsch scheint hier die Klammern zu weit ausgedehnt zu haben.

§ 18 nennt die Arten der ebenen Winkel.

§ 19 giebt die Erklärung des rechten Winkels: *ἡ τῇ ἀντικειμένῃ ἴση*, worauf die Erklärung folgt, was *ἀντικείμεναι γωνίαι* sind. Hierauf erst folgt, wie als Begründung Eukl. I,

ὅρ. 10, aber ohne die Definition von κάθετος. Man suchte also nach einer Form, welche eine direkte Antwort auf die Frage zuliess, was ein rechter Winkel sei und benützte dazu den Nebenwinkel als ἀντικειμένη γωνία.

§ 20 und 21 geben Eukl. I. ὅρ. 12 und 11 wieder, aber mit dem Zusatz ὅταν γὰρ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ἀνίσους ποιῇ, ἡ μὲν ἐλάττων καλεῖται ὀξεῖα, ἡ δὲ μείζων ἀμβλεῖα, welcher Zusatz genau dem Schluss des § 19 entspricht, so dass auch hier deutlich ist, dass der ursprüngliche Text nicht durch Ueberschriften in Paragraphen zerstückelt war.

Der § 22 spricht von der Gleichheit und Ungleichheit der rechten, spitzen und stumpfen Winkel und von der Entstehung letzterer durch die Bewegung des vertikalen Schenkels eines rechten Winkels nach der einen oder anderen Seite hin, ähnlich wie in den §§ 3, 9, 13 der Punkt, die Linie und die Fläche in Bewegung angenommen wurde. Die Ausdrücke συνίζειν, μέχρι τούτου, ὑπτιάζειν haben übrigens mehr den Ton der Umgangssprache, als den des Geometers von Fach.

Den § 23 hat Hultsch mit Recht mit feinern Lettern drucken lassen; er scheint eine Randbemerkung von derselben Hand wie der Schluss des § 2 und ist eine oberflächliche Nachahmung dessen, was dort über σημεῖον, ἐνεστός und μονάς gesagt ist.

Von den Definitionen der στερεὰ γωνία in § 24, 1 hat Hultsch die 2. und 3. eingeklammert und allerdings lässt das κοινῶς μὲν Z. 4 und ἰδίως δὲ Z. 12 darauf kommen; aber die erste Definition für sich ist nicht allgemein und dies konnte der Verfasser leicht einsehen und desshalb der nur von einer Fläche geltenden Definition die für 3 oder mehr Winkelflächen geltende hinzufügen, hierauf aber die in der That allgemeine Erklärung des Apollonius (vgl. oben zu § 14) folgen lassen. Gewandt ist die Form des Ausdruckes nicht, aber es hat sich schon oben bei § 6—8 gezeigt, dass der Ausdruck weniger klar ist, wenn er die Stütze des Euklid nicht hat. In Z. 6 ist entweder δύο für τριῶν zu schreiben, wie es bei Eukl. XI, ὅρ. 11 steht, oder umzustellen τριῶν ἢ πλειόνων, wie es Hultsch vorschlägt.

§ 24, 2 ist eine Erklärung des Flächenwinkels, d. h. der Gestalt, die in zwei an einer Linie zusammenstossenden Flächen gebildet wird, und es ist dabei nicht ohne Interesse zu

sehen, dass man diese Art der Winkel mit der *στερεὰ γωνία* in Verbindung brachte; aber von dem Verfasser der anderen Definitionen scheint dies nicht auszugehen, sondern von dem, welcher den Zusatz zu § 2 und den § 23 fertigte, und Hultsch hat mit Recht die gleiche Weise des Druckes angewendet.

§ 24, 3 enthält die Definition der *εὐθύγραμμος στερεὰ γωνία*, aber unklar ist der Ausdruck *αἱ ἐπιφάνειαι ὑπὸ ἐπιπέδων εὐθυγράμμων περιέχονται*, da doch die Oberfläche jene ebenen geradlinigen Winkel enthält und nicht von ihnen umfasst wird.

§ 25 fügt zu Eukl. I, 14 noch *ἢ τὸ πέρατι ἢ πέρασι συγκλειόμενον*, eine Erklärung, welche nach dem Gebrauch des Wortes *πέρας* in § 3 und 9 nichts Ungehöriges enthält. Das Folgende behandelt der Unterschied von *σχῆμα ἐνεσχηματισμένον* und *σχηματίζον*, von *περιέχον* und *πέρας* und wurde von Hultsch eingeklammert; es wäre aber wohl nicht zu viel gewesen, wenn er es auch mit feinern Lettern hätte drucken lassen. Das Gleiche gilt von der letzten Zeile des § 26, der im übrigen nur ein Zusatz zu § 25 ist. § 27 unterscheidet die ebenen und körperlichen Gestalten.

Bei dem § 28 fällt auf, dass im Gegensatz zur Ueberschrift, welche *ἐπιφάνεια* = *ἐπίπεδον* setzt, und sich dadurch als späterer Zusatz bestätigt, von Gestalten „*ἐν ταῖς ἐπιφανείαις*" die Rede ist, während vorher nur die *ἐπίπεδα* und die *στερεά* unterschieden sind, ferner dass die Gestalten *μὴ συγκείμενα ἐκ γραμμῶν* und *συγκείμενα ἐκ γραμμῶν* genannt werden, während doch nur die Grenzen der Gestalten gemeint sind, endlich dass *ἐκ γραμμῶν* gesetzt ist für *ἐκ δύο ἢ πλειόνων γαμμῶν*, da die nicht zusammengesetzten Gestalten die nur von einer einzigen Linie gebildeten sind. Gleichwohl wird an der Aechtheit dieser Stelle als einer Leistung des ursprünglichen Autors nicht zu zweifeln sein. Es tritt eben die bereits erwähnte Undeutlichkeit des Ausdrucks wieder hervor, die bei Abweichungen von Euklid statt hat, und eine solche Abweichung bestätigt auch das Wort *ἀψίς*, welches Euklid nicht gebraucht. Das in Zeile 15 und 16 Eingeklammerte ist ein offenbar späterer Zusatz von Jemand, der die Hauptbegriffe der §§ 37—39 auch hier erwähnt sehen wollte.

Der § 29 bietet manches Bedenkliche, so schon in Z. 19 den Artikel *τὸ*, welcher den Kreis als die einzige Figur dar-

stellt, die von einer einzigen Linie umgrenzt ist. Im § 95 ist aber die ἔλλειψις erwähnt und wenn auch diese Stelle nicht vom Verfasser des Uebrigen herrühren sollte, so ist doch nicht anzunehmen, dass er die Ellipse nicht wenigstens der Form nach sollte gekannt haben. In Zeile 21 fällt auf, dass αὐτὸ nach γραμμὴ steht, statt vor demselben. Endlich erwartet man nicht, dass, nachdem von dem σημεῖον angegeben ist, dass es ἐντὸς τοῦ σχήματος liege, im Folgenden die Lage in der Ebene und ausserhalb der Ebene unterschieden werde. Da aber alle diese Ausdrücke nur schief, nicht geradezu unrichtig sind, so ist die Aechtheit nicht wohl in Zweifel zu ziehen. Aus gleichem Grund glaube ich, dass Hultsch die Klammern auf S. 15, Z. 26 und S. 16, Z. 1 mit Unrecht gesetzt hat; es scheint entweder zu construiren zu sein: ἥτις πάντα τὰ μέρη πρὸς πάντα τὰ διαστήματα ἴσα ποιεῖ oder zu schreiben: ἥτις πρὸς πάντα τὰ μέρη ἴσα ποιεῖ τὰ διαστήματα. Klar ist der Ausdruck in keinem Falle, aber zu Grunde zu liegen scheint der richtige Gedanke, dass der Kreis auf allen Geraden, die nach allen Seiten vom Centrum ausgehen, gleiche Stücke abschneidet. Man vgl. § 77. — In Z. 2 ist ὑπάρχουσα überflüssig und auch wenig passend zu ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ; gleichwohl ist es zweifelhaft, ob es ein später eingeschobenes Wort ist und nicht vom Autor herrührt.

§ 30 kann der Ergänzung, die Dasypodius beifügte, nicht entbehren; der Zusatz ἥτις δίχα τέμνει τὸν κύκλον, welchen August in seiner Ausgabe des Euklid (I, S. 2) einklammerte, ist hier nicht zu beanstanden. Ebenso kann die Zeile 9, die mit feinern Lettern gedruckt ist, noch für ächt angesehen werden; nur ist ἣ statt ἡ am Anfang zu setzen. Die darin enthaltene Erklärung verhält sich zur voranstehenden ganz so, wie die 2. Erklärung im § 31 zur ersten; sie ist wie diese nur eine kürzere Fassung der Euklidischen Definition.

§ 32 erklärt den Ausdruck ἀψίς, welchen Euklid nicht verwendet; er scheint also von andern theoretischen Geometern für das Segment, das kleiner ist als ein Halbkreis, gebraucht worden zu sein. Auffallend ist ἡμικύκλιον am Schluss für die Peripherie des Halbkreises gesetzt, und Martin hat dieses Wort nicht; es scheint jedoch μείονος περιφερείας ἡμικυκλίου zu schreiben.

Da nun von dem Segment, welches grösser ist als ein Halbkreis, keine Rede ist, so nimmt Hultsch vor § 33, der das Segment allgemein behandelt, eine Lücke an, da die Handschriften B und C den Titel im voranstehenden Verzeichniss (S. 2, Z. 14) erhalten haben und in C die Capitelnummer von λ' auf λβ' überspringt. Dagegen ist zu beachten, dass im Liber geeponicus (S. 208, § 6 und 7) dieselbe Auslassung sich findet, und dass es genau genommen nicht nothwendig war, das Segment, das grösser als ein Halbkreis ist, für sich zu definiren. Denn es gab für dasselbe nicht, wie für das kleinere, einen besonderen Namen, der für dieses ein hinreichender Grund war, eine besondere Erklärung vorzubringen. Demnach ist es immer noch fraglich, ob eine Lücke vorhanden ist.

§ 34 giebt Euklid III ὅρ. 8 wieder bis auf den Satz *ἥτις ἔστι βάσις τοῦ τμήματος* und die Schlussworte *ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν*. Aber die ersten Worte des Schlusses finden sich in Zeile 7 und ich möchte daher nicht die ganze Zeile als unächt bezeichnen, sondern die Worte *ἡ περιεχομένη γωνία ἐν τῷ σχήματι* für ächt und nur *ἔστι τμήματος κυκλογώνου* oder *κύκλου γωνία* als eine ungeschickte Ergänzung eines scheinbar nur halb vorhandenen Satzes ansehen.

Im § 35 ist die etwas verkürzte Euklidische Definition des Kreissektors an zweiter Stelle gegeben und an erster eine ganz kurze aber zugleich an noch grösserer Unbestimmtheit leidende, indem bei *εὐθειῶν* die Bezeichnung fehlt, dass es Radien sind, und *μία περιφέρεια* für ein Stück der Peripherie gesetzt ist. Es scheint, dass der Verfasser jede von 2 Geraden und 1 Kreisbogen begrenzte Figur einen Kreissector nennen wollte.

Von den folgenden 4 Paragraphen 36—39 könnte man glauben, dass sie von derselben Hand sind, welche im § 28 den Zusatz beifügte: *λέγοιντο δ' ἂν οἱ μηνίσκοι καὶ αἱ στεφάναι καὶ τὰ παραπλήσια.* Die Unterscheidung von *κοίλη περιφέρεια* und *κυρτή* kann aber auch nach dem im § 7 Gesagten noch angegeben werden, und wenn auch Euklid von *μηνίσκος, στεφάνη, πέλεκυς* nicht spricht, so hat doch die theoretische Geometrie davon Notiz genommen, freilich von *πέλεκυς* wohl erst in einer späteren mehr spielenden als ernstlich forschenden Zeit. Von den *μηνίσκοι* wenigstens gab die Quadratur Hippokrates aus Chios c. 450 vor Chr. Auch für den Kreisring

mag der Name *στεφάνη* früh üblich geworden sein; er findet sich neben *μηνίσκος* bei Proklus (412—485 nach Chr.) im II. Buch, commt. 16. Dass aber *πέλεκυς* als geometrische Figur in der besseren Zeit der griechischen Geometrie gebraucht wurde, dafür fand ich bisher keine Belege; vielmehr wird man dadurch an den Anfang der Geometrie des Pediasimus erinnert, der 1, 2 als barbarische Bezeichnungen *ξίφη* für gleichschenklige Dreiecke, *ὑποδήματα* für schuhähnliche geradlinige Figuren anführt, welche Namen er auch 43, 8 anführt, woran er in 9 und 10 *ἔνδυμα ἐπικάμμισον* und *ἀναξυρίς* anreiht. In so später Zeit fällt nun zwar der Verfasser der genannten §§ nicht, aber dass Hero der Verfasser ist, erscheint doch als höchst zweifelhaft. Zugleich jedoch sind keine genügenden Gründe vorhanden, dieselben von den übrigen §§ zu trennen, im Gegentheil führt die Erwähnung der *σχήματα ἐν ταῖς ἐπιφανείαις* am Schluss von § 39 auf den Anfang des § 28 zurück. — Im Einzelnen ist noch zu erwähnen, dass § 37 zwei Definitionen des *μηνίσκος* enthält, eine weitere und eine engere, ähnlich wie im § 25 vom Sektor. S. 17, Z. 21—22 hat bereits Hultsch als ungehörigen Zusatz ausgeschieden. Im § 38 ist der Ausdruck, auch wenn man *ὑπὸ ὅλων δύο κυρτῶν περιφερειῶν* liest, noch ungenau; denn es können nicht beide Peripherien als *κυρταί* angesehen werden, sondern nur die innere; die andere ist *κοίλη*, wie es in dem Einschiebsel auf S. 17, Z. 21—22 auch angegeben ist.

§ 40 enthält die Zusammenstellung der Namen für die ebenen *n*-Ecke und es ist zu beachten, dass neben der Benennung nach den Winkeln die Benennung nach den Seiten gegeben ist, also beide Arten müssen nebeneinander in Gebrauch gewesen sein. Von Unterscheidung von Eck und Winkel finde ich keine Spur. Dass man aber lieber die Figuren nach den Winkeln benannte, zeigt sich darin, dass Euklid das Wort *τρίγωνον* I ὅρ. 24 ohne weitere Erklärung benützt, während er den Ausdruck *τρίπλευρα* I, ὅρ. 21 erklärt. Umgekehrt wird im § 41 nur das *τρίγωνον* definirt und das *τρίπλευρον* weggelassen.

Die §§ 42—49 geben den Inhalt von Euklid I ὅρ. 24—29, mit den ganz begründeten Zusätzen, welche die erste Hälfte des § 42 und der § 49 enthält, dass nämlich die Unterschiede

einerseits von den Seiten, andererseits von den Winkeln herrühren und dass ein gleichseitiges Dreieck nur ein spitzwinkliges ist. Letzteren Gedanken scheint auch die 2. Hälfte von § 42 ausdrücken zu sollen; aber wie verworren ist dabei der Ausdruck! Was ist ein *ἰσοσκελὲς ἐπ' ἄπειρον προϊόν*, was heisst *τὰ ἄλλα τρίγωνα τὰ μὴ ὀρθογώνια πλὴν τοῦ ἰσοπλεύρου*? Kann das gleichseitige Dreieck auch von den stumpfwinkligen ausgenommen werden? Ich glaube, dass hier dieselbe Hand wieder sich findet, welche § 23 beifügte. Eben daher rührt wohl auch *ἢ γωνίας* am Schluss von § 43.

(Fortsetzung folgt.)

Lehrzweck, Lehrbuch und Lehrmethode des geometrischen Unterrichts.

Vom Realschuldirector Dr. E. Müller in Neustrelitz.

Erster Artikel.

Auf S. 126 der von Wiese 1867 herausgegebenen Gesetzsammlung für die höheren Schulen in Preussen heisst es: „Bildet der mathematische Unterricht in der Realschule eine Gymnastik des Geistes, welche die Denkkraft weckt und übt, und, indem sie die Fruchtbarkeit eines streng methodischen Verfahrens zum Bewusstsein bringt, das Productionsvermögen stärkt, und bei welcher den Schülern eine mechanische Auffassung unmöglich, dagegen die Freiheit und Sicherheit des Blicks und Urtheils zu eigen gemacht wird, welche die Entwickelung eines Satzes nach allen Seiten verfolgen kann und durch die Verschiedenheit der Form und Stellung, worin derselbe Gegenstand erscheinen mag, sich nicht beirren lässt, nur dann ist die Mathematik unter den ausschliesslich formalen Bildungsmitteln der Realschule das wichtigste und wirksamste und kann derselben nach ihren Zwecken dasjenige ersetzen, was die Gymnasien in einer umfassenderen und gründlicheren Betreibung der alten Sprachen voraushaben.“

Und auf S. 124 wird gefordert, dass durch den mathematischen Unterricht in den Gymnasien so wie in den Real- und höheren Bürgerschulen nicht nur Klarheit der Anschauung und Gründlichkeit des Wissens, sondern auch Sicherheit und Fertigkeit in der Anwendung erreicht werde. Zugleich wird aber S. 125 darauf aufmerksam gemacht, dass diess Ziel nur erreicht werden kann, wenn überall die Selbstthätigkeit der Schüler in Anspruch genommen und durch ein heuristisches Verfahren Freude an der Beschäftigung angeregt werde. Die bloss gedächtnissmässige Aneignung von Sätzen und Formeln ohne Uebung und Weckung der wissenschaftlichen Selbst-

thätigkeit, welche sich überall die Strenge eines folgerichtigen Denkens und scharfer Begriffsunterscheidung zur Pflicht macht, wird S. 124 für ungenügend und S. 126 geradezu für werthlos erklärt. Daher ist auch S. 121 nicht die Mittheilung von Sätzen, die etwa in diesem oder jenem Lebensverhältnisse unmittelbare Anwendung auf sinnliche Gegenstände finden, als Hauptzweck des mathematischen Unterrichtes in den Gymnasien angegeben, vielmehr die Uebung der Urtheilskraft der Schüler, die Gewöhnung an Klarheit und Bestimmtheit der Begriffe und an Consequenz im Denken. So lautet in dem Conto, welches von der höchsten Unterrichtsbehörde Preussens über die Leistungen der Gymnasien und Realschulen geführt wird, das Soll. Sehen wir uns nun auch das Haben an.

Im Jahre 1834 war laut einer Circularverfügung vom 13. Septbr. „die Zahl der Gymnasien nicht klein, welche hinsichtlich der Leistungen ihrer zur Universität entlassenen Schüler in der Mathematik hinter den Forderungen zurückgeblieben sind," und laut einer Ministerialverfügung vom 13. Decbr. waren unter den Abiturienten immer nur sehr wenige, welche die gestellten Anforderungen erfüllen konnten.

Und wieder in einer Circularverfügung des Prov.-Schulcollegiums zu Coblenz vom 7. Apr. 1841 heisst es: „Bei den Abiturientenprüfungen hat sich herausgestellt, dass an mehreren Gymnasien unseres Verwaltungsbezirkes die Leistungen der meisten Abiturienten in den mathematischen Disciplinen bei der mildesten Beurtheilung ungenügend erscheinen, während etc."

Und Seitens der Direction der Bauakademie wird laut einer Circularverfügung vom 1. Decbr. 1854 über Mangel „an genügender Vorbildung vorzugsweise bei denjenigen Schülern, welche aus Gymnasien, doch auch bei denen, welche aus Realschulen hervorgegangen sind," Beschwerde geführt. Dieser Mangel bestand nicht allein „in Unsicherheit, oft sogar in gänzlicher Unkenntniss der Beweisführungen, sowie der Auflösungsmethoden einfacher Aufgaben, sondern auch in ganz unzulänglicher Uebung im Gebrauch der Logarithmen." Ob seit 1854 die Bilance sich gebessert hat oder gar einem jeglichen Deficit abgeholfen worden ist, darüber giebt die vorliegende Gesetzsammlung keinen Aufschluss. Einzelne Stimmen z. B. in den akademischen Gutachten der preussischen Universitäten über die

Zulassung der Realschul-Abiturienten zu Facultätsstudien*) und mancherlei sonstige Indicien aus dem Bereiche der Schule lassen darauf schliessen, dass es im Ganzen besser geworden sei, durchaus gut aber noch nicht.

Den Grund der ungenügenden Leistungen glaubt laut obiger Circularverfügungen von 1841 und 1854 das Prov.-Schulcollegium zu Coblenz wie das Ministerium in Berlin in einer unzweckmässigen Unterrichtsmethode suchen zu müssen, letzteres sucht aber laut Verfügung von 1854 hie und da den Grund auch in einer zu grossen Ausdehnung des Unterrichts und empfiehlt für diesen Fall Beschränkung desselben auf engere Grenzen. Die ungenügenden Ergebnisse des mathem. Unterrichts haben jedoch nach meiner Ansicht ihren Grund gewiss zum Theil auch in den damals gebrauchten Lehrbüchern gehabt. Und obschon diess nicht geradezu in den obigen Verfügungen ausgesprochen ist, so scheint, wenn ich anders richtig zwischen den Zeilen lese, meine Ansicht doch indirect darin ausgesprochen zu sein, dass das Unterrichtsministerium, während es zu wiederholten Malen auf Einführung und wirkliche Benutzung eines bestimmten mathem. Lehrbuches dringt, es gleichzeitig „in der grossen Anzahl der im Gebrauch befindlichen Lehrbücher einen erheblichen Uebelstand erblickt“ und darauf Bedacht nehmen will „die nicht bewährten noch weiter ausser Gebrauch und zweckmässigere an deren Stelle zu setzen.“ Ueber die Nothwendigkeit und über den Zweck eines Lehrbuches spricht sich eine Circularverfügung vom 24. Decbr. 1833 und ähnlich, doch kürzer auch die Unterrichts- und Prüfungsordnung der Real- und höheren Bürgerschulen vom Jahre 1859 nun aber folgendermassen aus: „Wenn irgendwo, so ist in der Mathematik ein kurzes, dem Bedürfniss jeder Schülerabtheilung entsprechendes Lehrbuch unentbehrlich, damit die Schüler sowohl bei der Präparation, welche bei dem mathem. Unterrichte eben so nothwendig wie bei den übrigen Unterrichtsgegenständen ist, als auch in der Classe beim Vortrage des Lehrers, und endlich bei der Repetition einen festen Anhalt haben und eine deutliche Uebersicht der Wissenschaft gewinnen. Ohne ein solches Lehrbuch ist die Präparation der Schüler zu den mathematischen Lectionen unmöglich, der Schüler

---

*) Vergl. Bd. I. S. 435 ff. D. Red.

schwebt bis zum Schluss des Cursus in gänzlicher Ungewissheit über das Ziel, wohin, und über den Weg, auf welchem er geführt werden soll. Missverständnisse und Irrungen im Auffassen des Gehörten, und Lücken in den etwa nachgeschriebenen oder zu Hause ausgearbeiteten Heften, sind unvermeidlich und selbst das genaue Ineinandergreifen und Festhalten der Abschnittspunkte der Curse wird schwieriger und lässt sich auch nicht einmal controliren. Um diesen und ähnlichen Uebelständen zu begegnen, welche bisher bei dem mathem. Unterrichte in den Gymnasien wegen Mangels eines bestimmten Lehrbuches sich mehr oder weniger bemerklich gemacht haben, will das Ministerium hiedurch festsetzen, dass von Ostern k. J. ab ein bestimmtes in den Händen der Schüler befindliches Lehrbuch bei dem mathem. Unterrichte in den betreffenden Classen aller Gymnasien gebraucht und auf etwanige Einreden der Lehrer gegen diese Massregel keine Rücksicht genommen werden soll. Das Ministerium hält es für wünschenswerth und auch thunlich, dass ein und dasselbe Lehrbuch für alle mathematischen Classen eines Gymnasii bestimmt wird. Sollten hingegen von einzelnen mathematischen Lehrern desshalb Bedenken erhoben werden, weil es bis jetzt an einem für alle Classen gleich passenden Lehrbuch fehle, so ist es wenigstens nöthig, dass immer in 2 Classen, also in IV und III, wie in II und I, ein und dasselbe Lehrbuch gebraucht wird.“

Soll jedoch das Lehrbuch weiter nichts, als dem Schüler bloss Anhalt geben bei der Präparation und Repetition wie auch beim Vortrage des Lehrers, so ist, sobald der Letztere eben nur vorträgt und repetirt, was im Buche steht, jedes Lehrbuch, sein Inhalt sei nun gut oder schlecht, dazu gleich brauchbar und zweckmässig. Anders ist es freilich, wenn das Lehrbuch dem Schüler auch zu einer Uebersicht der Wissenschaft verhelfen, oder gar dienlich sein soll, den oben bestimmten Zweck des mathematischen Unterrichts zu erreichen, also „die wissenschaftliche Selbstthätigkeit zu üben und zu wecken, welche überall die Strenge eines folgerichtigen Denkens und scharfer Begriffsunterscheidung zur Pflicht macht.“ Dazu sind nur wenig Lehrbücher brauchbar und zweckmässig, nämlich nur diejenigen, welche enthalten, was der Schüler entnehmen soll. Das Lehrbuch selbst muss

demnach, was auch in der schon erwähnten Unterrichts- und Prüfungsordnung ausdrücklich gefordert wird, systematisch geordnet sein. Nach der oben angeführten Circularverfügung vom 24. Decbr. 1833 soll es jedoch auch kurz sein. Dagegen äussert *Biot*, der Freund und Mitarbeiter *Arago's*, in der Vorrede zu seinem *traité élémentaire d'astronomie physique*, sich folgendermassen: „Niemand kann mehr als ich von dem Nachtheile überzeugt sein, welcher dem wahren Fortschritt einer Wissenschaft zugefügt wird durch Werke, welche dieselbe nur durch Verstümmelung auf einen kleinern Umfang bringen und sich der Auseinandersetzung von Einzelheiten überheben, die doch den Resultaten erst die wahre Grundlage geben und sie der Anwendung fähig machen. Nicht darauf kommt es an, dem Lernenden eine Anzahl von Thatsachen ins Gedächtniss zu prägen, die er in Büchern immer wieder finden kann, sondern ihm den Weg der Forschung und Beobachtung deutlich zu machen, der zu ihrer Auffindung geführt hat, ihn vertraut damit werden zu lassen, kurz ihm den wissenschaftlichen Geist einzuflössen, der ihn zu jedem Gegenstande des Studiums begleiten wird.“

Wie übereinstimmend dem Vorstehenden nach nun auch die Ansichten über den Endzweck des mathem. Schulunterrichts und Studiums in Deutschland und Frankreich sind, in Bezug auf die dem Zweck entsprechenden Lehrbücher gehen sie auseinander. Während nämlich das preussische Unterrichtsministerium es kurz haben will, sieht *Biot* in der Kürze, welche sich der Auseinandersetzung von Einzelheiten überhebt, eine Verstümmelung, und während die blosse Elementargeometrie von *Vincent*, welche in den *Colléges* der Pariser Universität Eingang fand, ohne Figuren schon 600 Seiten umfasst, giebt ein für Gymnasien und Realschulen bestimmter und von Berlin aus gut empfohlener Leitfaden, welcher in kurzer Zeit mehrere Auflagen erlebte, den gesammten mathem. Lehrstoff dieser Anstalten mit vielen Figuren auf 131 ziemlich weit gedruckten Octavseiten. Kann denn ein solches Lehrbuch, oder überhaupt ein Lehrbuch, dessen Hauptvorzug lediglich die Kürze ist, mehr als eine ganz oberflächliche Uebersicht über die Wissenschaft und mehr als eine Reihe unzusammenhängender Sätze und Formeln bieten, deren bloss gedächtnissmässige Aneignung vom preussischen

Unterrichtsministerium doch selbst für werthlos erklärt wird? Und kann ein nur kurzes Lehrbuch zweckmässig sein, wenn der Zweck des Unterrichts in die Weckung und Uebung wissenschaftlicher Selbstthätigkeit gesetzt wird? Ich finde, die sprüchwörtlich gewordene deutsche Gründlichkeit hat sich nicht gerade in den kürzesten Lehrbüchern am meisten documentirt. Indem nämlich die Kürze nur durch Auslassung von mehr oder weniger Gliedern des Systems erzielt wird, so wird der systematische Zusammenhang zerstört. Von einem kurzen Lehrbuch dieser Art gilt aber zu allen Zeiten, was C. Snell in der Vorrede zu seinem Lehrbuche der Geometrie von solchem gesagt hat: „Sollen die Darstellungen der Geometrie, von welcher allein hier die Rede sein soll, für ein einigermassen vollendetes wissenschaftliches Ganze gelten, so wird doch wohl mit Recht gefordert, dass die Aufgabe der Wissenschaft im Ganzen genau bestimmt werde, wozu mehr gehört als Angabe des Objectes der Wissenschaft, dass die Gesichtspunkte bezeichnet werden, nach welchen diess Object aufgefasst werden muss, um eine vollständige Erkenntniss desselben zu erlangen, dass die aus denselben hervorgehenden Hauptprobleme der Wissenschaft in ihrer Allgemeinheit dargestellt und im Zusammenhange durchgeführt werden, und dadurch die einzelnen Wahrheiten in solche Ordnung gebracht werden, dass sie nach ihrer innern Verwandtschaft, und nicht bloss nach der Möglichkeit ihrer Ableitung, von einander zusammengestellt erscheinen, dass jede vorausgegangene Untersuchung auf die folgende so viel wie möglich naturgemäss von selbst hinleitet, und dass an jeder Stelle der Wissenschaft ein deutliches Bewusstsein erlangt werde nicht bloss über den Inhalt des schon Entwickelten, sondern auch über den Umfang des der Untersuchung noch Vorliegenden. Diejenigen, welche den Zustand der Bearbeitungen kennen, werden mich schwerlich einer Uebertreibung beschuldigen, wenn ich behaupte, dass bei weitem in den meisten Darstellungen dieser Wissenschaft von diesen so einfachen und naheliegenden Erfordernissen einer höheren wissenschaftlichen Form fast Nichts zu finden ist. Indem überall hauptsächlich nur die Bündigkeit der Beweise und die strenge Ableitung der folgenden Sätze aus vorhergehenden zum Bestimmungsgrunde der Anordnung gemacht wird, treten die einzelnen Sätze, ohne dem Inhalte nach eine besondere Ver-

wandtschaft zu haben, oder irgend ein allgemeines Problem der Wissenschaft zur Entscheidung zu bringen, so neben einander hervor, wie sie sich vielleicht eben gerade am kürzesten aus dem unmittelbar Vorhergehenden ableiten lassen. Eine Nothwendigkeit, warum gerade hier dieser oder jener Satz aufgeführt wird, zeigt sich nicht, und es wird in der Regel auch gar kein Anspruch darauf gemacht, dass die einzelnen Untersuchungen sich aus einander entwickeln und naturgemäss auf einander folgen sollen. Dieser Mangel eines inneren Zusammenhanges dem Inhalte nach, und einer sich von selbst darbietenden natürlichen Entwickelung ist eine nothwendige Folge davon, dass die Hauptaufgaben und Probleme der Wissenschaft nicht im Ganzen und Grossen bestimmt gefasst und bezeichnet werden, dass keine Uebersicht gewonnen wird von den wesentlichen Rücksichten, nach denen die Figuren betrachtet werden müssen, von den verschiedenen Standpunkten, welche die Untersuchung nach und nach ersteigt, und dass der Untersuchung in den einzelnen Abtheilungen nirgends ein Ziel oder Zweck vor Augen steht; denn nur ein Zweck kann das Einzelne zusammenhalten und innere Ordnung gebieten. Derselbe Mangel an Uebersichtlichkeit und Zusammenfassung des Einzelnen in ein Ganzes zieht sich dann auch in untergeordnete Abtheilungen hinein. Nirgends weiss man, wenn man den Inhalt von mehreren Sätzen vereinigt angeben will, zu sagen, wovon dieselben eigentlich handeln. Diess ersieht man aus den vagen und unbestimmten Ueberschriften kleinerer Abtheilungen. Indem ich einige der anerkannt besten Lehrbücher nachschlage, finde ich folgende Ueberschriften: Von den Figuren. Einiges vom Dreieck. Einige Sätze aus der Lehre vom Kreise. Von senkrechten und schiefen Linien. Einige Lehrsätze und Aufgaben als Hülfssätze einiger Aufgaben. Vermischte Sätze. Noch mehr Sätze etc.

Es ist zwar nur ein äusserliches, aber sicheres Kennzeichen der Ordnung und des inneren natürlichen Zusammenhangs der Lehre, wenn bei jeder kleineren Abtheilung und bei jedem Hauptfortschritte der Untersuchung durch eine das Allgemeine des Inhaltes genau bezeichnende Ueberschrift angegeben werden kann, wovon eigentlich die Rede ist. Wo man aber, wie bei der herrschenden Darstellungsweise der Fall ist, entweder für einige Hauptabtheilungen eine Inhaltsangabe, und innerhalb

derselben Alles in eine Vielheit von lauter isolirt stehenden Sätzen zerfallen findet, oder wo die für die untergeordneten Abtheilungen gemachten Inhaltsangaben vag und unbestimmt, oder endlich auch nur ein Register der einzelnen darunter enthaltenen Sätze sind, da fehlt überhaupt das Allgemeine, welches Einsicht und Uebersicht giebt über die wesentlichsten Aufgaben der Wissenschaft, über die Standpunkte und Stufen, welche man zu ihrer Lösung zu durchlaufen hat, oder es fehlt alle organische Gliederung eines Systems, welche bestimmte Unterschiede des Allgemeinen und Besonderen erheischt." —

Dieses längere Citat, obschon die Vorrede, welcher es entnommen, schon 1841 geschrieben ist, habe ich hier angeführt, weil ich glaube, dass die darin gegebene Charakteristik vieler mathematischer Lehrbücher heutzutage noch ebenso zutreffend ist, wie die aus dem Jahre 1860 stammende Klage des preussischen Unterrichtsministeriums über die grosse Zahl und Unzweckmässigkeit derselben. Dem Ueberfluss an unzweckmässigen, wie dem Mangel an zweckmässigen Lehrbüchern nicht bloss in der Mathematik, sondern auch in anderen Wissenschaften hätte das Schulregiment in Preussen, da es, um die wichtigere Wirksamkeit der freien Individualität des Lehrers nicht zu beeinträchtigen, das Lehrbuch nicht geradezu octroiiren mag, auch ohne solche bedenkliche Massregel, längst begegnen können, wenn es denselben, oder doch einen ähnlichen Weg eingeschlagen hätte, wie im Grossherzogthum Mecklenburg-Strelitz laut Vorbericht des Landeskatechismus das Kirchenregiment, als dieses einen möglichst guten Landeskatechismus herzustellen suchte. Es legte sämmtlichen Synoden das Thema: „Die zweckmässige Einrichtung eines Landeskatechismus" zur Bearbeitung vor. Die bei jeder Synode eingegangene Arbeit wurde discutirt und die Summe der Beschlüsse jeder Synode allen übrigen vorgelegt. Auf Grund dieser Vorlagen entwarf nun in jeder Synode einer der Synodalen einen Landeskatechismus und, nachdem die Entwürfe durch eine Commission geprüft worden waren, wurde derjenige, welcher als der beste befunden worden war, nach einer Superrevision schliesslich eingeführt. Ahmte man, aus den Fachlehrern der höheren Schulen jedes Regierungsbezirkes etwa eine Synode bildend, in den einzelnen Provinzen in Preussen nicht bloss, sondern in ganz Deutschland dieses Verfahren nach, so würde

man, zumal wenn man nach bestimmten Fristen auch noch Revisionen anordnete, binnen nicht zu langer Zeit dem Ueberfluss an unzweckmässigen Lehrbüchern gesteuert und dem Mangel an zweckmässigen abgeholfen haben. Bliebe dann dem einzelnen Lehrer noch die freie Wahl unter den Lehrbüchern aller Provinzen, aber auch nur unter diesen, so würde ohne Nachtheil für die zu lehrende Wissenschaft und den lernenden Schüler auch die berechtigte Lehrfreiheit des Lehrers gewahrt bleiben, da die Lehrfreiheit eben nicht sowohl in Beziehung auf das Lehrbuch, als vielmehr in Beziehung auf die Lehmethode berechtigt ist und laut der Unterrichts- und Prüfungsordnung für Realschulen in Beziehung auf die Lehrmethode, doch auch nur unter der Bedingung, dass sie heuristisch sei und die Selbstthätigkeit der Schüler anrege. Vielleicht wird die literarische Thätigkeit der mathem. Lehrer, wenn sie auf diese Weise, ohne eine Beschränkung zu erleiden, nur von der Abfassung von Lehrbüchern für die Schule abgelenkt wird, mehr auf die rein wissenschaftliche Bearbeitung der Elementarmathematik gerichtet, welche bis jetzt sehr vernachlässigt worden ist, weil man glaubte, die Elemente nur für das Schulbedürfniss bearbeiten zu müssen, für das wissenschaftliche Studium aber nicht. Eine Folge dieser Vernachlässigung der Elemente ist es nun gewesen, dass die Fortschritte der Wissenschaft den elementaren Lehrbüchern überhaupt nur sehr wenig zu gute gekommen sind. Und doch ist es ein wahres Wort, wenn *Ch. Dupin* sagt: *Les progrès de la science ne sont vraiment fructueux, que quand ils amènent aussi les progrès destraités élémentaires.*

Meinen Vorschlag, zweckmässige Lehrbücher der Mathematik durch gemeinsame Arbeit der Lehrer herzustellen, empfehle ich nun insbesondere der mathematischen Section der Versammlung von Philologen und Schulmännern zur Prüfung der nächsten Zusammenkunft in Leipzig. Eine Besprechung zunächst der geometrischen Lehrbücher kann in der nächsten Versammlung die Section ohnehin schwerlich umgehen, da sie die Frage über die geometrische Lehrmethode, welche doch vom Lehrbuch kaum zu trennen ist, auf die Tagesordnung gesetzt hat. Für die Besprechung förderlich würde es dann aber sein, wenn der Prof. Gerhardt in Eisleben, welcher sich in Kiel bereit erklärt hat, die Behandlung der Frage für die nächste Versammlung vor-

zubereiten, auch meinen Vorschlag, falls er ihm zu Gesichte kommen sollte, einer Beachtung würdigen wollte. Zu wünschen wäre dann aber auch noch, dass die Versammlung sich nicht immer bloss auf Besprechungen beschränkte, sondern auch Beschlüsse fasste und diese mit der Bitte um geneigte Beachtung dem Schulregimente übergäbe*).

---

*) Sehr richtig! Desshalb hat der Herausgeber dieser Zeitschrift immer das Verfahren der allgemeinen deutschen Lehrerversammlung gemissbilligt, welche den moralischen Einfluss ihrer Resolutionen (d. h. ihrer in Thesen und Verhandlungen kundgegebenen Ansichten) überschätzt. D. Red.

Der Unterricht im Freien.

Von Conr. Dr. Boltze in Cottbus.

In meinem Aufsatze „über den Unterricht in der Geographie und Naturgeschichte“ (Bd. I. 4. Heft S. 261) habe ich schon auf die Nothwendigkeit des Unterrichts im Freien hingewiesen, ich erlaube mir, noch einmal darauf zurückzukommen. Bis jetzt umfasst derselbe durchschnittlich und meistentheils nur die botanische Excursion. Er ist dadurch viel zu einseitig und die Erfolge entsprechen der aufgewendeten Mühe nur in sehr bescheidenem Masse. Ich werde mich bemühen, eine Anzahl neuer Gesichtspunkte für den Unterricht im Freien zusammenzustellen, und bin doch überzeugt, das Ganze keinesweges erschöpft zu haben, indessen mögen vielleicht diese Andeutungen, geschickte Lehrer von selbst zu zweckmässigen Erweiterungen führen*).

Um an Herkömmliches anzuknüpfen, beginne ich allerdings mit der botanischen Excursion. Ich habe deren mitgemacht, welche wenig anregend waren. Der Lehrer ging steil seines Weges, bis ein Schüler zu ihm herantrat und ihm eine Blume hinhielt. „*Tarraxacum officinale*“ sagte der Lehrer, ging weiter und wartete, bis dieselbe Scene sich wiederholte. Endlich war der Rundlauf fertig. Wer gefragt hatte, hatte Antwort erhalten, die übrigen hatten ihre Zeit verthan, wie sie eben konnten, auch wohl im Hintergrunde allerlei Unfug getrieben. Anregung war dabei gar nicht, gelernt wurde wenig. Nein, der Lehrer muss selbst suchen und auf die Art des Suchens aufmerksam machen, die Auseinandersetzungen verspart er sich für seinen zusammenhängenden Vortrag. — Endlich sind alle Kapseln und Taschen gefüllt. Man findet ein schattiges Plätzchen, vielleicht eine Schlucht, welche sich nach einem Flusse öffnet, oben mit Bäumen umkränzt, ein Klassenzimmer im Freien, wie man es sich nicht

*) Vergl. Rossmässler, d. naturgesch. Unterr. Lpz. 1860. S. 95—101.
D. Red.

besser wünschen kann. Die Schaar lagert sich, und nun beginnt der Vortrag mit eingeschalteter Frage und Antwort. Die Sachen behalten sich leichter, wenn man Gleichartiges zusammenstellt und auf die Lehre in der Klasse die nothwendige Beziehung festhält. Man kann bei verschiedenen Arten derselben Gattung Andeutungen über den Boden geben, welcher sie getragen hat, man kann über die Art der natürlichen und künstlichen Verbreitung der Pflanzen sprechen, über Nutzen und Schaden und deren höchst relative Bedeutung; alles Dinge, welche beim Klassenunterrichte nicht vorkommen, weil die Anregung dazu fehlt. Hier hat der Lehrer selbst ein Pflänzchen aufgehoben, welches durch seine Samenblätter von Wichtigkeit ist, hier eins, welches bloss Blätter und noch keine Blume hat. Er giebt Auftrag, späterhin zur Klasse die Blüthen, die Früchte herbeizuschaffen. Die Beauftragten fühlen sich zum Berufe der Forscher erhoben und werden zur Zeit ihrer übernommenen Pflicht gewiss eingedenk sein. Auf solche Weise lernt man die heimische Flora spielend kennen und weiss hernach von jeder einzelnen Pflanze mehr, als bloss und ausschliesslich den Namen, da sie einem ja als Person entgegengetreten ist, mit der man sich beschäftigt, zu der man „du“ gesagt hat. Wenn man in der Klasse die einheimischen Pflanzen zu eifrig traktirt, wo bleibt denn da die Zeit zur Beschreibung der Palmen, der Cedern, der Meeresgewächse, wo die Kenntniss von Reis, Kaffee, Zuckerrohr, Pfeffer, Gewürz, Indigo u. dergl? Und für einen Menschen von Bildung ist dies gewissermassen auch wichtig.

Die Botanik beschäftigt uns auf der Excursion nicht allein. Hier giebts einen Ameisenhaufen, dort Ameisenlöwen, hier hebt man eine Natter auf, dort zeigt man die feine Zeichnung einer reizenden Spinne. Wer wird die schöne Gelegenheit versäumen, den Kindern die Scheu vor jenen unschuldigen Thieren auszutreiben, welche weibisch nervöse Erregung für ekelhaft und abscheulich hält? Wer lässt sie nicht aufhorchen, wenn die Kröte im Teiche ihren herrlichen Tenor entwickelt, womit sie alle übrigen Musikanten des Sumpfes weit überstrahlt? In der Zoologie ist der Stoff für eigene Forschungen der Schüler in ungleich viel reicherem Masse vorhanden, als in der Botanik. Hier ist ein Singvogelnest mit doppelter Eierzahl. — Wer untersucht mir, ob nicht der Herr Rothkehlchen zwei Frauen hat? — Du

ziehe einmal aus diesem Ameisenlöwen eine Ameisenjungfer und zeige sie hernach den andern, denn ihr habt wahrscheinlich alle noch keine gesehen. — Herr Doktor, was hat diese Raupe für grosse Eier abgesetzt? — Hebe sie auf! Es sind keine Eier. Puppen sind's, und Schlupfwespen werden daraus entstehen. — Glaubst du wohl, diese hübsche Spinne abrichten zu können, dass sie auf deinen Ruf herauskommt, wenn du ihr eine frische Fliege bringen willst? Versuche es einmal! — Aus wie viel Arten von Larven lassen sich hier Schmetterlinge, dort Käfer, hier Frösche, dort Salamander erziehen? Alles das geschieht leicht und ohne Mühe, ja ohne die geringste Störung in den klassischen, mathematischen oder geschichtlichen Studien der Schüler.

Auch in Bezug auf Mineralogie und Geologie giebt's überall etwas zu bemerken, und sei es in der öden sandigen Mark. Ein Kieslager, Lehm- und Thonschichten, Wiesenkalk sind Gegenstände von bedeutender Wichtigkeit. An einem Haufen Chausseesteine lässt sich unter Umständen viel demonstriren, noch besser, wenn wir die einzelnen verirrten Trümmer eines solchen auf dem Felde selbst auflesen.

Aber die Naturgeschichte ist's ja nicht allein, welche den Lehrstoff bietet. An dem Fusse unserer Schlucht läuft der Fluss vorbei. Sein rechtes Ufer ist steil und abgenagt, sein linkes sanft und aufgeschwemmt. Wir erklären diese Erscheinung aus der Axendrehung der Erde, so gut es eben geht. Wir können ja später einmal in der Klasse darauf zurückkommen und durch Figur und Rechnung die Sache besser erläutern, aber ein wesentlicher Vortheil bleibt es immer, dass die Jugend schon die Thatsachen kennt, welche sie in ihrem ursächlichen Zusammenhange begreifen soll. — Einen Regenbogen hat mancher gesehen, aber wenn der Lehrer auf die Subjektivität der Erscheinung und einige weniger in das Auge fallenden Umstände dabei aufmerksam macht, so weiss man doch mehr. Das Wasserziehen der Sonne sieht auch nicht so aus, als ob die Strahlen parallel wären; eben so wenig merkt man den Wetterbäumen an, dass sie aus gleichlaufenden Cirrusstreifen bestehen. —

Der Abend kommt heran. Wir kehren nach Hause zurück, hungrig, durstig, müde. — Nun giebt's freilich eine philiströse Angst unter gewissen Pädagogen vor der Gefahr, mit den

Schülern in die Schenke zu gehen. Wir leiden aber wirklich Mangel, und die Leute dadrin haben von dem, was wir entbehren, so viel, dass sie davon verkaufen. — Es ist eine reine Ziererei, mit den Kindern nicht in die Schenke gehen zu wollen. Ein solcher Lehrer allerdings, welcher darin seine süsse Heimat findet und sich von ihr nicht losreissen kann, der ist auch für die Klasse unbrauchbar. — Dergleichen wird ordnungsmässig gar nicht vorausgesetzt.

Zuweilen ist eine Schlucht, wie die oben erwähnte, oder ein freier Platz am Waldrande, wo kein Getreide steht oder keine Wiese zertreten wird, gar nicht aufzutreiben. Dann muss man doch, weil es an jedem geeigneten Klassenzimmer im Freien fehlt, wohl oder übel die Schenke als solches benutzen; manchmal zwingt auch das schlechte Wetter dazu, denn wer kann sich dasselbe nach Wunsch bestellen? Daselbst braucht man sich beim Vortrage gar nicht einmal in übermässigem Lungenverbrauche anzustrengen. Auch giebt's hier gleichfalls etwas Neues zu lernen, was im Freien in solcher Weise gar nicht vorkommt. Man kann nämlich auf die verschiedenen Arten von Fliegen aufmerksam machen, welche unter Umständen auch eine sehr bedeutende Naturerscheinung sind. — Endlich führt man die Jungen wieder nach Hause, und sie sind gescheidter geworden, ohne dass sie es wissen.

Für die oberen Klassen wird es zweckmässig sein, auch einmal über Sonnabend und Sonntag eine Excursion zu machen und mit den Schülern zusammen in einem auswärtigen Gasthofe zu nächtigen. Was knüpfen sich nicht für lehrreiche Unterhaltungen an den Auf- und Untergang der Sonne, an den gestirnten Himmel, an die Phasen des Mondes, die Zeit seiner Erscheinung und die Bestimmung der Stunde nach derselben! Die astronomischen Lehrbücher fangen gewöhnlich so an: „Wenn man den gestirnten Himmel betrachtet, so sieht man.“ Hier liegt eine ganz falsche Voraussetzung vor. Kein junger Mensch hat ohne vorgängige Anleitung je den gestirnten Himmel betrachtet, wenigstens ist mir in langer Praxis noch keiner vorgekommen. Die Jugend betrachtet gar nichts, sondern muss auf alles aufmerksam gemacht werden. So ein ächtes Berliner Kind z. B. hat noch nie einen Baum betrachtet, denn es kann eine Pappel von einer Kiefer nicht unterscheiden,

findet aber doch die grünen Bäume sehr schön; eben so wie empfindsame Gemüther auch den gestirnten Himmel sehr schön finden. —

Solche Gelegenheiten sind auch günstig, die jungen Leute auf alle die Umstände aufmerksam zu machen, wodurch sie sich orientiren. Sie haben einen bedeutenden Gewinn, wenn sie späterhin auf ihren selbst unternommenen Reisen nicht alle Augenblicke in Gefahr sind, sich zu verlaufen. Sie lernen hierbei überhaupt das Reisen, ein Bildungsmittel, welches jedem jungen Menschen gewährt werden müsste; aber das Reisen wird kostspielig, ermüdend und unfruchtbar, wenn man es nicht versteht, d. h. wenn man es nicht gelernt hat.

Bei solchen Excursionen über Nacht hat der Lehrer eine grössere Hingabe an die Schüler nöthig, als bei den Nachmittagsspaziergängen. Er darf am Abend nicht früher zu Bette gehen, als bis die Schüler wirklich müde sind und von selbst nach ihrem Strohlager verlangen, denn wenn sie den Alten schnarchen hören, so eilen sie alle herbei, aufgeregt wie sie nun einmal sind, und machen Commers bis zum Morgen. Er thut am besten, wenn er auch ihr Vergnügen aus vollem Herzen theilt, denn auf diese Art allein behält er die Leitung in der Hand. Und übrigens schadet es dem alten Burschen gar nichts, wen er sich an den Freuden der Jugend ab und zu wieder einmal ein bisschen auffrischt.

Dergleichen Excursionen liefern einen vorzüglichen Stoff zu Schilderungen und thatsächlichen Darstellungen in deutschen Aufsätzen, und diese Art von Darstellungen wird den Stil viel besser und lebensfrischer entwickeln, als jene alten abgelebten Chrien oder die dreitheiligen Abhandlungen mit Einleitung, Uebergang und Schluss, deren Form unsere landläufige Kanzelpredigt darbietet. Wer je poëtisch oder wissenschaftlich schriftstellerisch thätig gewesen ist, ja wer sich nur in der Lage befunden hat, einen Bericht abzufassen, wird sehr wohl wissen, dass so ein *Dictum cum laude auctoris* u. dergl. da gar nicht vorkommt. Wirft man doch den studirten Herren und gewiss nicht ganz mit Unrecht vielfach ein Ungeschick und eine Steifheit in der schriftlichen Darstellung vor, und das kommt sicherlich daher, dass sie niemals lernen, praktische Gegenstände entsprechend darzustellen.

Da wird man sagen: „Was hilft das Alles? Der Naturwissenschaftler hat aber selten den deutchen Unterricht.“ — Dagegen ist nur zu bemerken, dass es durchaus kein Schade ist, wenn auch andere Lehrer ihren Collegen auf diesen Spaziergängen begleiten. Sie haben dann sicher eine vorzügliche Controlle über die daraus hervorgehenden Arbeiten.

Den bedeutendsten Erfolg wird der Unterricht im Freien zwar immer für die Naturwissenschaften haben, indessen dürfte er auch für die Sprachstudien unentbehrlich sein. Wer hat schon je in der Klasse französisch, wer lateinisch sprechen gelernt? Die uns dort umgebenden Gegenstände sind von so geringer Zahl, dass ihre Vokabeln bald erschöpft sind. Schliesslich lässt man etwas Geschichtliches erzählen. Da wird denn ein mündliches Exercitium daraus, aber niemals ein Gespräch. Man achte nur darauf, wie ungeschickt sich unsere zehn Jahre lang in wöchentlich zehn Stunden unterrichteten Schüler am letzten Ende beim Abiturientenexamen anstellen, wenn sie über ihren Horatium ein paar lateinische Anmerkungen machen sollen. Im Freien würde ihnen die Zunge bald gelöst sein. Kann man sich auf Lateinisch auch nicht über Locomotiven und Telegraphendrähte unterhalten, so giebt es ausser den durchaus modernen Stoffen noch allgemein menschliche Beziehungen genug, die eine ewige Dauer in den vergänglichen Erscheinungen der Zeit haben, und deren in der Schule niemals Erwähnung geschehen kann, weil man durch nichts an sie erinnert wird. Die französische Sprache ist darin freier, weil ihr alle modernen Erscheinungen für die Betrachtung zugänglich sind.

Wie wünschenswerth und wie erspriesslich für die Entwickelung des Menschengeschlechts würde es sein, wenn gerade die Volksschule ihre beengenden Räume für den Unterricht im Freien durchbrechen könnte! Aber es ist hier leider Sorge getragen, dass der Gesichtskreis des Elementarlehrers ja nicht über die Grenzen der vier Species und des Katechismus hinaus geht. Es wird ihm auf den Seminarien fast nichts geboten, was er für den Unterricht im Freien verwerthen könnte. Und wenn er auch wirklich durch Reste der Erinnerung vom Gymnasium oder durch eigene Studien seinen Horizont erweitert hätte, so wird aus andern Gründen daraus doch nicht viel werden. Der Landschullehrer braucht ja seine freien Nachmittage dringend,

um seinem Acker ein dürftiges Nahrungsmittel abzuringen, und der Stadtschullehrer muss dann Privatstunden geben, weil er mit seinem ordentlichen Gehalt sich und seine Familie nicht ernähren kann. Möchten sich diese Zustände bald ändern!

Leider hört man auch von Gymnasiallehrern das Wort: „Das fehlte noch, dass ich mit den Jungen meine freie Zeit vertrödele. Ich habe an Präpariren, Corrigiren und Stundengeben genug für eine menschliche Arbeitskraft zu thun, und wenn ich mich erholen soll durch neues Schulehalten, so danke ich bestens. Ueberdies ist mir das ganze Geschäft von jeher fremd gewesen. Da sollte man wohl noch von vorne anfangen zu lernen! Das fehlte noch!“ — Solchen ist zu erwiedern, dass, wer kein Herz für die Jugend und keine Lust an derselben hat, der hätte überhaupt von Anfang an vom ganzen Schulgeschäft seine Nase zurückhalten sollen, er wäre sicher in jedem andern Fache besser untergebracht als hier; und was das Lernen von vorne an betrifft, so giebt solches dem Leben gerade einen neuen Schwung, und wer so vollkommen fertig ist, dass er gar nichts mehr zu lernen hat, der kann jedem andern Menschen gründlich leid thun.

Von Seiten der Behörden ist bis jetzt, soviel mir bekannt ist, keine Anregung für den Unterricht im Freien ausgegangen, vielleicht ist derselbe nicht einmal besonders gewünscht, wenigstens dürften Fälle kaum vorliegen, wo Lehrer, welche sich in demselben als besonders tüchtig erwiesen haben, sich irgend wie einer Anerkennung oder Beförderung zu erfreuen gehabt hätten. — Ei nun! Personen und Richtungen in der Behördenwelt sind ja nicht unsterblich, unsterblich aber ist das Bildungsbedürfniss der Menschheit, und wenn solchem durch den Unterricht im Freien besonderes Genüge geschieht, so wird derselbe nicht untergehen; dem braven Lehrer und dem wahren Freunde der Jugend wird es aber eine Pflicht sein, die zu ihm führenden Bahnen so lange als möglich offen zu halten und dieselben nach Kräften noch zu erweitern.

Kleinere Mittheilungen.

Bemerkungen zu einigen Aufsätzen der Zeitschrift.

von Dr. Reidt in Hamm.

Sturm, Ueber einige Incorrectheiten etc. Jahrg. I., Heft 4. (S. 272.)

Ich möchte noch folgende Ausdrucksweisen hinzufügen, die ich nicht nur bei Schülern häufig, sondern auch gedruckt, zum Theil selbst in dieser Zeitschrift gefunden habe:

„Die Senkrechte auf einem Punkte", z. B. Perpendikel auf den Mitten der Sehnen, oder eine Senkrechte auf dem Endpunkt eines Radius, u. dgl. m. Eine Gerade steht nie senkrecht auf einem Punkte, sondern stets nur auf einer Linie.

„Berühren sich zwei Kreise, oder ein Kreis und eine Gerade nur in einem Punkt, so etc." Das „nur in einem" liegt in diesen Fällen schon im Berühren, oder der Gegensatz, zwei Kreise berühren sich in mehr als einem Punkt, den diese Ausdrucksweise voraussetzt, ist undenkbar. Die bei anderen Curven vorhandene Möglichkeit einer Berührung in zwei oder mehr Punkten kann hier schwerlich zur Rechtfertigung herangezogen werden.

Kober, Die Lehre vom Parallelogramm. Jahrg. I., Heft 6. (S. 469.)

Nicht nur die Lehrsätze und die Beweise, auch die Definitionen müssen sich genetisch entwickeln. Dahin gehört namentlich, dass keine Erklärung auftreten darf, ehe sich ihre Berechtigung nachweisen lässt. Bei dem Parallelogramme würde sich an die Sätze von den Winkeln (Kober § 2) anschliessen: Durch einen Winkel eines Parallelogramms sind die übrigen bestimmt. Ist einer derselben ein rechter, so sind alle rechte, ist einer schief, so sind alle schief. Daher kann man die Parallelogramme in rechtwinkelige und schiefwinkelige eintheilen. — An § 3 schliesst sich ebenso an: In einem Parallelogramme können auch die aneinanderliegenden Seiten gleich sein; dann sind alle vier Seiten gleich. Daher kann man die Parallelogramme in gleichseitige und ungleichseitige eintheilen. — Die Verbindung beider Eintheilungsweisen liefert dann die vier besonderen Arten des Parallelogramms.

Kober deutet dieses Verfahren zwar an, doch wäre wohl in einem Musterbeispiel genetischer Darstellung eine schärfere Hervor-

hebung zu wünschen gewesen, zumal selbst in sehr verbreiteten Lehrbüchern gegen das erwähnte Princip verstossen wird. So findet man, um unter vielen Beispielen eins zu erwähnen, am Anfange der Stereometrie meist die Definition: „Wenn eine gerade Linie eine Ebene so schneidet, dass sie auf allen durch ihren Fusspunkt in der Ebene gezogenen Geraden senkrecht steht, so heisst sie auf der Ebene senkrecht", und erst nachher den bekannten Lehrsatz, aus welchem die Möglichkeit solcher Linien hervorgeht. (Vergl. z. B. Kamblys Stereom. p. 2.) Es ist dies logisch ebensowenig gestattet, als dies etwa die Eintheilung der Dreiecke nach den Winkeln vor dem Satze von der Winkelsumme sein würde. Man kann kein Kind taufen, ehe es geboren ist*).

FRESENIUS, Die Lehre von der Congruenz der Dreiecke. Jahrg. II., Heft 1. (S. 1.)

Nicht mit Unrecht wird an der Euklid'schen Behandlungsweise der Congruenzlehre getadelt, dass einerseits die einzelnen Congruenzsätze durch andere auseinandergerissen, andererseits die Methode der Beweisführung eine ungleichartige sei. Die am genannten Orte mitgetheilte neue Fassung dieser Lehre erscheint mir jedoch desshalb nicht ohne Bedenken, weil die umfangreiche Vorbereitung derselben ziemlich tief in andere Parthien der Planimetrie eingreift, welche auf diese Weise in die Gefahr desselben Vorwurfs der zerstückelten Behandlungsweise gerathen dürften, die hier von der Congruenzlehre abgewendet werden soll. So ist es z. B. zwar richtig, dass die Sätze über die Lage einer Sehne gegen den Mittelpunkt ihrem inneren Wesen nach identisch sind mit den Sätzen über die symmetrischen Eigenschaften des gleichschenkeligen Dreiecks, aber dieselben sind doch in eine andere Beziehung gebracht, und es bleibt wünschenswerth, sie im Verein mit den anderen Sätzen desselben Beziehungskreises zu behandeln. Und wenn vielleicht von dem Standpunkt einer streng wissenschaftlichen Darstellung einer consequenten Durchführung desjenigen Princips das Wort geredet werden kann, welches die einzelnen Sätze nicht nach dem äusseren Object (Dreieck, Kreis, u. s. w.), sondern nach dem inneren Zusammenhang der an diesen Objecten untersuchten Beziehungen ordnet, so wird doch von didaktischem Standpunkt aus gerade die Wiederholung früherer Lehren an späterer Stelle und unter neuen Gesichtspunkten nicht gern entbehrt werden. Wo endlich sollen die Anwendungen, z. B. der Sätze von den Tangenten oder von den Peripheriewinkeln beim Kreise auf das reiche Gebiet der hierher gehörigen Aufgaben, wo z. B. die Dreiecks-Constructionen über gegebener Grundlinie und mit gegebenem Gegenwinkel derselben, u. dgl. m. ihre Stelle finden? Schwerlich in den Vorübungen zur Congruenzlehre. So würden wir also wohl dahin geführt werden, dieselben Sätze, oder doch die

*) Man findet alles dies trefflich bei Snell. D. Red.

Sätze und ihre nächstliegenden Folgerungen und Anwendungen an zwei ganz verschiedenen Stellen des Cursus zu behandeln, und die für die Congruenzlehre verlangte einheitliche Darstellungsweise ginge am anderen Orte verloren. Vielleicht lassen sich auch diese Schwierigkeiten durch einen grösseren Umbau des Systems heben; mindestens bequemer würde es aber sein, wenn man ohne so tiefgreifende Aenderungen das von Fresenius angestrebte Ziel erreichen könnte. Ich glaube, dass dies, wenigstens in hinreichendem Grade, recht wohl möglich ist; doch würde der Versuch dies durch eine wirkliche Ausführung nachzuweisen, die Grenzen dieser Bemerkungen überschreiten.

Ciala, Zu dem Aufsatze von J. Kober: Geometrische Grundbegriffe. Jahrg. 2; pg. 92.

Parallel und gleichgerichtet ist nicht identisch. Jede Gerade enthält zwei Richtungen, welche einander entgegengesetzt sind, und parallele Linien können daher nicht nur gleichgerichtet, sondern auch entgegengesetzt gerichtet sein. Beispiel: Winkel mit parallelen Schenkeln sind gleich, wenn die homologen Schenkel in beiden Paaren gleich-, oder wenn sie in beiden entgegengesetzt gerichtet sind, sie ergänzen sich zu zwei Rechten, wenn die des einen Paares gleichgerichtet, die des anderen entgegengesetzt gerichtet sind.

Materialien zu Schüleraufgaben.

1.

Ueber die Aufgabe: ein Dreieck aus seinen drei Mittellinien zu zeichnen.

Von G. Hellmann in Brieg.

Bei denjenigen Constructionsaufgaben, in denen Mittellinien (seitenhalbirende Transversalen) vorkommen, giebt man in Lehrbüchern der geometrischen Analysis gewöhnlich die Anleitung, durch Verlängerung einer derselben um sich selbst ein Parallelogramm zu bilden oder erinnert an das Verhältniss, unter welchem sich dieselben in einem Punkte schneiden.

So benützt man diese Winke auch bei der Construction eines Dreiecks aus seinen drei Mittellinien und erhält, wenn man durch den Halbirungspunkt einer Seite zu einer Mittellinie die Parallele zieht, ein Dreieck, welches die dritten Theile der Mittellinien zu Seiten hat, oder, indem man eine Mittellinie über den Schnittpunkt mit der zugehörigen Seite hinaus um ihren dritten Theil verlängert und den Endpunkt der verlängerten Strecke mit einem Endpunkte des Dreiecks verbindet, ein anderes Dreieck, dessen Seiten doppelt so gross als die des ersteren Hülfsdreiecks sind.

Wir wollen in Folgendem eine, soweit uns bekannt, neue Lösung obiger Aufgabe geben, die analog der Aufgabe, ein Dreieck aus seinen drei Höhen zu zeichnen, indem man aus den Höhen ein Dreieck zeichnet u. s. w., verfährt.

Bezeichnet man die den Seiten a, b, c zugehörigen Mittellinien entsprechend mit t_a, t_b, t_c, so bestehen bekanntlich die Systeme von Gleichungen

$$1. \begin{cases} a = \frac{2}{3} \sqrt{2(t_b^2 + t_c^2) - t_a^2} \\ b = \frac{2}{3} \sqrt{2(t_a^2 + t_c^2) - t_b^2} \\ c = \frac{2}{3} \sqrt{2(t_a^2 + t_b^2) - t_c^2} \end{cases}$$

und

$$2. \begin{cases} t_a = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2} \\ t_b = \frac{1}{2} \sqrt{2(a^2 + c^2) - b^2} \\ t_c = \frac{1}{2} \sqrt{2(a^2 + b^2) - c^2} \end{cases}$$

Man sieht, dass in den Gleichungen (1) die drei Mittellinien dieselbe Rolle spielen wie in den Gleichungen (2) die Seiten; lässt man daher die Mittellinien des Urdreiecks (mit den Seiten a, b, c) zu Seiten eines neuen Dreiecks mit den Mittellinien α, β, γ werden, so hat man gemäss (2)

$$3. \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{2(t_b^2 + t_c^2) - t_a^2} \\ \beta = \frac{1}{2} \sqrt{2(t_a^2 + t_c^2) - t_b^2} \\ \gamma = \frac{1}{2} \sqrt{2(t_a^2 + t_b^2) - t_c^2} \end{cases}$$

und hieraus in Verbindung mit (1)

$$4. \begin{cases} a : \alpha = 4 : 3 \\ b : \beta = 4 : 3 \\ c : \gamma = 4 : 3, \end{cases}$$

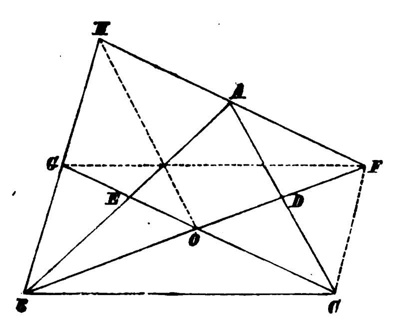
d. h. die Seiten jedes Dreiecks verhalten sich zu den entsprechenden Mittellinien desjenigen Dreiecks, welches die Mittellinien des ersteren zu Seiten hat, wie 4 : 3. —

Diese Relation zur Lösung obiger Aufgabe angewendet, giebt folgende Construction:

Man zeichne $\triangle ABC$ so, dass $BC = t_a$, $AC = t_b$, $AB = t_c$ wird, ziehe in demselben die Mittellinien BD, CE, die sich in O schnei-

den, verlängere dieselben bezüglich um *DO*, *EO* bis *F* und *G* und verbinde *F* mit *A*, *B* mit *G*, so schneiden sich ihre Verlängerungen in *H* und es ist △ *BFH* das gesuchte.

Den Beweis führt man geometrisch, indem man in dem gefundenen Dreiecke die beiden noch fehlenden Linien *FG*, *HO* zieht und mit Hülfe der Parallelogramme *BCFG*, *ACOH* zeigt, dass die Linien *BA*, *FG*, *HO* sowohl die gegebene Länge haben als auch die Mittellinien des gefundenen Dreiecks sind.



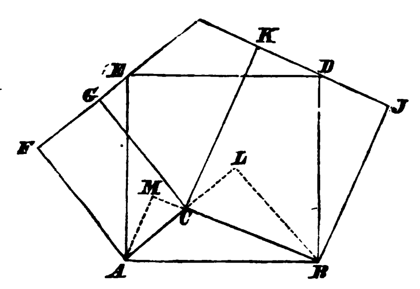
Zugleich ergiebt sich auch die Determination, dass die Summe (Differenz) je zweier Mittellinien grösser (kleiner) sein muss als die dritte. —

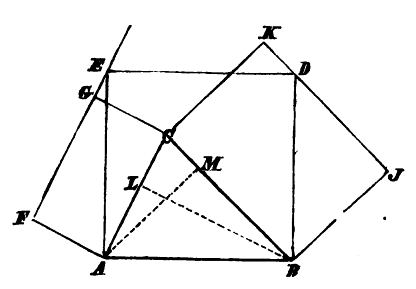
2.

Sätze, die sich an den Pythagoräischen Lehrsatz anschliessen.

Vom Gymnasiallehrer Th. Duda in Brieg.

Lehrsatz: Das Quadrat über einer Dreiecksseite ist gleich der Summe der Rechtecke aus je einer der beiden andern Seiten und der Projektion der ersten auf sie.





Vorauss. *ABDE* ein Quadrat, *FE* parallel *AC*, *JK* parallal *BC*, *ACGF* ein Rechteck, *CBJK* ein Rechteck, *AM* senkrecht auf *BC*, *BL* senkrecht auf *AC*.

Beweis: Nach dem Lehrsatz des Pappus ist

$$ABDE = ACGF + CBJK.$$

Es ist aber △ $AFE \cong ALB$, desgl. △ $BJD \cong BMA$,

folglich $\overline{AF} = \overline{AL}$ und $\overline{BJ} = \overline{BM}$, w. z. b. w.

Specielle Fälle:

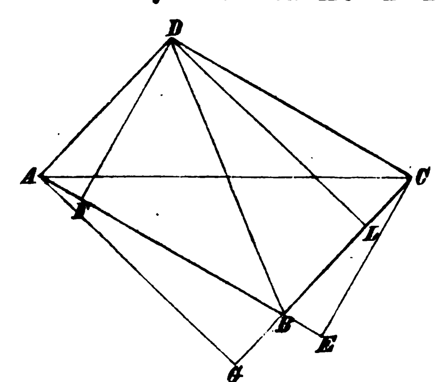
1. Ist $\angle ACB$ ein Rechter, so ist

$$\overline{AL} = \overline{AC}, \text{ und } \overline{BM} = \overline{BC}, \text{ folglich}$$
$$\overline{AB}_q = \overline{AC}_q + \overline{BC}_q.$$

Ebenso wird die Projection der AC auf die BC zu einem Punkte, so dass das Quadrat über $\overline{BC}$ gleich ist dem Rechteck aus $\overline{AB}$ und der Projection der $\overline{BC}$ auf sie.

2. Ist $\angle ACB$ stumpf, so ist $\overline{AL} > \overline{AC}$, und $\overline{BM} > \overline{BC}$, folglich können die Rechtecke $ACGF$ und $CBJK$ zerlegt werden in die Quadrate über $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ und in die Rechtecke je aus einer dieser Seiten und der Projection der andern auf sie.

3. Ist $\angle ACB$ spitz, so ist $\overline{AL} < \overline{AC}$, und $\overline{BM} < \overline{BC}$, folglich können die Rechtecke $ACGF$ und $CBJK$ ersetzt werden durch die Quadrate über $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$, vermindert um die Rechtecke je aus einer dieser Seiten und der Projection der andern auf sie.



(Den geometrischen Nachweis des Hilfssatzes, dass das Rechteck aus einer Dreiecksseite und der Projection einer zweiten auf sie gleich ist dem Rechteck aus der zweiten Seite und der Projection der erstern auf sie, setze ich, damit aus den Fällen 2. u. 3. die gebräuchlichen Lehrsätze abgeleitet werden, als bekannt voraus, obschon er in den meisten Lehrbüchern fehlt.)

Zusatz: Die Summe der Quadrate über den Seiten eines Parallelogramms ist gleich der Summe der Quadrate über den Diagonalen.

Vorauss. $ABCD$ ein Parallelogramm, $CDFE$ ein Rechteck, $ADLG$ ein Rechteck.

Beweis: Nach vorstehendem Lehrsatz ist

$$\overline{AC}_q = \text{R.}\,(\overline{CB}, \overline{CG}) + \text{R.}\,(\overline{AB}, \overline{AE})$$
$$\overline{BD}_q = \text{R.}\,(\overline{CB}, \overline{BL}) + \text{R.}\,(\overline{AB}, \overline{BF}) \text{ folglich}$$
$$\overline{AC}_q + \overline{BD}_q = \text{R.}\,(\overline{CB}, \overline{CG} + \overline{BL}) + \text{R.}\,(\overline{AB}, \overline{AE} + \overline{BF}).$$

Es ist aber $\overline{CG} + \overline{BL} = 2.\ \overline{CB}$,

desgleichen $\overline{AE} + \overline{BF} = 2.\ \overline{AB}$,

folglich $\overline{AC}_q + \overline{BD}_q = 2.\ \overline{AB}_q + 2.\ \overline{CB}_q$, w. z. b. w.

3.

Eine dem Schüler noch leicht zugängliche Lösung der Aufabe vom schiefen Wurf.

Von Prof. Dr. Fresenius in Frankfurt a/M.

Aufgaben dieser Art pflegen den Schülern besonders Freude zu machen, weil sie sich bei denselben besonders lebhaft die Anwendbarkeit ihrer theoretischen Kenntnisse vor Augen stellen können. Es tritt freilich hierbei der Missstand zu Tage, der ihnen auch nicht verhehlt werden darf, dass durch die für sie noch weitaus zu schwierige Inrechnungziehung des Luftwiderstandes das Resultat sehr stark modifizirt werden müsste. In der That werden die ohne Rücksicht auf den Widerstand des Mittels erlangten Ergebnisse praktisch ziemlich unbrauchbar. Das thut indess nichts. Für die Phantasie ist die Aufgabe immer noch interessant genug.

Nur kurz mögen aus der Lehre vom Fall und Wurf folgende Sätzchen der Wiedererinnerung empfohlen sein:

1. ein freifallender Körper, der in einem Zeittheilchen die Geschwindigkeit g erhält, hat nach t Zeittheilchen die Geschwindigkeit $c = tg$.

2. Der von ihm in t Zeittheilchen durchlaufene Raum $= s = \frac{t^2 g}{2}$ oder auch der bei der Endgeschwindigkeit c durchmessene Raum $= \frac{c^2}{2g}$

3. Ein mit c Geschwindigkeit senkrecht emporgeworfner Körper erreicht seinen höchsten Punkt in $\frac{c}{g}$ Zeittheilchen.

4. Die von ihm erreichte Höhe beträgt wiederum $\frac{c^2}{2g}$

5. Wird ein Körper unter dem Winkel ε gegen den Horizont emporgeworfen, so wird dessen Geschwindigkeit beim Beginn, die c heisse, in einen horizontalen Bestandtheil $h = c \cos \varepsilon$ und einen vertikalen $v = c \sin \varepsilon$ zu zerlegen sein.

6. Der vertikale v wird den Körper (nach 3) in $\frac{v}{g} = \frac{c \sin \varepsilon}{g}$ Zeittheilchen zum Gipfel fördern.

7. Von dort aus wird der Körper in ebensoviel Zeittheilchen wieder den Boden erreichen, also im Ganzen $\frac{2 c \sin \varepsilon}{g}$ Zeittheilchen lang schweben.

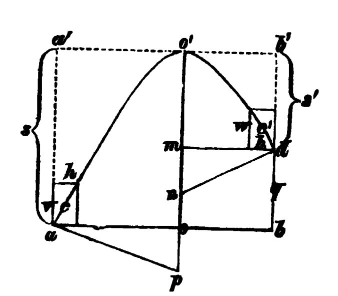
8. Während dieser Zeit wird der horizontale Bestandtheil der Bewegung, welche nur einer Kraft folgt, also als gleichmässige Bewegung in jedem folgenden Zeittheilchen denselben Raum wie im ersten, nämlich $h = c \cos \varepsilon$ zurücklegt, im Ganzen $\frac{2 c \sin \varepsilon}{g} . c \cos \varepsilon$ als Weg aufweisen.

9. Dieses, nämlich $\frac{2c^2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{g}$ ist in der That die Wurfweite $= L$, welche da endigt, wo der Körper die Horizontalebne, von der er emporgeworfen worden war, wieder erreicht hat. Sie verwandelt sich, da $2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon = \sin 2\varepsilon$, in $L = \frac{c^2}{g} \sin 2\varepsilon$ und erreicht für $2\varepsilon = 90^0$ oder $\varepsilon = 45^0$ ihr Maximum, während sie für $2\varepsilon = 90 \mp 2\varphi$ oder für $45 \mp \varphi$ dieselbe ist.

10. Umgekehrt ist $\sin 2\varepsilon = \frac{Lg}{c^2}$ oder $\varepsilon = \frac{1}{2} \, arc. \sin = \frac{Lg}{c^2}$ der zur Erreichung der Wurfweite L erforderliche Elevationswinkel.

Dieses leichte und bekannte Verfahren würde aber sogleich etwas verwickelter, wenn man annehmen wollte, dass der Punkt, an welchem der geworfene Körper wieder zum Boden gelangte, höher oder tiefer läge als der Ort, von welchem er abgeworfen wäre. Doch lässt sich auch dafür die Lösung dem Schüler noch zugänglich machen, sobald er, wie ja leicht geschehen kann, mit einer Eigenschaft der Parabel bekannt gemacht ist, — mit der nämlich, dass jede gegebne Parabel für alle ihre Punkte eine constante Subnormale hat.

Die nachfolgende Methode hat dadurch, dass sie auf diese gewöhnliche seitab gelassene Besonderheit der Parabel basirt ist, ihr eigenthümliches Interesse.



Es ist hier angenommen, der Ort, welcher vom Geschoss getroffen werden soll, läge über dem Orte, von welchem aus der Wurf geschieht, und zwar um die Höhe q. Der Fall, bei welchem er unterhalb liegt, lässt sich hernach ohne Schwierigkeit daraus ersehen. Vom Punkt a beginne, bei d endige der Wurf, c sei der Impuls des schief abgesandten Geschosses (d. h. der Weg für die Zeiteinheit), c' die entsprechende Grösse beim Aufschlagen desselben. c lässt sich demnach in v und h, den vertikalen und horizontalen Bestandtheil zerlegen. Ebenso hat c' zwei solche Bestandtheile. Nur ist dabei zu bemerken, dass (wie in 8.) h der horizontale Bestandtheil in beiden Fällen derselbe ist, der vertikale aber für den Ort des Aufschlagens ein andrer, nämlich $= w$ sein wird.

Zieht man auf die Anfangs- und Endrichtung der Parabel (d. h. auf die Tangenten an den Punkten a und d) Perpendikel, so erscheinen rechtwinklige Dreiecke aop und dmn, welche den entsprechenden cvh und $c'wh$ ähnlich sind.

Es folgt daraus $v : ao = h : op$ und

$$w : dm = h : mn.$$

Weil aber die Subtangenten op und mn einander gleich sind, ist $ao : dm = v : w$ oder da $dm = ob$,

$$ao : ab = v : v + w \quad \text{(I)}$$

Nun ist ao = halbe Wurfweite $= \frac{vh}{g}$ (wie in 8., wenn die einfachen Bezeichnungen statt der trigonometrischen gesetzt werden).

Dagegen ist die Wurfhöhe für den senkrechten Impuls bei a nun $= s = \frac{v^2}{2g}$ (4), oder für den senkrechten Impuls bei d ist die Fallhöhe $s' = \frac{w^2}{2g}$ (2)

Es ist aber $s' = s - q$ oder $\frac{w^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} - q$ giebt

$$w = \sqrt{v^2 - 2gq}.$$

Also heisst die Proportion (I) jetzt:

$$\frac{vh}{g} : ab = v : v + \sqrt{v^2 - 2gq} \quad \text{und} \quad \frac{ab}{h} = v + \sqrt{v^2 - 2gq}$$

Nennen wir $ab = L$, so entsteht:

$$\frac{L^2}{h^2} - \frac{2Lv}{h} + v^2 = v^2 - 2\,gq \quad \text{oder} \quad v = \frac{Lq}{2h} + \frac{qh}{L} \quad \text{(II)}$$

Nun lassen sich folgende Uebersetzungen vornehmen:

$$v = c \sin \varepsilon,\ h = c \cos \varepsilon,\ q = L \operatorname{tang} \alpha,$$

wenn ε der Elevationswinkel des Wurfs, α der Winkel ist, unter welchem die Höhe q von a aus erscheint.

Aus (II) folgt: $2\,vh - \frac{2h^2q}{L} = Lq$ und dies lautet nunmehr:

$$2\,c^2 \sin\varepsilon \cos\varepsilon - 2\,c^2 \cos^2\varepsilon \operatorname{tang}\alpha = Lq = c^2 (\sin 2\,\varepsilon - 2\cos^2\varepsilon \operatorname{tang}\alpha)$$

da aber $2\cos^2\varepsilon - 1 = \cos 2\,\varepsilon$ oder $2\cos^2\varepsilon = \cos 2\,\varepsilon + 1$,

so ist $Lg = c^2 (\sin 2\,\varepsilon - \cos 2\,\varepsilon \operatorname{tang}\alpha - \operatorname{tang}\alpha)$ oder

$$Lg = c^2 \left(\frac{\sin 2\,\varepsilon \cos\alpha - \cos 2\,\varepsilon \sin\alpha}{\cos\alpha} - \operatorname{tang}\alpha\right) = c^2 \left(\frac{\sin(2\,\varepsilon - \alpha)}{\cos\alpha} \operatorname{tang}\alpha\right)$$

also $\sin(2\,\varepsilon - \alpha) = \left(\frac{Lg}{c^2} + \frac{q}{L}\right) \cos\alpha$.

Man erkennt daraus, dass das Maximum dieses Ausdrucks für $\varepsilon = 45^0 + \frac{\alpha}{2}$ eintritt, sowie dass die Werthe für $2\,\varepsilon = 90 + \alpha \pm 2\,\varphi$ oder für $\varepsilon = 45 + \frac{\alpha}{2} \pm \varphi$ dieselben sind, d. h. dass man, wie früher beim einfacheren Fall dasselbe Ziel trifft, ob man einen um eine bestimmte Winkelgrösse kleineren oder grösseren Elevationswinkel wählt als der ist, bei welchem das Maximum der Wurfweite erreicht wird.

Zunächst ist die hier gefundne Formel indess nur bestimmt, bei gegebner horizontaler und vertikaler Entfernung eines Ziels, (voraus α zu wissen) und aus dem Impuls c den nöthigen Elevationswinkel zu finden.

4.

Zwei Schüler-Aufgaben.

Von Dr. Reidt in Hamm.

1. Der Talus oder Astragalos, eine Art Würfel der Alten (Knöchel von Thieren oder Nachbildungen derselben), hatte vier Längsseiten, welche bei dem Werfen bezüglich die Werthe 1, 6, 3, 4 besassen, während die Zahlen 2 und 5 nicht vorkamen. Wie viel verschiedene Würfe waren bei dem Spiele mit vier solchen Talis möglich, und welche?

Eine, wahrscheinlich von Sueton herrührende Nachricht über dieses Spiel findet sich in verschiedenen Excerpten, so *Schol. ad Plat. Lys.*p. 206 E.: *Παίζεται δὲ ἀστραγάλοις τέσσαρσιν, καὶ εἷς ἕκαστος ἀστράγαλος πτώσεις ἔχει τέσσαρας ἐξ ἑβδομάδος κατὰ ἀντίθετον συγκειμένας ὥσπερ ὁ κύβος. ἔχει δὲ ἀντικείμενα μονάδα καὶ ἑξάδα, εἶτα τριάδα καὶ τετράδα· ἡ γὰρ δυὰς καὶ πεντὰς ἐπὶ τῶν κύβων μόνων παραλαμβάνεται διὰ τὸ ἐκείνους ἐπιφανείας ἔχειν ἕξ. εἰσὶ δὲ αἱ σύμπασαι τῶν ἀστραγάλων πτώσεις ὁμοῦ τεσσάρων παραλαμβανομένων πέντε καὶ τριάκοντα*, etc. Vergl. J. Marquardt, Römische Privatalterthümer, 2. Abth. p. 431.

2. Alle zweizifferigen Zahlen zu finden, welche die Eigenschaft haben, dass ihr Verhältniss zu der durch Vertauschung ihrer (ungleichen) Ziffern entstehenden Zahl gleich dem Verhältniss zweier Zahlen p, q ist, welche beide einzifferig sind.

Die Summe $p + q$ ist stets gleich 11 und von den beiden Ziffern x, y der gesuchten Zahl ist die eine gleich $p - 1$, die andere gleich $q - 1$. Nur wenn $p - 1$ und $q - 1$ einen gemeinschaftlichen Theiler $n > 1$ haben (für $p = 4$, $q = 7$), sind auch $(p - 1) \cdot \frac{m}{n}$ und $(q - 1) \cdot \frac{m}{n}$, so lange beide nicht grösser als 9 sind, Ziffern einer der Aufgabe genügenden Zahl. Werden diese letzteren Fälle ausgeschlossen, so ist stets $x + y = 9$, daher sind auch beide Zahlen durch 9 theilbar. Die Erweiterung der Aufgabe auf dreizifferige Zahlen führt mit einer entsprechenden Ausnahme, wie vorher, zu folgenden Sätzen: Die Summe der Ziffern einer jeden der gesuchten Zahlen ist immer gleich 2. 9, die mittlere Ziffer ist 9, die Summe $p + q$ ist gleich 11, die beiden äusseren Ziffern stimmen mit den entsprechend für zweizifferige Zahlen gefundenen überein. — Die Untersuchung lässt sich leicht allgemein auf r zifferige Zahlen ausdehnen.

5.

Anhang.

Repertorium von Schüleraufgaben.

1. Einfacher Beweis der Relation $cotg.\ v_1 + cotg.\ v_2 + cotg.\ v_3 = 0$, (wo v_1, v_2, v_3, die nach derselben Richtung genommenen Winkel der nach den Seiten a, b, c gezogenen Schwerlinien t_1, t_2, t_3 sind) von Dr. Bermann (Liegnitz) Grun. Archiv 51. Hft. 4. S. 506. Vergl. Fasbender Archiv 49 und 51. S. 46 einfach bewiesen. Erweitert von Bretschneider 50. S. 103. Hackel 49. S. 346.

2. Ueber kleinere und grössere Berührungskreise aus dem Mittelpunkte der Dreiecksseiten beschrieben von Prof. Oehlschläger in Stuttgart Arch. 51. Hft. 4. S. 507. Uebungs-Aufgaben 1—8. Vergl. die Feuerbachschen und Spiekerschen Kreise Arch. 51. S. 10.

3. Mathem. Maturitäts-Prüfungsaufgaben am Seminar zu Eckernförde (s. D. A. Lehrer-Zeitung 1871. No. 20.)

Mathematik:

1. Wie heisst der trigonometrische Tangentensatz und wie wird er bewiesen?
2. Entwicklung einer Formel für die Wurzel aus einem Binom, dessen letzter Theil eine Wurzelgrösse ist: $\sqrt{129 + 57\sqrt{5}}$.

Rechnenaufgaben:

3. In einem Dreieck beträgt die Seite a 140 Fuss, b 98 Fuss und der von ihnen eingeschlossene Winkel $56^0\ 28'$. Wie gross sind die dritte Seite, die beiden andern Winkel und das Areal?
4. Jemand hat ein Fass Wein, das 100 Flaschen à $1\frac{1}{2}$ Thlr. enthält. Von diesem Wein zapft er eine Flasche ab und füllt das Fass wieder mit Wasser. Nachdem sich Wasser und Wein völlig vermischt haben, zapft er abermal eine Flasche ab, und ersetzt den Abgang wieder durch Wasser. Wie oft muss er dies wiederholen, wenn jede Flasche der Mischung nur 1 Thlr. werth sein soll?

Wodurch rechtfertigt sich die Unterscheidung „Mathematik und Rechenaufgaben?“ Vergl. Hft. 2 d. Z. S. 143.

Zu der Zeit als der Herausgeber dieser Zeitschrift auf einem K. Sächsischen Seminar sein gesetzliches Probejahr bestand (1855), wäre kein Zögling jenes Seminars (wahrscheinlich auch keiner der andern s. Seminarien) zur Lösung dieser mathematischen Aufgaben befähigt gewesen. Ist es jetzt in Sachsen besser? Vergl. die Einleitung zu der in Bd. I. d. Z. S. 509 besprochenen Trigonometrie für Seminarien v. Reinicke.

Literarische Berichte.

Helmes J., (Professor in Celle). Die Elementar-Mathematik nach den Bedürfnissen des Unterrichts streng wissenschaftlich dargestellt. 4. Band. Die Stereometrie und sphärische Trigonometrie. Hannover, Hahn'sche Hofbuchhandlung 1870. 26 Ngr.

Mit dem vorliegenden 4. Bande des in den Kreisen der Schulmänner mit grosser Anerkennung aufgenommenen Lehrbuchs der Elementar-Mathematik hat das Werk nun seinen Abschluss gefunden, nachdem der 1. Bd. in 2 Abtheilungen die Arithmetik und Algebra enthaltend 1864, der 2. Bd., die Planimetrie gleichfalls in 2 Abtheilungen in sich fassend, bereits 1862, und der 3. Bd., welcher die ebene Trigonometrie behandelt, ebenfalls 1864 erschienen ist.

Nach der Vorrede zum 1. Bd. hat sich der Verfasser die Aufgabe gestellt „die Forderungen strengster Wissenschaftlichkeit mit den Forderungen grösstmöglicher Fasslichkeit für die Jugend zu vereinen, den Inhalt aber auch fürs Leben möglichst brauchbar zu machen." Dieses Ziel suchte er zu erreichen „1. durch vollkommen organische Verbindung und Gliederung des Ganzen, wie des Einzelnen, 2. durch eine solche Einrichtung des Lehrganges, dass er die grösstmögliche Ursprünglichkeit und Unmittelbarkeit der Erkenntniss erzielt, den Fortgang vom Besondern zum Allgemeinen nimmt und ohne Unterlass die theoretische Kenntniss mit praktischer Uebung verbindet, 3. durch besondere Hervorhebung von Anwendungen der Wissenschaft aufs Leben, namentlich in der Aufstellung und Auflösung von Aufgaben."

Wer die 3 ersten Bände genauer durchzusehn Gelegenheit hatte, wird dem Referenten darin beistimmen, dass der Verfasser mit grossem Fleisse und mit Erfolg das gesteckte Ziel zu erreichen gesucht hat, so dass sich sein Werk den besten Lehrbüchern gleicher Art würdig anschliesst, und Referent freut sich, dass dasselbe Lob auch dem vorlieganden 4. Bande gebührt. Mehr als in den übrigen Theilen der Mathematik thut es ja bei der Stereometrie Noth eine bessere Verbindung und Gliederung des Materials anzustreben. Auf vielen Gymnasien war bis vor wenigen Jahren die Stereometrie aus dem mathematischen Unterrichte ganz verbannt, auf vielen andern wurde

sie nur oberflächlich gelehrt, während doch gerade sie für den Unterricht von so grosser Bedeutung ist, wie kein andrer Theil der Mathematik. Aus der bisherigen Vernachlässigung dieses Unterrichtszweiges und wohl auch aus dem Mangel an brauchbaren Mustern bei den Alten, denn als solches kann ja Euklid in seinen Elementen viel weniger gelten für die Stereometrie, als für die Planimetrie, erklärt es sich, dass der methodischen Durcharbeitung des Stoffes erst in neuerer Zeit mehr Aufmerksamkeit zugewendet worden ist. So hat denn das dem Unterrichte in der Stereometrie zu Grunde zu legende Material allerdings in der letzten Zeit eine wesentliche Umgestaltung erfahren; aber man begnügt sich nicht mehr, die Sätze durchzunehmen und eine Anzahl Rechenbeispiele über Inhaltsberechnung der Körper als Uebungsmaterial zu verwenden, sondern man zieht in den Kreis des Unterrichtes in ähnlicher Weise wie in der Planimetrie alle ebenen Raumformen, so hier die stereometrischen Gebilde mit herein. Und in dieser Beziehnng bietet das vorliegende Buch reichen Uebungsstoff, indem jedem Abschnitte zahlreiche Uebungsaufgaben (Sätze zum Beweisen und Aufgaben zum Lösen) angefügt sind.

Der Inhalt des ganzen Bandes zerfällt in 3 Theile, I. die Gestalten des Raumes, II. die Grössen des Raumes, III. die sphärische Trigonometrie.

I. Die Einleitung enthält Vorbemerkungen über die Bestimmung der Ebene und über die Lage der Geraden zur Ebene, ferner am Schluss wegen häufiger Anwendung die Wiederholung des § 280 aus der Arithmetik über die Vergleichung incommensurabler Grössen, dann folgen 4 Abschnitte, 1. Abschnitt über die Lage der geraden Linie zur Ebene in 3 Kapiteln, nämlich die senkrechte, parallele und schiefe Lage der geraden Linie gegen die Ebene behandelnd, woran sich in § 42 die Besprechung der sich kreuzenden (queren oder windschiefen) Linien anschliesst; der Anhang enthält 24 Uebungsaufgaben. Der 2. Abschnitt bespricht die Lagenbeziehungen zweier Ebenen gegen einander, und zwar handelt die Einleitung über Flächen- und Neigungswinkel und die 3 folgenden Kapitel von der senkrechten, parallelen und schrägen Lage der Ebenen gegeneinander, der Anhang von sich kreuzenden Linien und windschiefen Flächen. Daran schliessen sich 30 Uebungsaufgaben. Der 3. Abschnitt behandelt die körperlichen Ecken, und zwar in Kapitel 1 im allgemeinen, in Kapitel 2 die 3seitigen; die Begriffe Congruenz und Symmetrie werden genau erörtert und die rechtwinklige Ecke besprochen; 12 Uebungsaufgaben sind angefügt. Der 4. Abschnitt enthält die Körper, im 1. Kapitel Pyramiden und Kegel, im 2. Prismen und Cylinder, im 3. das Prismatoid, im 4. die Kugel, im 5. die Polyeder überhaupt und insbesondere die regelmässigen, mit 48 Uebungsaufgaben.

II. In der Einleitung werden die Begriffe von Inhalt und Oberfläche erörtert, dann einige Grundsätze aufgeführt, darauf folgt die Inhalts- und Oberflächenberechnung der Körper und zwar im 5. Ab-

schnitt der Polyeder sammt Kegel und Cylinder; Kap. 1 bespricht die prismatischen Körper, Kap. 2 die pyramidalen Körper, Kap. 3 das Prismatoid, Kap. 4 die Polyeder überhaupt, insbesondere die regelmässigen, woran sich 46 Uebungsaufgaben anschliessen; der 6. Abschnitt handelt von der Kugel, Kap. 1 von der Oberfläche, Kap. 2 vom Inhalte, mit 48 Uebungsaufgaben.

III. Der 7. Abschnitt enthält die Auflösung des rechtwinkligen, gleichschenkligen und gleichseitigen sphärischen Dreiecks und im Anhange die Anwendung der sphärischen Trigonometrie auf die regelmässigen Körper, mit 26 Uebungsaufgaben; endlich der 8. Abschnitt die Auflösung des schiefwinkligen sphärischen Dreiecks und zwar *A* die Ableitung der 5 Stammgleichungen, *B* die vollständige Auflösung für alle 6 Fälle, *C* die Flächeninhaltsbestimmung des sphärischen Dreiecks mit 13 Uebungsaufgaben. Die Uebungsaufgaben sind theils solche, welche sich auf die Lage der Raumformen zu einander beziehen, theils sind sie rechnender Art, und ist den Zahlenbeispielen immer das Resultat angefügt.

Schon aus dieser Inhaltsangabe ist ersichtlich, dass das grosse Material in guter Ordnung zusammengestellt ist; welche Fülle von Stoff aber in dem Werke verarbeitet wurde, kann man nur bei einer genaueren Durchsicht beurtheilen; dann fühlt man sich aber auch versucht das „zu viel“ zu bemängeln, jedenfalls muss bei der Benutzung des Buches für den Gymnasialunterricht bei der Kürze der dafür bestimmten Zeit nicht weniges weggelassen werden. Die Beweise der Sätze sind sämmtlich streng durchgeführt, häufig werden sogar verschiedne Beweisformen desselben Satzes angeführt; namentlich aber finden sich bei allen wichtigeren Sätzen historische Bemerkungen, welche von der grossen Belesenheit des Verf. Zeugniss geben. Diese Notizen erstrecken sich nicht blos auf die alten Mathematiker, unter denen besonders Euklid und seine Darstellung und Beweise der Sätze häufig angeführt werden, sondern auch auf die neueren, und hat der Verfasser auch die neusten Lehrbücher der bessern Art gründlich durchgearbeitet, so Aschenborn, Baltzer, Heis, Koppe, Wittstein etc.

Die Benutzung des Buches ist dadurch erleichtert, dass die wichtigeren Sätze in grösseren Lettern und überall die Hauptsachen gesperrt gedruckt sind, während ergänzende Bemerkungen, ferner liegende Sätze etc. kleinere Lettern haben; auch sind die nöthigen Figuren überall in den Text eingefügt.

Der Druck selbst ist fast correct trotz einer grossen Anzahl von Formeln und Zahlenbeispielen. Ausser den im Fehlerverzeichnisse angeführten Druckfehlern sind dem Referenten noch folgende aufgestossen:

Seite	7 Zeile	7	von oben lies	§ 24 statt	§ 23
-	9 -	7	- - -	denselben statt	dieselben
-	11 -	10	- unten -	dieser statt	diesen
-	38 -	3	- - -	in -	an

Seite 39	Zeile 1	von oben	lies	,	statt	;	
- 42	- 16	- unten	streiche „recht“ zu Anfange der Zeile				
- 47	- 9	- oben	lies	$P'q$	statt	Pq	
- 55	- 22	-	-	ist Citat § 269. 1 unverständlich			
- 59	- 3	- unten	lies	ἕδρα	statt	ἔδρα	
- 61	- 7	-	-	-	OBC	-	OBC'
- 79	- 2	- oben	-	Fig. 72	-	Fig. 73	
- 106	- 4	-	-	-	d	-	c
- 149	- 8	-	-	-	Eudoxus	-	Eudaxus.

Bei dem grossen Umfange des verarbeiteten Materials darf es nicht befremden, dass hie und da eine Ungenauigkeit sich vorfindet, oder dass die Anordnung und Behandlung des Stoffes verschiedene Auffassungen zulässt. In diesem Sinne mögen die folgenden Bemerkungen über Einzelnes, was Referent anders wünschte, aufgefasst werden.

Einleitung. § 3 sind 2—4 Folge von 1, konnten daher mit 1 etwa durch ein „folglich auch“ verknüpft werden.

1. Abschnitt. § 43 No. 14 ist in dieser Allgemeinheit nicht richtig; wenn 2 Winkel gleich sind und ein paar Schenkel parallel haben, brauchen die andern Schenkel nicht auch parallel zu sein.

Warum 20 u. 22 nach dem Fehlerverzeichnisse ausfallen sollen, ist nicht klar, da beide Aufgaben mit Hülfe der bis dahin behandelten Sätze sich einfach lösen lassen.

2. Abschnitt. § 44. Es erscheint nicht entsprechend, da der Winkel zweier Geraden (Pl. § 11) als deren Richtungsunterschied definiert ist, den Flächenwinkel als einen der 4 Theile des unendlichen Raumes zu erklären, welche zwischen der Kante und zwischen je 2 Flügeln der sich schneidenden Ebenen liegen. Auch dürfte das Wort Scheitel für Kante nicht gut gewählt sein, da Scheitel bis dahin einen Punkt bezeichnet.

§ 47. Der Folgesatz, dass zwei Flächenwinkel sich wie ihre Neigungswinkel verhalten, ist bei seiner Wichtigkeit doch wohl im Beweise etwas zu kurz gekommen, wenn es blos heisst: „denn es ist offenbar, dass die Flächen- und zugehörigen Neigungswinkel zugleich Null werden und gleichen Zu- oder Abnahmen des einen gleiche Zu- oder Abnahmen des andern entsprechen.“

§ 66 u. 67. Eine gerade Linie (Ebene) macht mit parallelen Ebenen gleiche Neigungswinkel. Es wäre wohl gut gewesen die Umkehrungen der beiden Sätze mit anzuführen, da sie nur mit Beschränkung richtig sind und doch bei den Schülern die Neigung sich findet, sie ohne weiteres zu bilden.

§ 79. Der Uebungssatz 3 ist schon in § 49 Anmerkung bewiesen.

3. Abschnitt. § 80 Folgesatz 2. Die Bemerkung: „Es ist nicht nachzuahmen eine Ecke mit lauter concaven Winkeln eine convexe Ecke zu nennen, d. h. den Standpunct der Betrachtung ausserhalb dieser Ecke zu verlegen,“ gehört nicht in den Context.

§ 81. Warum die Scheitelecke besser Gegenecke heissen soll, ist nicht ersichtlich, zumal in § 149 für sphärische Dreiecke zwischen Scheiteldreieck und Gegendreieck unterschieden wird. Die Scheitelecke entspricht dem Scheitelwinkel in der Planimetrie.

§ 82 u. 83 sind die Seiten der körperlichen Ecke nicht als ebene Winkel bezeichnet, der Scheitel 0 steht immer voran, was nicht bequem erscheint, obgleich es sich hier nicht um die Grösse der ebenen Winkel, sondern nur um die Lage der betreffenden Ebenen handelt.

§ 87. Das $\Sigma < n. 2 R$, braucht nicht als Folgerung von § 44. 5 hingestellt zu werden, es folgt ja unmittelbar, weil vorangeht, dass $S' + \Sigma = n. 2 R$.

§ 99. Die Congruenzsätze für körperliche Dreiecke würden besser in der Folge 3, 4, 1, 2 stehn, im Anschluss an die Planimetrie.

4. Abschnitt. § 103. Die Betrachtung der Körper beginnt mit Pyramide u. Kegel, während im 2. Theil Abschnitt 5 mit der Berechnung der prismatischen Körper anfängt.

§ 105. Beim Beweise ist nicht nöthig $\triangle\, Oap \sim OAP$ zu setzen, die Proportionen folgen ja unmittelbar aus $ap \nparallel AP$.

§ 114. Beim Beweise ist Pl. § 271. 7 benutzt, d. h. ein Uebungssatz.

§ 115. Die unbequeme Form der Erklärung vom Wechselschnitt des Kegels lässt sich leicht vermeiden, wenn cd als antiparallel AB bezeichnet wird.

§ 128. In der Recension des vorliegenden Buches, welche das Centralblatt von Zarncke 1871 No. 19 pag. 488 ff. enthält, wird mit Recht darauf hingewiesen, dass schon Director August im Programm des Cöln. Realgymn. zu Berl. 1849 das Prismatoid unter dem Namen Trapezoidalkörper behandelt hat.

§ 165 Anmerkung 1. Der allgemeine Beweis, dass es nur 5 reguläre Körper giebt, und die nähere Bestimmung derselben ist übersichtlich in Heis Stereometrie § 39.

§ 166. Die Bemerkung am Schluss von pag. 139, es sei umständlich zu beweisen, wenn man das regelmässige Dodekaeder aus 2 Netzen von je 6 regulären 5 Ecken construiren wollte, dass diese beiden Hälften sich passend in einanderfügen, trifft nicht zu. Wird nämlich Fig. 106 etwas übersichtlicher construirt, so nämlich, dass um ein reguläres Fünfeck in der Mitte sich 5 andere herumlegen, so lässt sich durch den Hülfssatz zu Anfange der Seite 139 leicht beweisen, dass die Randkanten des so gebildeten Netzes paarweis einen Winkel von $\frac{4}{5} R$ bilden.

§ 170. Die Aufgaben 2 und 3 sind nicht zu trennen, wer 2^a auch auf 2^b ausdehnen will, muss ja den Satz 3 ohne weiteres finden.

5. Abschnitt. §. 174—179 enthalten die Inhaltsberechnung der Parallelepipeda. Um die hierhergehörigen Sätze ganz in ent-

sprechender Folge wie die Sätze über die Inhaltsberechnung der Parallelogramme aufzustellen, ist die Darstellung ohne Noth weitläufig geworden. Einfacher wird dieselbe, wenn man folgende Sätze aneinanderreiht: Ein schiefes Parallelepipedon ist gleich einem senkrechten über derselben Grundfläche und von gleicher Höhe, 2 senkrechte Parallelep. über derselben Grundfläche verhalten sich wie die Höhen, 2 rechtwinklige Parallelep. verhalten sich wie die Producte der Masszahlen (Längenzahlen) von 3 in einer Ecke zusammenstossenden Kanten, der Inhalt eines Parallelep. ist gleich dem so vielfachen Würfel über der Längeneinheit als Kante, wie das Product der Masszahlen von Grundfläche und Höhe angiebt, wobei zu zeigen, dass jedes schiefe Parallelep. sich in ein rechtwinkliges verwandeln lässt, welches zu drei in einer Ecke zusammenstossenden Kanten die Höhe des schiefen, eine Grundkante und die dieser zugehörige Höhe der Grundfläche hat. Die andern Sätze über Verhältnisse von Parallelep. ergeben sich dann als specielle Fälle des letzten Hauptsatzes.

§ 178 u. 179 ist der Ausdruck der Sätze etwas schwerfällig.

6. Abschnitt. § 150 etc. Unter den Sätzen über sphärische Dreiecke vermisst man ungern folgende wegen ihrer Beziehung zu den Neperschen Analogien.

In jedem sphärischen Dreieck ist die Summe zweier Winkel kleiner als der um 2 R vermehrte dritte Winkel, ein Aussenwinkel ist kleiner als die Summe und grösser als die Differenz der beiden Gegenwinkel, die Summe von zwei Seiten und die Summe der beiden Gegenwinkel ist zugleich entweder grösser, oder ebensogross, oder kleiner als 180^0.

7. Abschnitt. § 242. Die sphärische Trigonometrie geht vom rechtwinkligen Dreiecke aus. Dies ist zwar entsprechend dem in der ebenen Trigonometrie vom Verfasser eingehaltenen Gange, macht aber in beiden Fällen die Entwicklung sehr weitläufig und hält beim Unterrichte ohne Noth auf.

Wie man für die Ableitung der Formeln, welche zur Berechnung der ebenen Dreiecke dienen, den Satz zu Grunde legen kann $a = b \cos c + c \cos b$, so in der sphärischen Trigonometrie den verwandten Satz $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$, welcher sich leicht allgemein beweisen lässt. Die Formeln für das rechtwinklige Dreieck ergeben sich dann als besondere Fälle.

Verfasser betont zwar die Herleitung des allgemeinen aus dem speciellen, als besonders wichtig für den Unterricht; man kann aber auch in Verfolgung dieses Princips, das ja im Ganzen anzuerkennen ist, zu weit gehen, und jedenfalls ist es ganz gut, um Einseitigkeit und Einförmigkeit zu vermeiden, auch einmal den umgekehrten Weg einzuschlagen, zumal wenn die Ableitung einfach ist und Zeit gespart wird.

§ 269. Wenn auch aus der Darstellung leicht zu ersehn, was ϱ bedeutet, so konnte der Werth davon doch angeführt sein, wie es ja auch in § 270 mit P geschieht.

Dies sind die Bemerkungen, welche sich dem Referenten bei Durchsicht des Buches aufgedrängt haben.

Es bleibt nun noch übrig auf einige Puncte einzugehn, die in der Vorrede vom Verfasser erörtert werden und das Methodische des mathematischen Unterrichts betreffen.

Auf Seite IV heisst es: „Nicht, oder ja nicht zu früh und zu viel fertige Modelle oder stereoskopische Anschauungen! Zeichnen und wieder Zeichnen (auch wohl eigenes Anfertigen von Modellen), das ist das echte und rechte und das unerlässlichste und fruchtbarste Hülfsmittel des stereometrischen Unterrichts." Referent stimmt diesen Forderungen bei bis auf das „nicht oder ja nicht zu früh." Nach seinen Erfahrungen ist bei Gymnasiasten, selbst Primanern, zu Anfange des stereometrischen Unterrichts das Anschauungsvermögen meist nicht so ausgebildet, wie es zum schnellen Auffassen der stereometrischen Gebilde erforderlich ist; und doch ist es unerlässlich, dass die Schüler von vorn herein eine klare Anschauung erhalten, weil ihnen sonst leicht die ganze Stereometrie unverständlich bleibt. Der Grund für diese Erscheinung liegt einmal darin, dass der Zeichenunterricht auf den Gymnasien im ganzen doch unzureichend ist, dann aber namentlich darin, dass in Folge des neuen Reglements der naturgeschichtliche Unterricht auf den Gymnasien immer mehr zurücktritt, der Vortheil und die Stütze also verloren gehen, welche die Bildung des Anschauungsvermögens durch denselben auch dem mathematischen und namentlich stereometrischen Unterrichte gewährt. Darum erscheint es gerade für den Anfang durchaus erforderlich die Zeichnung der zu behandelnden Raumformen durch Modelle zu veranschaulichen; später, wenn die Schüler sich in den Unterricht hineingefunden haben, mögen die Modelle immer seltener werden und endlich ganz wegfallen. Auf Realschulen, wo sowohl der Zeichen- als naturgeschichtliche Unterricht eine andere Stellung einnimmt, wird man die Modelle meist entbehren können.

Pag. V verwirft Verfasser die Anwendung des Cavalierischen Satzes auf Ableitung der Formeln für den Inhalt der Körper, weil dieser elementar nicht zu erweisen sei, und ist dadurch zu manchen weitläufigen Deductionen genöthigt worden, welche die angewendete Exhaustionsmethode der Alten mit sich bringt. Referent schliesst sich den Bemerkungen an, welche in Bezug auf diesen Punkt in der schon oben angeführten Recension im Centralblatt pag. 484 f. sich finden, indem er hinzufügt, dass nach seiner Erfahrung gerade die Inhaltsberechnung der Körper nach diesem Satze und die damit verbundenen Grenzbestimmungen von seinen Schülern mit Interesse und Verständniss verfolgt werden.

Pag. VII sagt Verfasser: „Bei allen Aufgaben habe ich hier vor allen Dingen die Absicht verfolgt L u s t d u r c h L e i c h t i g k e i t zu wecken," und führt dann die Worte aus dem Programm des Archigymnasiums zu Soest 1866 pg. 12 an, in denen gesagt wird, dass unter den Aufgaben für Abiturienten, wie sie in den Pro-

grammen verzeichnet zu werden pflegen, sich häufig viel zu schwere vorfinden.

Diese Verzeichnisse dürften doch wohl nicht ohne weiteres als Anhalt dienen zu beurtheilen, ob eine Aufgabe leicht oder schwer ist, da ja nicht mit angegeben ist, in wie weit durch den Unterricht und namentlich durch das in Prima verarbeitete Uebungsmaterial die Lösung den Abiturienten näher gebracht worden. Sonst wird ja jeder verständige Lehrer mit leichten Aufgaben im Unterrichte beginnen, wird aber auch schwerere stellen müssen, um seinen Schülern Gelegenheit zu geben ihre Kräfte zu prüfen.

Ebenso auf Seite VII u. f. verwirft Verfasser den Gebrauch der 5stelligen Logarithmentafeln, indem er für die 7stelligen eintritt, und bestreitet, dass ein wesentlicher Gewinn an Zeit durch sie erzielt werde.

Referent benutzt seit 6 Jahren die 5stelligen Tafeln von Wittstein für den Unterricht, während vorher 7stellige im Gebrauch waren. Dass sich in den ersteren die Schüler viel leichter orientieren, dass sie viel schneller mit dem Aufschlagen der Logarithmen fertig werden, dass sie auch an Zeit beim Schreiben sparen, ist ihm dabei unzweifelhaft geworden. Da nun die 7stelligen Tafeln doch auch nur Näherungswerthe geben, wenngleich einen Grad schärfer als die 5stelligen, da ferner selbst Physiker bei den meisten Rechnungen mit 4stelligen Logarithmen ausreichen (Referent hat eine Tafel solcher Logarithmen, welche er der Güte des Herrn Geh. Hofrath Prof. Dr. Hankel in Leipzig verdankt, dieselbe nimmt nur 2 grosse Octavseiten ein), so ist nicht abzusehn, warum die Schüler mit 7stelligen Tafeln gequält werden sollen.

Wenn im vorstehenden Referent in Bezug auf manche Ausführungen des Verfassers seine abweichende Ansicht nicht zurückgehalten, auch einzelnes, was ihm verfehlt scheint, unumwunden hervorgehoben hat, so sollen doch diese Bemerkungen dem Lobe, welches das Buch verdient, keinen Abbruch thun, vielmehr soll zum Schluss das günstige Urtheil über das vorliegende Buch noch einmal dahin zusammengefasst werden, dass es mit grossem Fleisse und mit Sachkenntniss geschrieben ist, so dass auch dieser 4. Band, wie die früheren, den Lehrern der Mathematik zur Benutzung auf das wärmste empfehlen werden kann.

Auch die buchhändlerische Ausstattung ist, abgesehn von dem vielleicht absichtlich gewählten etwas grauen Papiere, zu loben.

SCHULPFORTA. BUCHBINDER.

Lehrbücher zur Einführung in die darstellende Geometrie.

I. Butz, W., Oberl. an der Realschule 1. O. zu Elbing. Anfangsgründe der darstellenden Geometrie, der Axonometrie, der Linear-Perspective und der Schattenconstruction für den Schul- und Selbst-Unterricht. Essen, bei G. D. Baedeker, 1870. 24 Ngr.

II. Brennecke, Dr. Dir. der Realschule zu Posen. Einführung in das Studium der darstellenden Geometrie. (Ergänzung zu jedem Lehrbuche der elementaren Stereometrie.) Berlin 1869. Verlag von Th. Chr. Fr. Enslin. 20 Ngr.

III. Scherling, Chr., Prof. am Catharineum in Lübeck. Vorschule und Anfangsgründe der descriptiven Geometrie. Ein Cursus für die Secunda einer Realschule erster Ordnung. Hannover 1870, Hahn'sche Hofbuchhandlung. 21 Ngr.

Die Bemerkung, dass die Unterrichts- und Prüfungs-Ordnung der preussischen Realschulen vom 6. October 1859, so weit sie die darstellende Geometrie betrifft, im Allgemeinen nicht genügend beachtet wird, hat den Verfassern der beiden ersten unter den oben genannten Lehrbüchern zu deren Abfassung Veranlassung gegeben. Die Art und Weise jedoch, wie sie damit zur grösseren Verbreitung dieser vernachlässigten Wissenschaft beizutragen suchen, ist eine sehr verschiedene.

Herr Dr. Brennecke gibt in seiner Einleitung den Wortlaut der die darstellende Geometrie betreffenden Stelle der erwähnten Unterrichtsordnung:

„Wie das Eingreifen der Mathematik in die Naturwissenschaften den Schülern gegenwärtig zu erhalten ist, so auch ihr Zusammenhang mit einem rationellen Verfahren beim Zeichnen. Auf der Realschule müssen deshalb auch die Hauptsätze der beschreibenden Geometrie, Schattenconstruction und Perspective in Anschluss an die Stereometrie durchgenommen werden."

Obgleich Herr Dr. Brennecke diese Stelle an die Spitze seines Schriftchens stellt, gibt er doch nur sehr wenig von dem, was hier verlangt wird, während Herr Butz dieser Forderung, freilich in seiner Art, in ihrem ganzen Umfange zu genügen strebt. Referent sieht sich darum veranlasst, mit der Besprechung des Buches dieses letztgenannten Autors zu beginnen.

I. Da der Verfasser in seiner Vorrede seine Fachgenossen auffordert, ihn auf Mängel und wünschenswerthe zweckmässige Aenderungen aufmerksam zu machen, und ein erster flüchtiger Ueberblick über das ganze Werkchen bei dem Referenten die Ueberzeugung erweckte, dass dasselbe jedenfalls eine eingehende Berücksichtigung verdiene, so hat sich Referent die Mühe nicht verdriessen lassen,

dem Wunsche des Verfassers in vollem Masse gerecht zu werden. Gestehen muss er jedoch, dass ihm dies nicht leicht geworden, da ihm auf jeder Seite die fettgedruckten Worte: Lehrsatz, Beweis, Erklärung und andere Symbole der lächerlichsten Pedanterie, die jemals zu Ansehen gekommen ist, entgegenstarrten. Doch die Methode ist im Grunde nur von untergeordneter Wichtigkeit: die Hauptsache bleibt der Inhalt, und das Lehrbuch von Herrn Butz verdient seines Inhalts wegen Beachtung, weil es wohl das einzige ist, welches den Schüler mit den sämmtlichen Methoden der darstellenden Geometrie bekannt macht, ohne dabei die Gränzen zu überschreiten, welche auf der Realschulstufe nothwendig eingehalten werden müssen. Auch empfiehlt es sich als Schulbuch noch besonders durch den im Verhältniss zu ähnlichen Büchern geringen Preis.

Wenn nun aber auch das Unternehmen des Verfassers als ein sehr verdienstliches anerkannt werden muss, so kann sich Referent mit der Ausführung weder im Ganzen noch im Einzelnen einverstanden erklären, so dass er fürchten muss mehr Mängel zur Besprechung zu bringen, als der Verfasser zu verbessern geneigt sein dürfte. Denn dazu würde eine gänzliche Umarbeitung erforderlich sein. Der Verfasser hat in erster Linie — und das ist der Grundfehler, an dem das ganze Buch krankt — ausser Acht gelassen, dass es sich bei der darstellenden Geometrie, auch in ihrer allgemeinsten Bedeutung, nur um die Darstellung räumlicher Gegenstände durch Zeichnung handelt, und dass alle Rechnungen und der ganze Apparat trigonometrischer Formeln ganz und gar nichts mit ihr zu thun haben. Statt dieses klaren Zieles der darstellenden Geometrie steckt sich der Verfasser ein sehr unklares pädagogisches, welches er in der Vorrede in folgenden Worten auszusprechen versucht:

„Dass die Unterrichts- und Prüfungs-Ordnung der Realschulen vom 6. October 1859 bestimmt, es sollen auf den Realschulen die Elemente der beschreibenden Geometrie durchgenommen werden, ist mit Dank anzuerkennen, nicht allein aus dem Grunde, dass den Schülern der Zusammenhang mit der Mathematik mit einem rationellen Verfahren beim Zeichnen gegenwärtig erhalten werde, obgleich ich diesen Nutzen keineswegs gering anschlage, sondern — und darauf lege ich ein besonderes Gewicht — weil durch diese Lehren dem geometrischen Unterrichte ein neues Moment seiner bildenden Kraft erwächst, indem die den Schülern bereits bekannten geometrischen Lehren in neue Beziehungen zu einander treten, neue Resultate liefern, und von einem andern Standpunkte betrachtet in einem neuen Lichte erscheinen."

„Dieser Gewinn für die Durchbildung des jugendlichen Geistes erscheint mir so gross, dass er meines Erachtens alle practischen Vortheile überragt."

Referent muss gestehen, dass es ihm beim besten Willen nicht gelungen ist, in der darstellenden Geometrie den Standpunkt heraus-

zufinden, von dem die alten Lehren in diesem neuen Lichte erscheinen, oder überhaupt nur eine Spur von diesem merkwürdigen Lichte wahrzunehmen.

Ebenso wenig kann er begreifen, in wiefern in der blossen Erweiterung des Wissens, namentlich mathematischen Wissens, ein so grosser Gewinn für die „Durchbildung des jugendlichen Geistes" liegen soll. Im Gegentheil kann er der Mathematik als Wissenschaft*) nur insofern bildende Kraft zuerkennen, als sie den Schüler zur Lösung practischer Probleme befähigt. Bleibt sie todtes Wissen, so hat sie weniger als gar keinen Werth. Wird aber der Schüler in den Stand gesetzt, sie anzuwenden auf Probleme, die sein Interesse erwecken, so wird er zu geistiger Selbstthätigkeit und zum Nachdenken angeregt, und darin liegt ihr grösster, wo nicht einziger Werth als Bildungsmittel. Die darstellende Geometrie insbesondere hat aber noch den Nutzen, dass sie den Schüler zwingt, sich stets seinen Gegenstand anschaulich klar vorzustellen, wodurch die Vorstellungskraft und die Gedankenconcentration**) in einem Grade geübt werden, der auf andere Art kaum zu erreichen ist.

Will man demnach die darstellende Geometrie als Bildungsmittel betrachten, so wird sie sich als ein um so vorzüglicheres erweisen, je mehr sie mit Rücksicht auf ihre practischen Zwecke betrieben, und je mehr alles ferne gehalten wird, was diesen Zwecken fremd, oder für ihre Erreichung überflüssig ist. Nicht als Wissenschaft, sondern als eine Kunst muss sie vorgetragen werden, wenn man bildende Kraft von ihr erwartet.

Herr Butz will zwar auch in der darstellenden Geometrie „die geometrischen Lehren in möglichst vielseitige Anwendung bringen", weniger aber, um dadurch den Schüler zur selbständigen practischen Verwerthung derselben zu befähigen, als vielmehr, um dadurch diese Lehren in neuem Lichte erscheinen zu lassen.

Immerhin muss Referent sich mit dem Schlussergebniss der pädagogischen Auseinandersetzungen des Verfassers vollkommen einverstanden erklären, nämlich dem, der Unterricht in der darstellenden Geometrie müsse auf der Realschulstufe so betrieben werden, „dass der Schüler ausser dem Gewinne der formalen Bildung auch eine möglichst klare Vorstellung von den einzelnen Methoden empfange." Weil aber der Verfasser den Gewinn für die formale Bildung überall sucht ausser da, wo er wirklich liegt, füllt er fast den grösseren Theil seines Buches mit sehr viel Ueberflüssigem aus allen möglichen Gebieten der elementaren Mathematik an, und vergisst darüber so viel Wesentliches, dass er die Hauptaufgabe, näm-

---

*) Von dem Werthe eines guten Mathematikunterrichts für die Bildung eines guten Styles darf ich wohl hier absehen.

**) Auch die Fähigkeit „lange an einander zu denken", in welcher Flattich und Bahnsen (Charakterologie I. p. 14) das eigentliche Talent zur Mathematik erkennen.

lich dem Schüler eine möglichst klare Vorstellung von den einzelnen Methoden beizubringen, nur sehr nothdürftig erfüllt, und eben darum dem Schüler auch nur ein sehr zweifelhafter Gewinn für seine Bildung erwächst. Jede einzelne Methode müsste wenigstens mit solcher Gründlichkeit dargestellt sein, dass der Schüler dadurch in Stand gesetzt wird, sich ihrer auch auf sichere Weise zu bedienen. Eine blos oberflächliche Kenntniss einer Methode, die sich schon bei den einfachsten Anwendungen als unzulänglich erweisen muss, hat doch wahrlich keinen Werth. Nichts ist schlimmer für die jugendlichen Geister, als wenn man ihnen gar zu vielerlei beibringen will, aus Mangel an Zeit aber ihnen von Allem nur was Halbes bringt.

Leider hat der Verfasser, eben weil er zu vieles bringen wollte, nur was Halbes gebracht. Namentlich vermisst Referent die so nothwendige Gründlichkeit in der eigentlichen descriptiven Geometrie, und er bedauert dies um so mehr, als dieselbe mit kaum halb so viel Aufwand hätte erreicht werden können, als der Verfasser ganz unnöthiger Weise auf die Begründung der Axonometrie verwendet hat.

Das erste Kapitel, welches von der „Darstellung der Raumgebilde" handelt, gibt dem Referenten nur zu der Bemerkung Veranlassung, dass hier die Spuren der Geraden nicht dieselbe Berücksichtigung finden, wie die der Ebenen. Der Grund scheint darin zu liegen, dass der Verfasser zwischen diesen und jenen einen be grifflichen Unterschied sieht, der in der That nicht vorhanden ist. Aus diesem Grunde hat er wohl auch im zweiten Kapitel die Spuren der Geraden „Durchgänge" genannt, während doch die Durchgänge der Ebenen bei ihm Spuren heissen.

In § 42, wo von den Projectionen der Winkel die Rede ist, sind die besonderen Eigenschaften der Projectionen des rechten Winkels nicht einmal erwähnt, während die Abschweifung in die analytische Geometrie in §. 66 völlig überflüssig ist. Stärkere Lücken und Unvollkommenheiten finden sich im zweiten Kapitel, welches die Ueberschrift trägt: „Constructionen an Raumgebilden in der Ebene."

In erster Linie ist hier zu rügen, dass zur Bestimmung der wahren Grösse einer durch ihre Projectionen gegebenen Geraden nur die Methode durch „Herabschlagen" besprochen ist, während gerade die vortheilhaftere Methode der Drehung (in eine zur Projectionsebene parallele Ebene) nicht einmal erwähnt wird. Selbstverständlich ist dann auch diese Methode bei der Bestimmung der Neigungswinkel einer Geraden gegen eine Projectionsebene nicht in Anwendung gebracht. Dagegen findet sich unter den Uebungen der für die darstellende Geometrie gänzlich überflüssige Satz, dass für die Neigungsmittel einer Geraden gegen die drei Coordinatenebenen die Relationen bestehen:

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 1$$
$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 2$$

In §. 61 ist die Aufgabe, die Projectionen der Durchschnittslinie zweier Ebenen zu bestimmen, nur für den leichtesten Fall erklärt, dass beide Ebenen durch ihre Spuren gegeben sind, und die Durchschnittspunkte beider Paare derselben in der Zeichnungsebene liegen. Da das Buch auch für den Selbstunterricht bestimmt ist, so dürften die übrigen Fälle nicht ohne weiteres einfach den angehängten Uebungsaufgaben überwiesen werden. Aber auch unter diesen vermisst man den schwierigsten aber keineswegs seltenen Fall, dass beide Ebenen durch Punkte gegeben sind. Damit, dass durch diese Punkte die Spuren gefunden werden können, ist die Aufgabe keineswegs immer auf den ersten Fall zurückgeführt. Denn die Spuren müssen nicht nothwendig in die begränzte Zeichnungsebene fallen. Der Schüler wird also in diesem Falle nicht wissen, was er machen soll.

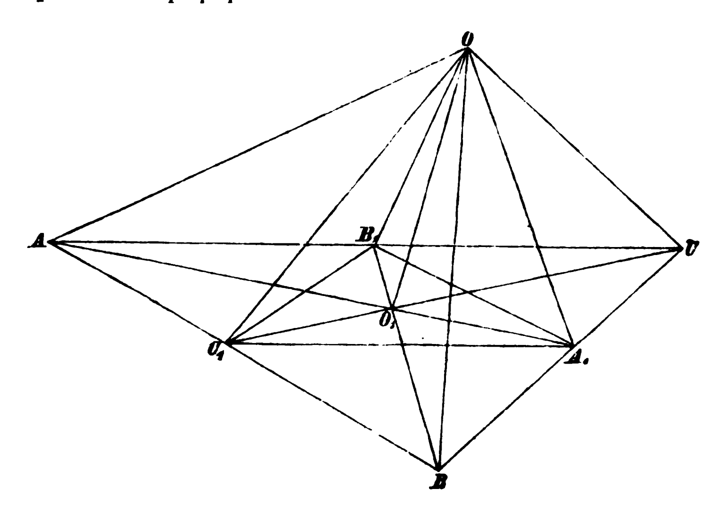
Endlich ist die Methode der Drehung, durch welche wir auf sehr leichte Weise beliebige anschaulich verständliche Projectionen von Körpern erhalten können, förmlich todtgeschwiegen. Da Referent nicht annehmen kann, dass diese einfache Methode dem Verfasser unbekannt sei, so muss er als Grund von dem Verschweigen des wichtigsten Hülfsmittels der darstellenden Geometrie den Wunsch substituiren, dadurch die Nützlichkeit der Axonometrie besser hervortreten zu lassen, damit der Schüler mit mehr Lust sich durch die 15 Seiten langweiliger Rechnung hindurchwinde, mit der dieser Zweig des geometrischen Zeichnens eingeleitet ist.

Dass der Durchdringung der Körper nur mit wenigen Worten Erwähnung geschieht, lässt sich eher rechtfertigen, da bei aller Gründlichkeit wenigstens hinsichtlich des Stoffes eine Gränze eingehalten werden muss. Statt einer Besprechung der Rechnungen des Herrn Butz erlaubt sich Referent hier eine einfache rein elementare Darlegung der Gesetze der Axonometrie zu reproduciren, welche der Hauptsache nach von Schlömilch im vierten Bande seiner Zeitschrift (p. 361) gegeben worden ist.

Es handelt sich bei der Axonometrie lediglich darum, festzustellen, welche Winkel die Projectionen der drei Axen unter sich bilden müssen, damit die Projectionen gleicher Strecken auf denselben ein gegebenes Verhältniss haben, und umgekehrt, dieses Verhältniss zu bestimmen, wenn die Winkel der Axenprojectionen willkürlich angenommen sind.

Beide Aufgaben finden ihre Lösung in dem Gesetze, dass die Projectionen der drei Axen die Winkel eines Dreiecks halbiren, dessen Seiten sich verhalten, wie die Quadrate der Projectionen gleicher Strecken auf den Axen. Aus den weitläuftigen Rechnungen Weisbach's, die Herr Butz in seinem Buche reproducirt, geht dieses Gesetz wie ein Deus ex machina hervor, und man begreift nicht, wie dasselbe in der Sache begründet ist. Und doch ist die Sache eine sehr einfache.

Seien OA, OB, OC (Fig.) die drei auf einander senkrechten Axen, ABC die Bildebene, O_1 die Projection von O auf derselben, so sind die Geraden O_1A, O_1B, O_1C die Projectionen der Axen auf ABC. Rückwärts verlängert bis zu den Schnittpunkten A_1, B_1, C_1 mit den Seiten des Dreiecks ABC, treffen sie dieselben unter rechten Winkeln*); d. h. sie sind die Höhenperpendikel des Dreiecks ABC, und halbiren mithin die Winkel des Dreiecks ihrer Fusspunkte $A_1B_1C_1$.



Setzen wir zur Abkürzung:

$$\begin{array}{llll} OA = a & O_1A = a_1 & AC_1 = p, & C_1B = q \\ OB = b & O_1B = b_1 & BA_1 = r, & A_1C = s \\ OC = c & O_1C = c_1 & CB_1 = t, & B_1A = u \end{array}$$

$$B_1C_1 = x$$
$$C_1A_1 = y$$
$$A_1B_1 = z,$$

so erhalten wir zunächst aus den rechtwinkligen Dreiecken AOB, BOC, COA die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{OC_1}^2 = pq \\ \overline{OA_1}^2 = rs \\ \overline{OB_1}^2 = ut \end{array}\right\} \cdots\cdots (1)$$

*) Die Ebene OAO_1 z. B. steht, weil sie durch OO_1 und OA geht, senkrecht auf den Ebenen ABC und OBC, und folglich auch auf BC; die in ihr liegenden Geraden OA_1 und AA_1 stehen mithin ebenfalls senkrecht auf BC.

Ferner liefern die ähnlichen Dreiecke AB_1C_1, B_1CA_1, A_1C_1B die Proportionen:

$$x:p:u = q:y:r = t:s:z \cdots (2), \text{ woraus:}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{qu}{r} = \frac{pt}{s} \\ y &= \frac{pr}{u} = \frac{qs}{t} \\ z &= \frac{su}{p} = \frac{rt}{q} \end{aligned}\right\} \cdots (3)$$

Daraus ergibt sich ferner mit Rücksicht auf (1):

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{y} &= \frac{ut}{rs} = \frac{\overline{OB_1}^2}{\overline{OA_1}^2} \\ \frac{x}{z} &= \frac{pq}{rs} = \frac{\overline{OC_1}^2}{\overline{OA_1}^2} \\ \frac{y}{z} &= \frac{pq}{ut} = \frac{\overline{OC_1}^2}{\overline{OB_1}^2} \end{aligned}\right\} \cdots (4)$$

Andrerseits ergeben die rechtwinkeligen Dreiecke AOA_1, BOB_1, COC_1 die Relationen:

$$\frac{a_1}{a} = \frac{OO_1}{OA_1}, \quad \frac{b_1}{b} = \frac{OO_1}{OB_1}, \quad \frac{c}{c_1} = \frac{OO_1}{OC_1}.$$

Hieraus folgt aber

$$\begin{aligned} \frac{OC_1}{OA_1} &= \left(\frac{a_1}{a}\right) : \left(\frac{c_1}{c}\right) \\ \frac{OB_1}{OA_1} &= \left(\frac{a_1}{a}\right) : \left(\frac{b_1}{b}\right) \\ \frac{OC_1}{OB_1} &= \left(\frac{b_1}{b}\right) : \left(\frac{c_1}{c}\right), \end{aligned}$$

was, mit den Gleichungen (4) in Verbindung gebracht, die Proportion liefert:

$$x:y:z = \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 : \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 : \left(\frac{c_1}{c}\right)^2,$$

womit das obige Gesetz dargethan.

Will man nun eine axonometrische Construction entwerfen, so muss man entweder die Verkürzungsverhältnisse oder die Winkel zwischen den Projectionen der Axenrichtungen innerhalb der erlaubten Gränzen willkürlich feststellen, und kann dann das Uebrige durch s e h r e i n f a c h e C o n s t r u c t i o n bestimmen. Wenn überdies die Höhe des Ursprungs über die Projectionsebene oder eine der Spuren der Axen zu den Daten hinzugefügt werden, so können alle durch ihre Projectionen gegebenen Strecken auf den Axen in ihrer wahren Länge bestimmt werden, ohne dass man irgend eine Rechnung oder auch nur ein Winkelmessinstrument zu Hülfe zu nehmen hätte.

Wozu also einen Anfänger mit solch nutzlosen Formeln plagen, wie z. B.

$$\cos 2\varphi = \frac{m^4 - n^4 - p^4}{2n^2p^2}, \text{ oder}$$

$$\sin \varphi_1 = \sqrt{\frac{(m^2+p^2-n^2)(m^2+n^2-p^2)}{2np}}?$$

Während die Fortschritte der Geometrie längst zu einfachen Methoden graphischer Grössenbestimmung geführt haben, die alle weitläuftigen Rechnungen fast entbehrlich machen, wird hier der Anfänger in aller Unschuld unterwiesen, wie er einfache Constructionen mit Hülfe ellenlanger Rechnungen ausführen kann.*)

Der dritte Abschnitt, welcher die Linearperspective behandelt, und die im vierten Abschnitt gegebene Anleitung zur Schattenconstruction bieten weniger Anlass zur Kritik, und können sowohl nach der Wahl des Stoffes als nach der Form (die dogmatische Methode ist hier verlassen) als dem Zwecke entsprechend anerkannt werden. Nur sollten die reichlichen Figurentafeln neben den erläuternden Figuren wenigstens eine Zeichnung aufweisen, die auf eine solche Distanz berechnet ist, dass man, ohne seinen Augen Zwang anzu thun, sie von der richtigen Stelle aus ansehen kann. Nimmt man die Distanz so nahe, dass selbst der Kurzsichtige von dieser Entfernung nicht mehr deutlich sieht, so hat man lediglich ein Zerrbild erzeugt, in dem der darzustellende Gegenstand viel weniger wiederzuerkennen ist, als in einer Parallelprojection.

II. Während Herr Butz sein Lehrbuch einen Ergänzungsband zu Koppe's Lehrbüchern der Mathematik nennt, will Herr Dr. Brennecke das seinige als eine „Ergänzung zu jedem Lehrbuche der elementaren Stereometrie" angesehen wissen. Es scheint ihm demnach eines der besten unter denselben, das von Schlömilch, nicht bekannt zu sein. Denn dieses gibt in seinem 5. Buche auf nur 54 Seiten eine vollkommen ausreichende Darstellung der Grundzüge der descriptiven Geometrie mit Einschluss der Perspective, wobei es freilich wie in seinen übrigen Theilen die Auswahl der nöthigen Uebungsaufgaben dem Lehrer überlässt, ohne den doch nur Wenige mit Erfolg darstellende Geometrie betreiben werden. Aber auch zu den übrigen Lehrbüchern der Stereometrie kann das Büchlein kaum als Ergänzung angesehen werden; denn zur Stereometrie wird dadurch nichts hinzugefügt, und wollte man die darstellende

*) Eine einfachere Darlegung der Grundgesetze der Axonometrie hätte auch noch Raum gelassen für ein näheres Eingehen auf die schiefe Parallelprojection. Ein einfacher Nachweis des Pohlke'schen Satzes z. B., dass je drei in einem Punkte zusammentreffende Gerade als Parallelprojectionen eines rechtwinkligen Axenkreuzes angesehen werden können, und dabei auch die Verkürzungsverhältnisse der Strecken auf den Axen ganz willkürlich gewählt werden dürfen, würde um so mehr am Platze sein, als die am meisten übliche und verständliche Methode, wonach zwei der Axenprojectionen rechtwinklig auf einander stehen, sonst für falsch gehalten werden müsste, während sie doch gerade die anschaulichste ist.

Geometrie selbst als Ergänzung derselben ansehen, so liefert das Büchlein nur ein Bruchstück, mit dem allein nichts anzufangen ist. Es bricht gerade da ab, wo der Lernende anfängt eine Idee von dem eigentlichen Zwecke der darstellenden Geometrie zu erhalten, ohne jedoch zur selbständigen Anwendung des Erlernten befähigt zu sein. Gleichwohl kann das Büchlein wegen seiner reichlichen Aufgabensammlung und wegen der klaren Darstellung der ersten Elemente für solche, die dadurch einem vollständigen Cursus über darstellende Geometrie an einer höheren Anstalt ein wenig vorarbeiten wollen, empfohlen werden. Nur muss der Lernende sehr gute Augen besitzen, da eine ganz unbegreifliche Marotte den Verleger oder Autor veranlasst haben, das Schriftchen in einer Weise zu drucken, die seine Lectüre unmöglich machen, wenn man seine Augen nicht geradezu misshandeln will. Der Drucker scheint zeigen zu wollen, wie sauber er in allen verschiedenen Grössen zu setzen vermag, und bietet daher auf jeder Seite diese Musterkarte von dem grossen fetten Druck — bis herab zu Lettern, die man kaum ohne Loupe zu erkennen vermag, so dass ein unaufhörlicher Wechsel der Accommodation des Auges erforderlich ist.

III. Es bleibt mir noch das dritte der oben aufgezählten Bücher, die „Vorschule und Anfangsgründe der darstellenden Geometrie" von Chr. Scherling zu besprechen. Da ich gerade auf die äussere Ausstattung zu sprechen gekommen bin, so freut es mich, jetzt loben zu können, wo ich vorhin tadeln musste. Das ganze Büchlein gewährt durch einen sehr correcten, grossen, gleichmässigen und dem Auge wohlthuenden Druck auf gutem weissen Papier und 155 vortreffliche in den Text eingedruckte Holzschnitte einen sehr erfreulichen Anblick und fordert schon dadurch zu eingehender Beschäftigung mit seinem Inhalte auf.

Zu diesen äusseren Vorzügen gesellt sich eine vortreffliche, klare Darstellung, und kann das Buch jedermann bestens empfohlen werden, der mit wenigst möglich Mühe sich einen zwar nicht sehr tiefen, aber völlig klaren Einblick in die Elemente der neueren Geometrie und ihren Zusammenhang mit darstellender Geometrie und Perspective verschaffen will. Namentlich ist es Schülerbibliotheken zu empfehlen als ein Buch, durch das fähige und strebsame Schüler, die besonderes Interesse für Geometrie haben, ohne viel Mühe selbstständig ihr Wissen über die Gränzen erweitern können, innerhalb deren sich die Schule nothwendig bewegen muss.

Wenn aber der Verfasser damit eine „Vorschule" der darstellenden Geometrie, und zwar als Jahrescursus für die Secunde einer Realschule erster Ordnung geben will, so muss Referent nach seiner Ueberzeugung ihm entschieden entgegentreten.

In erster Linie wird hier der doch gewiss natürliche Weg, auf dem die Wissenschaft selber entstanden ist, in sein gerades Gegentheil verkehrt. Durch das Bedürfniss, von räumlichen Dingen Bilder zu entwerfen, aus denen alle zur Darstellung dieser Dinge nöthigen

Abmessungen entnommen werden können, ist die descriptive Geometrie hervorgegangen. Ihr Studium, sowie das der Linearperspective haben dann auf eine Reihe merkwürdiger Beziehungen zwischen den darzustellenden Gegenständen und ihren Bildern geführt, welche zuletzt das Interesse hervorragender Geometer in solchem Masse erweckte, das sie daraus diese neue Wissenschaft geschaffen haben, die man wohl am besten als die Lehre von der projectivischen Verwandtschaft bezeichnet. In Wirklichkeit waren also die Leistungen von Monge die Vorschule, aus denen Poncelet und Steiner die Anregung zu ihren grundlegenden Forschungen geschöpft haben. Warum sollen nun die Secundaner einer Realschule erster Ordnung den umgekehrten Weg gehen?

Es ist jedenfalls gut, wenn der Schüler, bevor er darstellende Geometrie treibt, erst einiges lernt aus der Lehre von den Aehnlichkeitspunkten und der perspectivischen Lage ähnlicher Figuren, auch so viel aus der Transversalenlehre, als hinreicht, um eine Gerade nach dem unzugänglichen Schnittpunkte zweier andern ziehen zu können. Auch muss er zuvor verschiedene Constructionen der Kegelschnitte ausführen gelernt haben und soll wissen, was Axen, Durchmesser, Brennpunkte, Asymptoten, Leitlinien derselben sind, auch Tangenten an sie legen können und dergl. mehr. Alles das gehört aber ohnedies in einen guten Unterricht der Planimetrie. Was dagegen der Verfasser seinen Secundanern aus der geometrischen Verwandtschaftslehre bringt, muss diesen so lange als müssige Spielerei mit geometrischen Vorstellungen erscheinen, bis sie endlich erfahren, dass dadurch nichts anderes dargestellt ist, als die Beziehungen zwischen geometrischen Figuren und ihren perspectivischen Abbildungen. So lange bis die nachfolgende darstellende Geometrie und Perspective endlich diese Aufklärung gibt, kann der Schüler unmöglich einen Begriff davon haben, zu was das Alles nützen soll. Weiss er aber endlich, dass die Figuren — von deren Verwandtschaft unter einander er so vieles gelernt hat, das ihm an sich eben so gleichgültig sein muss, wie die Verwandtschaftsverhältnisse ihm gänzlich fremder Personen — perspectivische Bilder von einander sind, so wird er erst recht nicht begreifen, warum ihm diese Figuren nicht gleich als solche vorgeführt worden sind, und warum er erst jetzt lernen soll, wie man solche perspectivische Bilder von Figuren erhält. Er wird dies um so weniger begreifen, als er nun erfährt, dass diese Bilder auf sehr leichte Art erhalten werden können, und er zu diesem Zwecke gar nicht nöthig gehabt hätte, sich durch alle diese vielen neuen Begriffe und Betrachtungen hindurchzuwinden. In dem ganzen übrigens vortrefflichen Abschnitte über Orthogonalprojectionen kommt von dem die eigentliche „Vorschule" bildenden ersten Abschnitte auch gar nichts in Anwendung. Der Nachweis der Affinität einer planen Figur zu ihrer Orthogonalprojection ist der einzige Punkt, in welchem die „Vorschule" mit der darstellenden Geometrie zusammenhängt, und dieser Zusammenhang ist ein

sehr loser. Wenn überhaupt von der neueren, oder wie man jetzt sonderbarer Weise sagt, „synthetischen" Geometrie (als ob Euklids Wissenschaft nicht auch synthetisch wäre) schon in der Realschule mehr als das allereinfachste, das man längst der elementaren Planimetrie und Stereometrie einverleibt hat, gelehrt werden soll, so ist ihr Platz nicht vor, sondern nach der darstellenden Geometrie. Die Realschulen sollen direct fürs praktische Leben oder für höhere technische Lehranstalten vorbereiten, haben also vor Allem ihr Augenmerk auf solches Wissen zu richten, das sich praktisch verwerthen lässt, und je mehr sie in diesem Sinne ihre Aufgabe zu lösen suchen, um so mehr werden auch Verstand und Gemüth dabei gewinnen. Nicht eine Menge todten Wissens, sondern die Fähigkeit und das Streben, sein Wissen und seine Anlagen nach allen Richtungen praktisch in Anwendung zu bringen, macht den tüchtigen Mann. Man lehre daher keine Dinge, die dem Schüler als nutzloses Wissen erscheinen müssen, weil er nichts damit anzufangen weiss. Wollt Ihr darstellende Geometrie lehren, so lehrt sie nicht als Wissenschaft von der Affinität und Collineationsverwandtschaft, sondern als die Kunst, von räumlichen Dingen solche Bilder zu geben, durch welche nicht nur jeder zu einer klaren Vorstellung derselben gelangen kann, sondern auch in Stand gesetzt wird, alle Abmessungen vorzunehmen, welche zu ihrer Darstellung erforderlich sind, lehrt sie als eine Anwendung der elementaren Planimetrie und Stereometrie zu praktischen Zwecken, und ihr werdet, sofern ihr überhaupt zu lehren wisst, viele willige Schüler finden!

Ja, ihr werdet mit Freuden erleben, dass nun auch das Interesse an der übrigen Mathematik wächst*), und auch solche Schüler anfangen geistige Selbstthätigkeit zu entwickeln, und „mathematisch (lange an einander, nach Flattich) denken" zu lernen, denen vorher nur mit Zwang einige Aufmerksamkeit abgerungen werden konnte. Endlich werden die Fähigsten durch die ihnen ungesucht entgegentretenden merkwürdigen Beziehungen zwischen Object und Projection angeregt, sich hierüber weiter aufzuklären, und solche Schüler lassen sich dann auch gerne in die neueren Gebiete der Geometrie einführen, nicht aber Anfänger, die nicht einmal die Stereometrie hinter sich haben.

Ich habe noch eine zweite Einwendung gegen die Einführung dieses Buches als Leitfaden für einen Cursus in der Secunda zu machen, dahin gehend, dass es unmöglich von Nutzen sein kann, mit der Perspective zu beginnen, bevor die eigentliche darstellende Geometrie zu einem befriedigenden Abschlusse gelangt ist.

Dies ist aber keineswegs hier der Fall. Die Lehre von der „Orthogonalprojection auf zwei und drei Bildebenen" bricht, wie die darstellende Geometrie des Herrn Dr. Brennecke, plötzlich da ab,

---

*) Sehr richtig! diess ist ganz besonders für die Stereometrie zutreffend! D. Red.

wo der Schüler gerade erst angefangen hat, ihren Zweck zu begreifen, und warum? Damit er in dem Rest des Buches gerade so viel von der freien Perspective erfahre, dass er mit Mühe und Noth ein hässliches Zerrbild von einem sehr einfachen Gegenstande darstellen kann, wie das Rechteck in Figur 153 und die reguläre Pyramide in Figur 155, die von der Stelle aus, wo der Zeichner das Auge supponirt, gar nicht gesehen werden können, von jeder andern Stelle aus aber als etwas ganz anderes erscheinen wie das, was sie darstellen sollen.

Eben dieser mehr oder weniger für alle auf einem gewöhnlichen Reissbrett nach dem Gesetze der Perspective entworfenen Bilder geltende Umstand, lässt die Nützlichkeit der Perspective gegenüber der gewöhnlichen descriptiven Geometrie und der Axonometrie sehr gering erscheinen, und dürfte sie daher in der Realschule überhaupt kaum am Platze sein. Ja selbst die polytechnischen Schulen mit Ausnahmen der Bauschulen, würden kaum an Werth verlieren, wenn man dieses Fach, von dem praktisch doch nur der Architekt Anwendung macht (und selbst für diesen ist sie durch die Photographie überflüssig geworden) aus ihrem Lehrplan striche.

Die Idee des Herrn Professor Fiedler in Zürich (welche einstweilen von Herrn Schlesinger ausgebeutet worden), die darstellende Geometrie, welche bisher eine Kunst war, zu einer Wissenschaft zu machen, nämlich zur Wissenschaft von den Projectionen und der projectivischen Verwandtschaft, und in dieser Wissenschaft die Centralprojection, als den allgemeineren Fall, an die Spitze zu stellen, mag einen grossen Fortschritt in der Wissenschaft als solcher bezeichnen. Ob es aber ein Gewinn für die praktische Tüchtigkeit der zukünftigen Architekten, Ingenieure und Mechaniker sein wird, wenn dieselben als Schüler eines Polytechnikums statt in der alten Kunst des grossen Monge in der neuen Wissenschaft des Herrn Professor Fiedler unterwiesen werden, ist eine Frage, die ich nicht entscheiden möchte. Uebrigens wird, wie verlautet in sehr naher Zukunft das grosse Werk des Herrn Professor Fiedler selbst competenteren Richtern zur Begutachtung vorliegen.

Dass aber diese neue Wissenschaft (welche doch jedenfalls erst im Entstehen begriffen) sogar schon in den Realschulen gelehrt werde, dagegen muss ich im Namen der Menschlichkeit entschieden protestiren.

Schaffhausen, im März 1871. J. C. Becker.

Mädler, Dr. J. H. v. (Kais. russ. wirkl. Staatsrath u. s. w.) Reden und Abhandlungen über Gegenstände der Himmelskunde. VIII. u. 527 S. gr. 8. Berlin, Rob. Oppenheim 1870.

Ein Viertelhundert gesammelter Aufsätze meist ältern Datums, zum grössten Theile wohl Gegenstände der Himmelskunde betreffend, zum Theil aber wenig mit solchen zusammenhängend (letzteres gilt

namentlich von dem 19. Artikel S. 411—442: „Die Versammlungen deutscher Naturforscher und Aerzte, insbesondere die 41. Versammlung zu Frankfurt a. M. im Jahre 1867"). In ihrer Ausführung ungleichmässig, wie es eben die Veranlassung erforderte, können sie weder zu den populären, noch zu den rein wissenschaftlichen Abhandlungen gezählt worden. Doch sind sie alle anregend und muthen durch die in ihnen deutlich ausgesprochene Biederkeit des Verfassers, so wie durch das Streben, die Wissenschaft zu einem Gemeingute zu machen, sehr wohl an, wenn auch hin und wieder der Enthusiasmus für Russland und seinen Czar den Leser, namentlich den deutschen, befremden muss.

Die Veranlassung zur Besprechung dieser Reden und Abhandlungen in einem pädagogischen Blatte bietet der vierzehnte Artikel S. 298—337: „Ueber Himmelskunde als Lehrobjekt in Unterrichtsanstalten*)."

Wenn ein Astronom, und dazu einer von dem guten Namen eines Mädler, sich über astronomischen Unterricht ausspricht, ist es entschieden Pflicht des Lehrers ihm alle Aufmerksamkeit zuzuwenden. Wir wollen damit gerade nicht gesagt haben, die Aussprüche der Fachmänner seien für den Lehrer unbedingt massgebend, wir finden vielmehr nicht selten, dass geniale Männer nur schwer sich auf den Standpunkt der Schule zu stellen vermögen, dass sie sehr häufig Schwierigkeiten, die für den Schüler von grossem Gewichte sind, unterschätzen, oft gar nicht finden, weil sie eben für ihren Genius nicht existiren. Bekanntlich war für Newton die Euklid'sche Geometrie so leicht, dass er sich bald von ihr ab zu den höheren Theilen der Wissenschaft wandte. Wehe dem Lehrer, der diess als Richtschnur für seine Methode beim Unterricht in der Geometrie nehmen wollte! — Anderseits aber wird der Lehrer von demjenigen, der das ganze Gebiet einer Wissenschaft beherrscht, immerhin viel zu lernen haben; weiss jener, welche Ansprüche der Schüler an ihn zu machen hat, so lehrt ihn dieser, welche Anforderungen die Wissenschaft an den Schüler stellt. Zudem findet sich bei den Meistern nicht selten ein genialer Blick, der das, was nur nebenher Gegenstand ihrer Aufmerksamkeit ist, lichtvoll erfasst und sie hierdurch geeignet macht, wenn auch nicht die didaktische Leitung zu übernehmen, so doch wegweisende Marksteine aufzustellen.

Fehlt es nun auch an solchen Lichtblicken auf den astromischen Unterricht in dem genannten Artikel nicht, — eine epochemachende Bedeutung, wie etwa Diesterweg's Arbeiten auf diesem Gebiete, ja auch nur eine höhere Wichtigkeit können wir ihm nicht zuerkennen. Wir sind es dem Verfasser, wir sind es dem Wohlklang seines Namens schuldig, diesen unsern Ausspruch durch ein sorgfältiges Eingehn auf seine Arbeit zu begründen. Wir sind diess aber auch uns selbst schuldig, weil man uns leicht entgegenhalten könnte, Er-

*) S. den Inhalt der übrigen in der Anmerkung am Schlusse. D. Red.

fahrung im Unterrichte könne Mädler nicht fehlen, da er ja lange Lehrer am Seminar in Berlin gewesen, und Diesterweg's Ansichten können ihm nicht fremd sein, da er ja sogar den Artikel über Schreibunterricht für dessen Wegweiser geschrieben. Für uns ist diess nur ein Beweis mehr für die oben ausgesprochene Ansicht. Wer unsere im Nachfolgenden ausgesprochene Ansicht für zu skeptisch finden sollte, der nehme sich die Mühe in den Rheinischen Blättern die Berichte Diesterweg's über die Prüfungsresultate aus der mathematischen Geographie bei Lehramtskandidaten durchzulesen.

Wenn wir die Einleitung, die so manches goldene Wort enthält, übergehen, finden wir (S. 305) da, wo sich der Verfasser dem zuwendet, womit der Unterricht zu beginnen habe, das Richtige getroffen. „Unmittelbare Himmelsschau ist und bleibt das Beste und gleichzeitig am raschesten (wir würden sagen einzig) zum Ziele führende.“ Schon früher macht er auf den Vortheil aufmerksam, den die vier Zirkumpolargestirne: Grosser Bär, Kassiopeia, Fuhrmann (Capella) und Leier (Wega), die in Kreuzform den Polarstern umgeben, dem ersten Unterrichte in der Astrognosie, der Grundlage jeder astronomischen Kenntniss, bieten. Weniger leicht wird man dem Verfasser zugeben, dass ohne mathematische Vorkenntnisse (sagen wir lieber ohne Uebung in räumlichem Anschauen) „sich die Begriffe Pol, Aequator, Ekliptik (!), Frühlings- und Herbstnachtgleiche, Süd- und Nordhalbkugel, Tagbogen u. s. w. hier gleichsam von selbst ergeben.“ Wer Gelegenheit gehabt hat, an Schülern von zehn bis zwölf Jahren (und solche muss der Verfasser nach allem, was er sagt, hier vor Augen haben) Erfahrungen zu sammeln, wird gewiss gefunden haben, dass eine klare Vorstellung von dem, was Ekliptik sei, sich nicht so „von selbst“ ergiebt.

„Sobald man in der Elementargeometrie so weit gekommen ist, die einfachen Figuren zur Anschauung, richtigen Bestimmung und Benennung zu bringen — und so viel vermag jede Anstalt — so lasse man am Himmel selbst oder auf der Karte Beispiele zu rechtwinkligen, gleichseitigen und gleichschenkligen Dreiecken, Quadraten, Oblongen, Rhomben, Polygonen u. dergl. aufsuchen.“ Wie sonderbar, Schüler, denen Auffassungsvermögen genug zugetraut wird, um die Verhältnisse zu durchschauen, welche eine Kugel, die um eine schiefstehende Axe rotirt, bietet; Schüler, bei denen sich die Kenntniss des Weges „von selbst ergiebt,“ den ein Körper auf dieser rotirenden Kugel in der Weise macht, dass er alle unmittelbaren Marken dieses Weges verwischt (Ekliptik) — diese Schüler sollen den Sternhimmel als Beispielsammlung für rechtwinklige, gleichseitige Dreiecke u. s. w. benützen.

Unmittelbar darauf lesen wir: „Beim weitern Fortschreiten zu den eigentlichen astronomischen Hauptsätzen wird man sich zunächst eine Erklärung der Mondphasen, so wie der Mond- und Sonnenfinsterniss zum Ziele setzen.“ Will damit gesagt sein, dass man nun d. h. nachdem die scheinbare tägliche Umdrehung der

Himmelskugel klar durchschaut wurde, zur Betrachtung der rückläufigen (rückläufig in Bezug auf die tägliche Rotation des Himmels) Bewegung des Mondes überzugehen habe, so ist diess methodisch ganz korrekt, ebenso, wenn verlangt wird, dass „man sich bei der Darstellung und Erklärung der Phasen des Mondes nicht begnüge, nur sie selbst im Allgemeinen vorzuführen, sondern auch den Zusammenhang mit der Tages- und Nachtzeit beachte, wo der Mond im Meridian steht.“ Wenn aber hier schon eine so eingehende Belehrung über Mond- und Sonnenfinsternisse verlangt wird, dass der Schüler sie, sei es auch nur im Allgemeinen berechnen könne, so sehen wir nicht ein, wie diess auf dieser Stufe möglich sein soll. Dass hier, ja schon bei der Behandlung der Mondphasen, der Verf. den richtigen Weg der Erfahrung verlässt, dass er von da an alles giebt, statt es anschauen zu lassen, folgt nicht nur aus der gewählten Ausdruckweise, es ist ganz deutlich in der auf das Vorhergehende unmittelbar folgenden Stelle S. 308 ausgesprochen: „Wie überhaupt beim gesammten Unterricht, so halte der Lehrer sich auch bei dieser Darstellung mit strenger Konsequenz an die Ausdrucks- und Erklärungsweise des Kopernikanischen Systems. Es würde nur verwirren, wenn man diejenigen einzelnen Lehren, die allenfalls auch nach einem andern System erklärt werden könnten, nach dem Ptolomäischen oder irgend einem andern, das in der Folge doch nicht beibehalten werden kann, erklären wollte, was überdies nicht nur schwieriger, sondern auch unvermeidlich unvollkommener wäre.“ Da hätten wir ja ganz und gar die liebe, alte Methode wieder, die allerdings am kürzesten zum Ziele d. h. ans Ende des Buches führt, mit welchem Erfolge aber, — davon kann man sich nicht bloss an Mittel-, sondern selbst an Hochschulen überzeugen. Entschieden treten wir hier dem Verfasser entgegen. Man kann nie zu spät vom Ptolomäischen zum Kopernikanischen System übergehen. Man darf nicht früher zu dem letztern übergehn, als bis der Schüler das Unhaltbare des erstern gewissermassen von selbst, höchstens durch blosse Hinweise findet. Zu dieser Nöthigung kann man aus der Betrachtung der Planetenbewegungen nicht gelangen; denn diese wären nicht bloss für diese Stufe absolut zu schwierig, überdiess die hierzu nöthigen Thatsachen zur Anschauung zu bringen kaum möglich; — sie wären vor allem hier entschieden nicht auf ihrem Platze, da vorerst unsere Erde und ihr Verhältniss zur Sonne und zum Monde die Hauptsache bleiben muss. Da diess also unthunlich, so muss diese Nöthigung nur oder zumeist nur aus der Entfernung und Grösse der Sonne erwachsen. Kennt man also die Erscheinungen über dem Gesichtskreise im Verlauf eines Jahres, so wird man dieselben Erscheinungen über andern Horizonten besprechen, hieraus zunächst die Kugelgestalt der Erde, die Entfernung des Mondes, dann die Entfernung der Sonne, sowie die Grössen dieser dreier Körper ableiten. Beseitigt man auch den Glauben, der blaue Himmel sei ein festes Gewölbe, (man erinnere

die Schüler nur an den Regenbogen, an die verschiedene Intensität der Bläue u. s. w.) und zeigt also, dass auch die sogenannten Fixsterne in grossen Entfernungen, von uns jedenfalls grössern als Sonne und Mond, frei im Weltraume schweben, — so ist zum Erfassen des Richtigen nur ein Schritt.

Dem Verfasser liegt es sehr am Herzen richtige Ansichten über den Weltenbau zu verbreiten, vorzüglich um die Schüler dagegen zu waffnen, dass ihnen die Schmitz, Frost, Sachs, Schöpffer, Grange, Zimpel, Knak und wie sie alle heissen mit ihren Waffen aus der mittelalterlichen Dunkelkammer nichts anhaben könnten*). Ein sehr löbliches Bemühen! Wir glauben aber, diess sei nicht der Weg dazu. Auch ist es glücklicher Weise nicht nöthig, im Besitze aller Wahrheit zu sein, um dem Irrwahn nicht zu verfallen. Nöthig aber ist es, wie ja der Verfasser selber wiederholt bemerkt, einerseits nicht nur richtig sehen zu lernen und richtig sehen zu wollen, anderseits gewohnt zu sein, aus erkannten Wahrheiten konsequent Schlüsse zu ziehen. Oder sollten wohl unsere der Schule entwachsenen Jungen, die oft kaum von der scheinbaren Rotation der Himmelskugel eine Anschauung haben und doch von der Bewegung der Erde faseln, gegen einen Schöpffer, der dreist den einfachsten Erfahrungen der gesunden Sinne widerspricht, gewaffneter sein, als ein Ptolomäus und Hipparch? Wir glauben das Gegentheil. Sie haben die Lehre von der Bewegung der Erde wie ein Dogma in sich aufgenommen, warum sollten sie nicht ebensowohl eine andere als ein Dogma annehmen, da die Gründe der einen wie der andern ihnen transzendent sind? Gerade der Umstand, dass man so selten zehn-, ja achtjährige Kinder findet, die nicht mindestens in einem Lesebuch (dass man durch das Lesebuch Naturwissen zu verbreiten habe, ist auch so eine Art Dogma) von der Tages- und Jahresbewegung der Erde gelesen hätten, ist meiner Erfahrung nach einer der Hauptübelstände für die klare Auffassung des Kopernikanischen Systems. Man mag den Jungen noch so oft vorhalten, sie mögen nur ihre Augen öffnen, mögen doch nur ihren eigenen Sinnen, ihrem eigenen Denkvermögen trauen; da kommt ihnen die mysteriöse Rotation in die Quere und verwirrt das einfachste Denkvermögen. Wir wiederholen: nicht in der Kenntniss des Kopernikanischen Systems liegt die Gewehr gegen astronomische Fantasterien, sondern in der Erkenntniss, in der durch eigene Denkprozesse erlangten richtigen Ansicht, sei es auch nur eines Theiles der kosmischen Erscheinungen.

Als nächsten Gegenstand will der Verfasser „die Erscheinungen der Planeten, ihre Oppositionen, obere und untere Konjunktionen, Ausweichungen, Stillstände, Rückgänge u. dergl., so wie ihre Phasen“ angereiht wissen. Hieran wird die treffliche Bemerkung geknüpft

*) Vergl. die 24. Abh. (S. 498) „die neuesten Angriffe auf die Himmelskunde.“ D. Red.

(S. 309): „Es sei hier im Allgemeinen bemerkt, dass man wohl daran thut, blos fingirte Beispiele zu vermeiden.“ Wenn dagegen verlangt wird, die „synodischen Umlaufszeiten aus den periodischen abzuleiten,“ so scheint uns diess höchstens als Rechenexempel von Werth, für die Festigung des astronomischen Anschauungsvermögens bleibt diess in so lange ohne Bedeutung, als damit nicht Beobachtungen in Verbindung treten, die doch weder dem Alter und der Stufe der Schüler, noch auch den Anforderungen entsprechend wären, welche der Verfasser selbst an die Lehrmittel der Schule stellt. — Der Verfasser glaubt es noch entschuldigen zu müssen, dass er auf Eliptizität und Exzentrizität der Bahnen nicht Rücksicht nehme; wir halten diese Entschuldigung für überflüssig; wir glauben, für eine erste Stufe sei schon an dem Gebotenen zu viel.

Das bisher angedeutete Material weist der Verf. solchen Anstalten zu, in denen „der mathematische Unterricht nicht über die Lehren der einfachen Planimetrie, das Rechnen nicht über die elementaren Operationen hinauskommt;“ doch sei noch mit Nutzen hinzuzufügen „das, was man Topographie des Himmels genannt hat, und worin die geschichtlich beschreibende Methode an ihrer Stelle ist.“ Er perhorreszirt mit Recht ein Auswendiglernen, wie z. B. der 108 (jetzt 113) Planetoiden u. dergl. und giebt eine sehr interessante Darstellung, wie man beim Vortrage die Planeten zu gruppiren habe, zunächst in drei charakteristische Gruppen, dann in drei Paare. Dass eine solche Behandlung der Planeten weit mehr Geistbildendes biete, als wenn man die Zahlen memoriren lässt, welche auf Bewegung u. s. w. Bezug haben, lässt sich nicht in Abrede stellen; ob aber der Schüler auf dieser Stufe auch hiezu nicht sagen wird: „Was soll ich damit machen,“ dürfte doch noch zweifelhaft sein. Kann er denn die Einsicht haben, dass das Resultate von Beobachtungen und richtigen Schlüssen sind?

Merkwürdiger Weise will der Verf. erst jetzt (ob auch noch zu der ersten Stufe gehörig, ist nicht deutlich gesagt) den Stoff vorführen, den man mathematische oder astronomische Geographie nennt. Wir haben schon oben erwähnt, dass unmittelbar nach Absolvirung der Erscheinungen über dem Gesichtskreise im Verlaufe eines Jahres, die Erscheinungen über andern Gesichtskreisen vorzuführen sind, wobei alle jene Verhältnisse, welche der astronomischen Geographie angehören, wie geographische Breite und Länge, Zonen, Schattenverhältnisse u. s. w. sich von selbst aufdrängen. Ihre sorgfältige Durcharbeitung muss unserer Ansicht nach die Hauptaufgabe der ersten Stufe des astronomischen Unterrichts, ja ihr Endziel sein. Ohne mit Knak und Konsorten anzunehmen, der Himmel sei der Erde wegen da, muss doch die Erde den Mittelpunkt des ersten astronomischen Unterrichtes bildeln. Wir halten es schon für ein sehr erfreuliches Resultat, wenn auf der ersten Stufe, und weise man ihr auch die ganze Volksschule und die untere Hälfte der Mittelschulen zu, eine klare Auffassung aller der astronomischen

Geographie angehörigen Thatsachen erzielt wird, selbst dann noch, wenn man von den Planeten nichts mehr hätte zeigen können, als dass sie nicht Fix- sondern Wandelsterne seien. Ist einmal in den Unterklassen ein derartiger Grund gelegt, dann mag in Anstalten, die mindestens über einen Theodoliten und ein etwas grösseres Fernrohr verfügen, ein Lehrgang der Astronomie eingehalten werden, bei dem die Erde als ein Planet unter Planeten betrachtet wird. Thut man diess aber da, wo auch nur eine der beiden Bedingungen, Kenntniss der Erscheinungen (von Schein!) auf allen Punkten der Erde und die obengenannten Instrumente, namentlich aber die erste dieser Bedingungen fehlen, da muss der Unterricht in einen Verbalrealismus ausarten, der astronomischen Gauklern *à la* Schöpffer mehr in die Hände arbeitet, als die vollständige Unkenntniss des Kopernikanischen Systems.

Im weitern Verlaufe des Artikels setzt der Verfasser (S. 315) auseinander, was man in jenen Anstalten den Schülern zu bieten habe, in denen der mathematische Unterricht sich über die ersten Elemente hinaus „auf Algebra, Trigonometrie, Lehre von den Kegelschnitten und die Anfänge der Differentialrechnung“ erstreckt. (In Folge eines Druckfehlers wird auf pag. 308 statt 302 hingewiesen.) „Das Fallgesetz, das Pendelgesetz, die verschiedene Länge des Sekundenpendels“ sollen vorgeführt und hierauf „zum allgemeinen Gravitationsgesetz und den Keppler'schen Gesetzen“ übergegangen werden. Es ist zu zeigen, „wie mit Hilfe dieser Gesetze aus den Bahnelementen die heliozentrischen und aus diesen die geozentrischen Orte zu finden seien und wie man durch Rückwärtsrechnung aus beobachteten Planeten-Orten die Bahn ableiten könne. Zwar müsse in den meisten Fällen die Ausführung einer Bahnbestimmung als für den Schüler und wohl auch für den Lehrer zu hoch unterlassen werden; allein es genüge, die Möglichkeit der Ausführung zum Bewusstsein gebraucht zu haben. Dagegen seien alle Konsequenzen aus dem zweiten Keppler'schen Gesetze (Proportionalität von d^3 und t^2) zu ziehen und zu zeigen, dass es nur einer Grundbestimmung (Entfernung der Erde von der Sonne) bedürfe, um alle jene Relativzahlen in absolute umzuwandeln. Nun sollen die Bemühungen vorgeführt werden, die man zur Ermittlung jener Entfernung anstrengte.“ „So hat der gereifte Zögling,“ fährt der Verfasser fort, „das System der Sonne in allen seinen Hauptbeziehungen kennen gelernt. Die Nebenbeziehungen (wie Perturbationen, widerstehendes Mittel u. dergl.) gehören nicht für die Schule, sondern für die Universität und die mit ihr auf gleicher Stufe stehenden Fachschulen.“ Auch die Systeme der Monde, die Bahnen der Kometen, der Doppelsterne, endlich die Anwendung der Astronomie auf Nautik, Erdbeschreibung, Chronologie, Zeitbestimmung, Kalender u. s. w. wird nicht vergessen, sondern soll den Schluss bilden.

Man sieht, für diese höhere Stufe verlangt der Verfasser nicht eben wenig. Indess käme es auf uns an und würde nachgewiesen werden,

dass durch diese so weit gehende Forderung der Unterricht in den andern Zweigen menschlichen Wissens nicht beeinträchtigt werde, — wir gäben gerne zu, dass man in Oberklassen den Gegenstand in diesem Ausmasse betreibe und würden ihm gerne die nöthige Stundenzahl auf Kosten übertriebener Forderungen der Humanisten gönnen. Zur Erzielung einer gleichmässigen, allseitigen Durchbildung, die ja ausschliesslich Ziel der Mittelschule sein soll, halten wir dieses Ausmass nicht für nöthig; man kann immerhin ein gut Theil dieser Forderungen streichen; ein Verstoss gegen die Methodik, gegen den naturgemässen Gang des Unterrichtes, wie in dem, was der Verfasser für die erste Stufe verlangt, liegt in ihnen nicht. Es wäre aber am Platze gewesen, statt das Thema bloss zu bezeichnen, einen Lehrplan zu entwerfen, dem Lehrer die Anweisung zu geben, wie er sich seinen Lehrgang auszuarbeiten habe, wie er die genannten Materien dem Schüler fasslich darstellen könne; aus der blossen Namhaftmachung der Forderungen kann der Lehrer nur wenig Nutzen schöpfen*). Ferner wäre es von hoher Wichtigkeit gewesen, dass der Verf. den nothwendigen Lehrapparat angegeben hätte. Der Verf. verlangt gewiss nicht, dass an jeder Mittelschule eine Sternwarte errichtet werde und wäre diess, so wäre es erst fraglich, ob die exakten Instrumente, wie sie der Astronom braucht, auch für den Lehrer die zweckmässigsten wären. — Ueber die Methode des Unterrichts spricht sich wohl der Verf. aus: „Es wird nicht erforderlich sein, über die Methodik, das Wie des Unterrichtes, hier auch weitläufige Auseinandersetzungen folgen zu lassen. Dass ich einem mechanisch-äusserlichen Treiben, einem nur auf Anfüllung des Gedächtnisses hinarbeitenden Lehrsysteme das Wort nicht rede und nicht reden könne, wird jeder schon aus dem Bisherigen zur Genüge ersehen haben. Die Seelenkräfte nicht einseitig, sondern harmonisch bilden soll jeder Unterricht, soll vor allem ein solcher, der einen so erhabenen Gegenstand behandelt.“ Mit diesem allgemeinen Ausspruch aber ist die Sache nicht abgethan; wie soll aus diesem Grundsatz der Lehrer, wenn er es sonsther nicht weiss, die Behandlung der astronomischen Lehren ableiten? Gerne hätten wir für ein wenig praktische Anleitung auf den ganzen nachfolgenden Exkurs verzichtet, der, so interessant er an sich ist, doch mit der Himmelskunde als Lehrobjekt in Unterrichtsanstalten in sehr laxer Beziehung steht. Dieser Exkurs sucht die Astronomie nach zwei Seiten hin, gegen den Obskurantismus und Atheismus, namentlich aber gegen den letztern zu vertheidigen. Er sucht den Nachweis zu führen, dass die Annahme einer ewigen Materie unter der Herrschaft des Gravitationsgesetzes nicht genüge, um das Dasein der Welt zu erklären. Er findet, dass nur die Annahme einer höheren Vernunft die weise Sorge für die Fortdauer des Sonnensystems er-

---

*) Sehr richtig und besonders hervorzuheben, wie auch das Folgende! D. Red.

klären könne. Namentlich seien die Entfernungen und Grössen der Planeten so abgemessen, dass sich die Störungen kompensiren; wer aber hierin nichts als einen Zufall erblicke, der muss diesem „Zufall“ göttliche Weisheit zuschreiben, und wenn er diess thue, wolle Mädler um die Parole nicht mit ihm streiten. Dieses Gebiet zu diesem Zwecke zu betreten, finden wir sehr misslich. Zugegeben all' das lasse keinen Zweifel zu; so gehört doch die Einsicht in die schwierigsten Partien des höhern Kalkuls dazu, um es überzeugend zu finden. Für jenen, der wie der Schüler an Mittelschulen in der höhern Mathematik, Mechanik und Physik nicht bewandert ist, bleibt es doch immerhin nur eine Meinung, eine Annahme auf Autorität hin und warum sollten ihm dann andere Autoritäten — seien es Atheisten, seien es hochgestellte geistliche Finsterlinge — weniger wiegen? Und dann, was würde Mädler antworten, wenn ihm eingewendet würde, er beweise doch nur die ewige Dauer des Sonnensystems als solches. Aber so wie es jetzt für die Ewigkeit fundirt ist, so war es diess doch auch, als noch keine Menschen, ja keine Organismen auf unserer Erde existirten. Die stetige Umwandlung nun macht es wahrscheinlich, dass auch für unsere gegenwärtige Periode, also für das Menschengeschlecht, die Stunde des Unterganges schlagen werde. Sei's auch, dass in jener zukünftigen Periode die Erde mit höher begabten Organismen, als wir sind, ausgestattet sein werde: bedeutet dann für den Menschen die Fortdauer des Sonnensystems mehr, als wenn die „ewige Materie“ sich neu zu Weltkörpern ballen würde? Genug, wir fänden es sehr am unrechten Platze, wollte ein Lehrer sich auf diesem Wege in der Schule zum Anwalt des Daseins Gottes machen. Auch wäre es sehr traurig, wenn dies nöthig wäre. Jene hohe ethisch-religiöse Bedeutung bleibt der Astronomie, wie der Beschäftigung mit jedem Grossen und Erhabenen auch ohne dieses unverkürzt. Gegen den Atheismus bedeutet aber der Einwurf, den jeder Denkende ohne grosses Wissen stellen kann: „der Töpfer ist gerechtfertigt, wenn der Topf mit ihm rechten kann“ mehr, als alle Nachweise der Vernünftigkeit in der Natur, die wir ja doch nur mit unserm beschränkten Massstab messen können. Nur zu leicht arten diese Nachweise in die Bewunderung aus, dass die Katze die Löcher da im Balge habe, wo die Augen sitzen. „Und der Blindmaulwurf?“ fragt der Gegner. Uebrigens hat es keine so grosse Gefahr mit dem Atheismus. Diese Weltanschauung gehört zu den Ausnahmen und wo sie als Ueberzeugung auftritt, darf auch sie das Recht der freien Meinung in Anspruch nehmen, um so mehr, als den wenigen bekannten entschiedenen Atheisten mehr menschliche Würde, mehr Wohlwollen, Wahrheitsliebe und Humanität innewohnt, als allen starren Anhängen kirchlicher Dogmen zusammengenommen.

Fassen wir schliesslich unser Urtheil in Kürze zusammen. Der Lehrer wird, wie jeder Leser das Buch nicht ohne vielfache Anregung, ja nicht ohne Erhebung lesen; speziell für seinen Lehrberuf wird er dagegen nur sehr spärliche Ausbeute

schöpfen. Für die andern Artikel*) wiegt dieser Vorwurf nicht viel, da sie ja nicht für Lehrer geschrieben sind; für den hier ausführlich besprochenen dagegen um so mehr. Man kann den Verfasser hier von dem Vorwurfe einer vom didaktischen Standpunkte zu geringen Durcharbeitung unmöglich freisprechen. Der Leser versetze sich einmal in die Lage, er wolle nach den in dem Artikel ausgesprochenen Ansichten ein Schulbuch für den astronomischen Unterricht an untern und Mittelschulen abfassen und er wird gewiss unser Urtheil bewahrheitet finden.

Wien. Dr. Ad. Jos. Pick.

---

*) Nachtrag der Redaction. Die übrigen Aufsätze sind:
1. Die Zukunft der Astronomie (Rede, Dorpat). **2.** Die verschiedenen Methoden der geogr. Ortsbestimmung (Cottas d. Vierteljahrsschr. 1843). **3.** Ueber die Sternsysteme (Vortrag, in d. 22. Vers. d. Naturforscher 1844). **4.** Rede zur Weihe des Platzes für Olbers Denkmal in Bremen (Septemb. 1844). **5.** Die Kometen. **6.** Die Erdaxe. **7.** Die Vereine für wissenschaftliche Vorträge. **8.** Die Entdeckung des Neptun. **9.** Wissenschaftliches Leben in Nordamerika. **10.** Die neuen Planeten-Entdeckungen. **11.** Die Aussichten der Himmelskunde. **12.** Die Astronomie des Unsichtbaren (Rede bei d. Jubelfeier d. Universität Dorpat). **13.** Astronomie u. Handelsverkehr. **14.** S. oben. **15.** Johann Keppler. **16.** Ueber Kalender-Reform mit spez. Beziehung auf Russland 1864 (Vortrag, Hannover 1865). **17.** Himmelskunde der Briten. **18.** Russlands geogr. Arbeiten und Entdeckungen. **19.** Die Versammlungen deutscher Naturforscher, insbesondere die in Frankfurt a/M. 1867. **20.** Die neuesten Arbeiten in der Himmelskunde (Vortrag, Frankf. a/M. 1867). **21.** Zur Geschichte des Gravitationsgesetzes. **22.** Eine literarische Betrügerei (Pascal, Newton). **23.** Ueber Veränderungen auf der Mondoberfläche (Vortrag, Norwich 1868). **24.** Die neuesten Angriffe auf die Himmelskunde. **25.** Die Himmelskunde der Alten. — Die 2. u. 5. bis 10. Abh. zuerst erschienen in der deutschen Vierteljahrsschrift, Stuttg. 1843—48, die 17.—20. in A. Hilbergs internat. Revue. Wien 1866—68.

Von vorstehenden Aufsätzen sei noch besonders hervorgehoben No. 15. (Keplers Leben). Wir wünschten für die Schule eine Sammlung ähnlicher Biographieen berühmter Mathematiker und Naturforscher, namentlich für Gymnasien, wo bei der Bevorzugung der Fürsten- und Kriegsgeschichte und des Alterthums nicht nur die Culturgeschichte überhaupt, sondern auch und vorzugsweise die Geschichte der exacten und inductiven Wissenschaften vernachlässigt wird, wodurch sich zum Theil die Geringschätzung der mathematischen und naturwissensch. Fächer seitens der Schüler erklärt. —

Vergl. d. Recens. i. lit. Centralbl. 1870. No. 48 u. i. Westerm. Monatsh. 1870. Hft. 8. S. 505. („Astronomie u. Bildung" von Schleiden).

Weinhold, Ad., Professor an d. höhern Gewerbeschule zu Chemnitz. Vorschule der Experimentalphysik. I. Theil. Leipzig, bei Quandt & Händel 1871.

Dieses Werk enthält neben einer auf ganz elementare Kenntnisse fussenden Darlegung der wichtigsten physikalischen Grundlehren eine Anleitung zur Anstellung der hierauf bezüglichen Versuche und eine physikalische Technik mit einfachen Mitteln. Es ist nach dem von Stöckhardt für die Chemie so glücklich bearbeiteten

Vorbild entworfen in der Absicht, der Jugend eine gleichzeitig belehrende und nutzbringende Unterhaltung zu bieten und zugleich der Neigung der reiferen Jugend, allerlei Dinge mit eigener Hand herzustellen, eine geistbildende Richtung zu geben.

An Büchern dieser Art hat unsere Literatur keinen Ueberfluss und zwar aus dem einfachen Grunde, weil hiezu nicht blosses Studium und rein theoretische Bekanntschaft mit dem Gegenstand, sondern wirkliches Handanlegen und Selbstanfertigen der Apparate nöthig ist. Die in diesem Buch sehr deutlich und verständlich beschriebenen Versuche und Apparate können von jedem, der einige Handfertigkeit besitzt, nachgeahmt werden und man erkennt sofort, dass wirklich mit eigener Hand angefertigte Apparate beschrieben sind und keine der dabei auftretenden Schwierigkeiten verschwiegen ist, kurz dass das Buch keine Vorschrift enthält, die nicht von seinem Verfasser zuvor praktisch erprobt wurde. Dadurch, dass in demselben die physikalische Technik mit der Erläuterung der Versuche verbunden ist, ist dasselbe von ganz besonderem Werth für solche, welche Zeit und Lust zu einfachen physikalischen Arbeiten haben und die Erfahrungen, aus denen die Naturgesetze resultiren, so weit diess möglich ist, selbst machen möchten, um diese Gesetze als selbsterkannte Wahrheiten und nicht bloss auf Treu und Glauben Anderer hin sich zu eigen zu machen. Zudem ist das Buch von der Verlagsbuchhandlung in Druck, Illustration und Papier so reich ausgestattet, dass sein Preis von $1^1/_3$ Thlr. ein sehr niedriger ist. Da in dem ganzen Buch nur metrisches Mass gebraucht und bei den Illustrationen stets das Verhältniss zur Naturgrösse angegeben ist, eignet es sich für alle deutschen Länder ohne Ausnahme und ist der Belehrung suchenden reiferen Jugend aufs wärmste zu empfehlen.

Stuttgart, April 1871. C. Bopp, Professor.

Mit dieser Beurtheilung, namentlich auch bezüglich der Ausstattung des Werkes, vollkommen einverstanden, sprechen wir den Wunsch aus, dass es dem geehrten Herrn Verfasser gelingen möge, recht bald den 2. Theil folgen zu lassen.

Die Redaction.

Elssner, G. Naturwissenschaftliche Anschauungsvorlagen. Löbau, Selbstverlag 1. u. 2. Lief. à L. 25 Ngr.

Wenn auch eine gesunde Methodik fordert, dass der Schüler im naturhistorischen Unterrichte seine Kenntniss von den Naturproducten an diesen selbst erlerne, so verbietet sie doch nicht, da, wo dies mit Schwierigkeiten verbunden ist, sich der durch die Kunst geschaffenen Hilfsmittel zu bedienen. Als ein solches bietet uns Herr Steindrucker Elssner in Löbau (Sachsen), der durch seine „Laubbäume“ und manches andre den Naturgeschichtslehrern be-

kannt sein dürfte, seine grossen Wandtafeln für den Classenunterricht, welche nur Darstellungen aus dem Bereich der Pflanzenwelt bringen sollen.

Die 1. Lieferung giebt Zergliederungen von *Pinus silvestris L.*, *Betula verrucosa Ehrt.* und *Viscum album L.* und zwar in der Weise, wie wir sie u. a. in Rossmässlers Werken finden, wie sie überhaupt geschaffen zu sein scheinen, den Unterricht nach den Grundsätzen Rossmässlers zu ermöglichen. Sie umfasst 7 Bogen bei sehr schöner, wenn gleich einfacher Ausstattung für den Spottpreis von 25 Sgr.

Die Zeichnungen sind auf schwarzem Grunde so gross dargestellt, dass sie selbst bei überfüllten Classen von allen Schülern genau erkannt werden. So ist z. B. die Keimpflanze von *Pinus silvestris L.* 28 cm. lang, ein Nadelpaar 45 cm. lang und 2 cm. breit, sowohl der reife ungeöffnete, als der geöffnete Zapfen 22 cm. lang dargestellt worden. — Die Abbildungen sind ganz naturgetreu.

Ich habe mich bei meinem Unterrichte in der Realschule mehrfach überzeugt, dass diese Tafeln dem Lehrer und dem Schüler vielfach grosse Erleichterung verschaffen, selbst dann, wenn lebende Exemplare sich in Jedes Hand befinden. Prof. Dr. Cohn in Breslau hat sie mit „grösstem Vortheil“ bei seinen Universitätsvorlesungen benutzt und Dr. Reichardt in Wien empfiehlt dieselben sehr warm.

Eine 2. Lieferung veranschaulicht Zergliederungen von *Fagus silvatica L.*, *Viburnum opulus L.* und *Taxus baccata L.* Hierbei sind auch mehrere für die Pflanzenanatomie recht brauchbare Blattnetzdarstellungen geliefert worden, die den Ansprüchen an Wahrheit und Deutlichkeit völlig genügen.

Herr Elssner beabsichtigt unter pädagogischer Leitung noch eine Reihe von Lieferungen zu bearbeiten und wird zunächst solche Pflanzen behandeln, die im Unterrichte mannigfache Schwierigkeiten bieten, als die Gräser, Riedgräser, Orchideen u. s. w. Noch sei erwähnt, dass die Bestellung auf jede beliebige Lieferung erfolgen kann, dass also niemand verpflichtet ist, auf das ganze Werk zu subscribiren.

Indem wir versprechen, später die Fortsetzungen einer Recension zu unterwerfen, bitten wir jetzt schon, dem Unternehmen, das jedenfalls das beste seiner Art sein dürfte, alle Aufmerksamkeit zuzuwenden, die es wirklich verdient.

H. ENGELHARDT,
Oberlehrer an der Realschule zu Neustadt-Dresden.

KOPPE, K., Professor. Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte. Vierte verbesserte Auflage. Essen, Bädeker. 1870. (Pr. ?)

Die Hülfsbücher für den naturgeschichtlichen Unterricht lassen sich in zwei Gruppen unterscheiden, nämlich in Lehrbücher, deren Aufgabe directe Belehrung ist und in Leitfäden, die dem Lehrer

für den Unterricht und dem Schüler für die Repetition nur Haltpunkte liefern sollen. Der Unterschied zwischen beiden liegt nicht etwa in der grösseren oder geringeren Reichhaltigkeit, sondern in der Darstellungsweise.

Das Lehrbuch muss ausführlich geschrieben sein, so dass es auch ohne den erläuternden Unterricht verständlich ist; es wird hauptsächlich nur ausser den Stunden als belehrende Lectüre zu benutzen sein, während des Unterrichts aber, weil der Schüler nicht zugleich lesen und zuhören kann, am besten bei Seite gelegt werden. Abbildungen sind unerlässlich.

Der Leitfaden (Grundriss) dagegen hat die Aufgabe, während des Unterrichts die Worte des Lehrers mit dem vor Augen liegenden Texte des Buchs zu verknüpfen, so dass der Schüler beim Repetiren durch die Notizen des Buchs an das in der Stunde Besprochene erinnert wird. Da nun das Lesen während des Unterrichts der Aufmerksamkeit offenbar nachtheilig ist, so muss sich der Leitfaden der äussersten Kürze des Ausdrucks befleissigen, er wird in der Regel so zu sagen nur Stichworte liefern, an welche dann die Erinnerung anknüpft. Der Leitfaden wird demnach im Wesentlichen nur das enthalten, was der aufmerksame Schüler nicht mit Leichtigkeit im Kopfe behalten kann; hierzu gehören vor Allem Namen von Gattungen, Arten, Verbreitungsbezirken und dergl., die sonach einen grossen Theil des Leitfadens füllen werden. Der Leitfaden wird ohne den erläuternden Unterricht grossentheils ungeniessbar sein. Abbildungen sind entbehrlich, da der Lehrer auf reiche Anschauung während des Unterrichts bedacht sein muss.

Von diesem Gesichtspunkte ist des Verfassers Werk nicht als Leitfaden, sondern als kurzes Lehrbuch zu betrachten, obgleich der Verf. im Titel und in der Vorrede das Gegentheil erklärt und obgleich es keine Abbildungen enthält. In einen Leitfaden für Gymnasiasten gehören nicht Sätze, wie z. B.: „Sie (die Eichhörnchen) springen mit grosser Behendigkeit von einem Aste zum andern" und viele ähnliche.

Sonst enthält die Zoologie bei mässigen Ansprüchen an die Fassungskraft des Schülers kurzgefasste, hin und wieder recht gute*) Beschreibung der Thierklassen, auch einzelner Ordnungen oder Familien, während Gattung und Art im Ganzen sehr dürftig behandelt sind. So fehlen gänzlich z. B. Zobel, Bisamratte, Maulthier, Mammuth.

Die Botanik ist eine ziemlich schwache Seite des Buchs. Der erste Abschnitt handelt „von der Benennung der Pflanzentheile" und enthält u. a. auch die (Hildebrand'schen) Befruchtungsverhältnisse (durch Insekten, Wind u. s. w.), die überhaupt einseitig bevorzugt sind.**) Der zweite Abschnitt gibt das Linné'sche System

*) z. B. die Charakteristik des Vogels.

**) So ist z. B. über die Plantagineen weiter nichts gesagt, als dass sie „protogynisch-dichogamische Windblüthen besitzen".

mit nackter Aufzählung der einheimischen Gattungen. Der dritte Abschnitt enthält „das natürliche Pflanzensystem", mit oberflächlichen Beschreibungen der wichtigsten Familien und Nennung der allerwichtigsten Gattungen und Arten. Von einem Bestimmen der Pflanzen ist natürlich keine Rede.

Der vierte Abschnitt „vom inneren Bau und der Entwicklung der Pflanzentheile" trägt entschieden den Charakter eines Lehrbuchs und sticht gegen die übrigen Theile des Buchs nach Sprache und Inhalt vortheilhaft ab. Auf einem Versehen beruht wohl die Bemerkung, dass das Pfropfen und Oculiren „am besten im ersten Frühjahre oder Herbste geschehe".

Die Mineralogie enthält keine chemischen Formeln, nicht einmal die Angabe der Bestandtheile nach Procenten, wenig Technologie, auch keine genauere Behandlung der Krystallformen, im Allgemeinen eine Uebersicht des Wichtigsten aus der Oryktognosie und, wenngleich ganz dürftig, der Geognosie.

Das Buch bezeugt ein gewisses Geschick in der allgemeinen Darstellung, aber doch eine Oberflächlichkeit, die dem aufmerksamen Leser den Gedanken aufdrängt, dass der Verfasser durch glückliche Erfolge mit andern Schulbüchern sich in ein weniger vertrautes Gebiet habe verlocken lassen.

Zunächst ist die Sprache oft fehlerhaft, was bei einem Schulbuche doppelten Tadel verdient. Der häufige Beginn der zoologischen Beschreibungen mit „Sie haben" erinnert an Schülerarbeiten. Als Beispiele wirklicher Sprachfehler, wie sie häufig sind, seien angeführt: „Die Gattung des Hamsters *(Cricetus)* ist den Mäusen ähnlich, aber durch Backentaschen verschieden, in denen sie Vorräthe in Erdlöcher tragen." „Die Gattung der Kameele *(Camelus)* hat auf dem Rücken einen oder zwei Fett-Höcker, und ihre Zehen sind durch eine breite, schwielige Sohle verbunden, und nur an der Spitze ein wenig getrennt, so dass sie als Zwischenstufe zwischen Pferden u. eigentlichen Zweihufern erscheinen." „Wir zerfällen diese zahlreiche Klasse (die freiblumigen Dicotylen) . . . je nachdem die Blumenblätter und Staubgefässe an den Kelch angewachsen oder dem Blüthenboden eingefügt sind, in zwei Ordnungen: 1., Bodenständige Freiblümler, *Polypetalae thalamiflorae,* 2. Kelchständige Freiblümler, *Polypetalae calyciflorae.*"

Auch Schreib- und Druckfehler sind oft störend z. B. gleich im Eingange heisst es: „Die *an*organischen Naturkörper theilen wir in Thiere und Pflanzen, . . . den organischen Naturkörpern gibt man auch den Namen Mineralien." Bei den Netzflüglern heisst es: „*A.,* Mit vollkommner Verwandlung . . . *B.,* Mit vollkommner Verwandlung". (Was gilt?)

In sachlicher Hinsicht finden sich gewagte Behauptungen und wirkliche Fehler in weit höhrem Masse, als die Nachsicht mit der allgemein menschlichen Unvollkommenheit entschuldigen kann. Z. B.

„Die Nasenlöcher (der Wale) dienen dazu, das in den Mund gekommene Wasser auszuspritzen“ (also wohl nicht zum Athmen?). „In die Klasse der Fische stellte man früher auch die Lampreton *(Petromyzon)* .. [Es folgen die bekannten Merkmale derselben]. Sie stehen daher mindestens ebenso tief unter der Klasse der Fische, als diese unter den am höchsten entwickeltenSäugethieren“(!). Gleichwohl nennt der Verfasser keine Klasse, in welche man gegenwärtig die Lampreten stelle; im Gegentheil heisst es „B. Knorpelfische. Das Skelet . . . ist bei einigen (den Lampreten) sogar häutig.“ „Robben *(Pinnipedia)*. Mit 4 flossenförmigen Füssen.“ „Der Darmkanal (der Vögel) mündet in die Harnblase, die sogenannte Kloake.“ „Die Männchen (der Kröten) lassen zur Paarungzeit oft ihre laute Stimme vom Grunde des Wassers her ertönen.“ (Eine Stimme unter Wasser??) „Zum Auf- und Niedersteigen im Wasser dient . . . die Schwimmblase.“ Im Gegentheil ist die Schwimmblase dem Auf- und Niedersteigen hinderlich (vergl. z. B. die Bodenrenken und Kröpflinge, *Coregonus Fera* und *hiemalis Jur.*, in den Alpenseen). „So kann der Blutumlauf (der Fische) nur langsam erfolgen. Es hat daher das Blut auch nur eine geringe Wärme.“ „Ausserdem finden sich einige Beutelthiere in Südamerika“ (also keins in Nordamerika?). „Dieser Familie (der Hirsche) verwandt ist die Familie der Moschusthiere.“ (Die Affen der alten und neuen Welt, mit Einschluss der Krallenaffen, vereinigt der Verf. in eine Familie, die Hirsche und Moschusthiere trennt er in zwei!) „B. Amerikanische Affen . . . Der rothe Brüllaffe *(Mycetes seniculus)*, mit langem Wickelschwanze, lebt in Guinea.“ „Der Auerochs *(Bos Urus)*, früher in Deutschland, jetzt nur noch in Lithauen“ *(Bos Urus* ist ausgestorben, in Lithauen lebt *B. Bison)*. „Der Steinbock, im Alpengebiete ausgerottet . . .“ (auch am *Monte rosa?)*. „Die beiden Hintergliedmassen (der Wale) sind zu einer wagerechten Schwanzflosse verwachsen.“ (Erkennt man diese Verwachsung aus dem Skelet oder aus der Entwicklungsgeschichte?) „Zu den an Arten reichsten Gattungen (der Lebermoose) gehören *Marchantia* und *Jungermannia*.“ (Wie viel *Marchantia*-Arten kennt denn der Verfasser?)

Als Unklarheiten sind beispielsweise zu nennen: „Die Zehen (der Katzen) sind mit spitzen, in eine Scheide zurückziehbaren Krallen bewaffnet.“ (Wie soll man sich diese „Scheide“ anatomisch und morphologisch denken?) „Diese (Geweihe) sind Verlängerungen des Stirnbeins.“ „Halbflügler *(Hemiptera)* mit nach unten geschlagenem Rüssel.“ (Was heisst „unten“?)

Die Systematik ist theilweis ziemlich alterthümlich. Die Affen werden eingetheilt in „ungeschwänzte (darunter *Inuus sylvanus)* und geschwänzte Affen.“ Die Beutelthiere sind noch zwischen Raubthiere und Nagethiere eingeschoben, die *Monotremen* existiren nicht als selbständige Ordnung, sondern sind „wegen ihres zahnlichen Mundes“ den Zahnarmen *(Edentata)* eingereiht. Die Fische werden ge-

theilt in Knochenfische (Weichstrahler und Stachelstrahler) und Knorpelfische (Freikiemer und Haftkiemer).

Mit der Logik wird es keineswegs genau genommen. So werden die Krallenthiere eingetheilt in „*a)* mit (meist) vollständigem Gebiss, *b)* mit unvollständigem Gebiss.“ Zu den Affen „mit vier Händen“ zählen unbedenklich auch die Krallenaffen. „Die Gattung der Karpfen *(Cyprinus)* hat grosse Schuppen“ und von den „zahlreichen Arten“ wird u. a. angeführt „der Schlei *(C. Tinca)*.“ Zu den Papilionaceen mit „fünf eine Schmetterlingsblume (s. § 11.) bildenden Blumenblättern“ zählt der Verf. unbedenklich den Johannisbrotbaum, Fernambukbaum u. s. w. (Wie wird er staunen, wenn er einmal die „Schmetterlingsblume“ von *Ceratonia* zu sehen bekommt). Wir gestehen gern zu, dass es nicht möglich ist, in einer kurzen Charakteristik natürlicher Gruppen alle Ausnahmen zu berücksichtigen, und dass es ungerecht sein würde, aus solchen Ausnahmen den Vorwurf logischer Fehler herzuleiten. Um auch den Schein einer solchen Ungerechtigkeit des Urtheils zu vermeiden, sei hier aus des Verfassers Werk die Frucht-Terminologie (§ 15.) wörtlich mitgetheilt.

„Wir verstehen unter der Frucht den Samen nebst der ihn umgebenden Hülle.[1]) ....

Von den sehr mannigfaltigen Fruchtformen beschränken wir uns auf Anführung der am häufigsten vorkommenden. Wir theilen die Früchte zunächst in trockene und fleischige[2]). Von jenen betrachten wir zuerst die nicht aufspringenden, einsamigen[3]) Früchte. Es gehören hierher:

1) Die Schalfrucht *(Caryopse)*, eine einsamige, trockene Frucht, bei welcher die Fruchthülle innig mit dem Samen verwachsen[4]) ist (so dass man sie im gemeinen Leben gewöhnlich mit dem Samen verwechselt).[5]) Sie findet sich bei den Gräsern, Lippen-

---

[1]) In § 10. liest man: „An dem Stempel unterscheiden wir ... als den untersten Theil den Fruchtknoten, welcher seinen Namen daher führt, weil er sich später zur Frucht ausbildet.“ — Das Wort „Hülle“ ist nirgends erklärt. Die umwachsende, oft erhärtende Blüthenhülle kann nicht gemeint sein, denn die Chenopodiaceen haben nach § 82. eine „Schliessfrucht von der bleibenden Blüthenhülle umgeben,“ eben so wenig die *cupula* der Cupuliferen, denn die Frucht derselben ist nach § 88. eine „einsamige Nuss, von ... den in einen Becher verwachsenen Deckblättern umgeben.“ Die Frucht von *Physalis* ist leider nicht erwähnt. Offenbar hat man das Wort „Hülle“ statt Fruchtknoten nur gesetzt, um sich das Recht zu reserviren, nach Belieben einmal irgend einen andern Pflanzentheil mit zur Frucht rechnen zu können.

[2]) Unter den „fleischigen“ Früchten stehen die der Amygdaleen; bei der Mandel ist nach § 62. die Frucht „nicht mit einer fleischigen, sondern mit einer trocknen, fasrigen Hülle umgeben.“

[3]) Dem widerspricht der Verf. sofort selbst in der Definition von Schliessfrucht.

[4]) Hat wohl der Verfasser die Frucht von *Malva* oder *Geranium* einmal angesehen.

[5]) Stillschweigend wird vorausgesetzt, dass die Frucht oberständig ist.

blumen,[6]) Malven[7]) u. a. Bei den Gräsern bleibt die Schalfrucht bisweilen noch überdies von den Spelzen[8]) umschlossen (z. B. Gerste). Bei den Lippenblumen und den Rauhblättern spaltet sich der Fruchtknoten in 4 Schalfrüchte,[6]) bei Malven[7]) und Storchschnabelgewächsen[9]) in zahlreiche.

2) Die Schliessfrucht (Achene), eine einsamige oder zweisamige[10]) trockne Frucht, welche aus einem mit der Röhre des Kelchs verwachsenen Fruchtknoten[11]) entstanden ist. Die Achenen der körbchenblüthigen sind einsamig und in der Regel mit einem aus Haaren gebildeten Fallschirm gekrönt, welcher die Ausbreitung derselben durch den Wind befördert[12]). Die Achenen der Schirmpflanzen sind zweisamig[13]) (Doppelachenen).

3) Die Nuss, eine einsamige Frucht, mit holzig erhärteter Fruchthülle[14]), z. B. Haselnuss.

4) Die Eichel ist von der Nuss nur durch die weniger harte Fruchthülle verschieden, welche am Grunde von einem Näpfchen, den verwachsenen Deckblättern umgeben ist[15]).

Von mehrsamigen[16]), aufspringenden Früchten führen wir an:

5) Die Balgfrucht, eine meistens mehrsamige[17]) Frucht, welche sich bei der Reife in einer Längsspalte öffnet z. B. Dotterblume, Rittersporn, Eisenhut.

6) Die Hülse, welche bei der Reife mit zwei Klappen aufspringt, welche durch zwei Nähte verbunden sind, von denen eine die Samen trägt.

---

[6]) Nach § 75. u. 76. haben die Borragineen u. Labiaten „4 im Grunde des Kelchs liegende Schliessfrüchte."

[7]) Nach § 58. besteht die Frucht der Malvaceen aus „mehreren .. Schliessfrüchten."

[8]) Die Spelzen gehören also auch nicht zu der erwähnten „Hülle."

[9]) Nach § 59. ist die „Frucht (der *Geraniaceen*) aus fünf an die Griffel befestigten Früchtchen bestehend."

[10]) Die gehören also zu den „einsamigen Früchten!"

[11]) Nach § 11. heisst ein solcher Fruchtknoten „unterständig." Gleichwohl ist nach § 81. u. 82. die oberständige Frucht der Polygoneen und Chenopodiaceen eine Schliessfrucht.

[12]) Diese Bemerkung gehört offenbar nicht in die Terminologie, sondern in die Beschreibung der Compositen-Familie.

[13]) Nach § 66. besteht die Frucht der Umbelliferen „aus zwei verwachsenen (!), bei der Fruchtreife sich trennenden Schliessfrüchten." Ist dem Verf. „eine zweisamige Schliessfrucht," die nach seiner eigenen Definition nicht aufspringt, dasselbe, wie zwei sich bei der Reife trennende einsamige Schliessfrüchte?

[14]) Nach § 51. ist die Frucht der Linde eine „einsamige Nuss." Gibt es (vergl. die Definition) auch mehrsamige Nüsse?

[15]) Nach § 88. ist die Frucht der Cupuliferen „eine einsamige Nuss;" die Eiche ist eine Cupulifere, folglich ihre Frucht eine „einsamige Nuss," also keine Eichel!

[16]) Wie steht es aber mit den einsamigen aufspringenden Früchten, z. B. *Statice, Amarantus?*

[17]) Also mehrsamige Früchte sind meistens mehrsamig!

7) Die Schote springt ebenfalls mit zwei Klappen auf, welche durch Nähte verbunden sind. Sie unterscheidet sich aber von der Hülse dadurch, dass die Samen an beiden Nähten sitzen, und dass sie gewöhnlich durch eine Scheidewand in zwei Fächer getheilt ist. Sie ist durch zwei verwachsene Fruchtknoten[18]) gebildet.

8) Die Kapsel, eine durch das Verwachsen mehrerer Fruchtknoten[18]) gebildete Frucht mit trockner Fruchthülle, welche die Samen nur locker einschliesst. Sie ist gewöhnlich durch Scheidewände in eben so viele Fächer getheilt, als Fruchtknoten in derselben vereinigt sind; zuweilen fehlen jedoch die Scheidewände und die Kapsel wird einfächerig genannt, z. B. Schlüsselblume, Harnkraut . . . .

§ 16. Fleischfrüchte. Während bei den trocknen Früchten die Ausbreitung der Samen meist durch den Wind, oder, bei den mit Widerhäkchen bekleideten, durch vorüberlaufende Säugethiere bewirkt wird, sind dagegen die fleischigen Früchte meist der Ausbreitung der Samen durch Vögel angepasst und daher in der Regel durch abweichende Farben von weitem bemerkbar. Eine sehr harte Samenhülle[19]) erhält das Samenkorn unversehrt, während das Fleisch der vom Vogel verschluckten Frucht verdaut wird. Mit dem Kothe des Vogels werden dann die wohl erhaltenen Samen an neue Wohnsitze abgesetzt[20]). — Das Fruchtfleisch wird bald von der äusseren Schicht der eigentlichen Samenhüllen, bald von benachbarten Theilen[21]) gebildet.

9) Bei den Steinfrüchten (Kirsche, Pflaume etc.) bildet die innere Schicht der Samenhülle das steinige Gehäuse, die äussere das Fruchtfleisch.

10) Bei den Brombeeren[22]) und Himbeeren haften viele kleine Steinfrüchte zusammen.

11) Bei den eigentlichen Beeren (Johannisbeere, Heidel-

---

[18]) Die Verwachsung der Fruchtknoten scheint eine Lieblingsidee des Verf's. zu sein. Fruchtknoten ist nach § 10. der unterste Theil des Pistills, des innersten Theils der Blüthe; folglich könnten die Fruchtknoten doch erst nach der Blüthe verwachsen. Die Primulaceen haben einen Fruchtknoten, wie kann da die Frucht aus mehreren Fruchtknoten verwachsen sein? Offenbar verwechselt der Verf. Fruchtblätter mit Fruchtknoten.

[19]) Nach der Definition an der Spitze des § kann mit dieser „Samenhülle“ nur die Fruchtschale gemeint sein. Offenbar meint aber der Verf. hier die Samenschale, einige Zeilen weiter unten mit demselben Worte die Fruchtschale.

[20]) Alles dies gehört nicht in einen Leitfaden, am wenigsten in die Terminologie.

[21]) Die Deckschuppen der Wachholderbeere sind offenbar auch „benachbarte Theile“ und so müsste die Wachholderbeere eine eigentliche Beere sein, allein der Wachholder hat nach § 96. eine „Scheinbeere.“

[22]) Was soll die Brombeere, Feige, Erdbeere unter den „häufig vorkommenden Fruchtformen?“ Oder ist die Frucht einer häufigen Pflanze eine häufig vorkommende Fruchtform?

beere) sind mehrere[23]) hart umhüllte[24]) Samenkörner in einer fleischigen, meist mehrfächerigen Frucht eingeschlossen[24]).

12) Bei den Erdbeeren[22]) schwillt der Fruchtboden ...

13) Bei den Feigen[22]) wird der gemeinsame Boden des Blüthenkörbchens[25]) fleischig und hohl und schliesst mit den Rändern zusammen.

14) Bei Aepfeln und Birnen bildet der Kelch das Fruchtfleisch und umschliesst ein fünffächeriges pergamentartiges Samengehäuse[26]).

15) Bei Hagebutten umschliesst der ebenfalls fleischig gewordene, krugförmig zusammenschliessende Kelch zahlreiche Schalfrüchtchen.

---

[23]) Wenn nun bloss ein Same vorhanden ist, wie bei *Viburnum, Viscum*, dann ist die Frucht keine Beere? In § 70. steht: „Frucht eine Beere."

[24]) Hier scheint unter „Hülle" wieder die Samenschale gemeint zu sein; bei der Unbestimmtheit des Wortes Samenhülle könnte man ohne Verstoss gegen die Definition Frucht von *Cornus* und *Coffea* hierher rechnen.

[25]) Das Wort Blüthenkörbchen ist in § 13. der Terminologie folgendermassen erklärt: „Wenn der gemeinschaftliche Blüthenstiel sich am Ende in eine Fläche ausbreitet, welche den dicht zusammenstehenden Blüthen zur gemeinschaftlichen Unterlage dient und äusserlich von zahlreichen Deckblättchen (Hüllblättchen) umgeben ist, so dass der ganze Blüthenstand eine einzige Blume zu bilden scheint, so nennt man denselben ein Körbchen oder eine zusammengesetzte Blume z. B. Aster" etc. — Offenbar ist in § 16. diese Definition wieder vergessen.

[26]) Wieder ein neues nicht erklärtes Wort. Nach § 61. ist die „Frucht (der Pomaceen) fleischig, 2—5fächrig," in § 11. dient sie als Beispiel des echt unterständigen Fruchtknotens.

DRESDEN. KOBER.

Recensionenschau.

Mathematik.

Hesse, Determinanten. Lpz. b. Teubner (Schlöm. Z. f. M. u. Ph. 16, 2) v. Schlömilch; Darstellung meisterhaft genannt. Die elementare Darst. durch d. Bestimmung des Buchs für die Realgymnasien geboten.

Schlömilch, Uebungsbuch z. Studium der h. Analysis II. Th. Aufgaben aus der Integralrechnung. Lpz. 1870. b. Teubner (L. CBl. No. 15. S. 376). Ref. bezeichnet das Buch als ein kurzes Lehrb. der Integralrechnung u. bezweifelt, dass die Schüler dadurch mathematisch denken lernen. Das „Rechnen" überwiege u. wo das Denken beansprucht werde, da hälfe der Verf. nach, was bei den „meist künstlichen" Lösungen freilich berechtigt sei.

Cremona, Grundzüge einer allgemeinen Theorie der Oberflächen in synthet. Behandlung. Berlin b. Calvary, übers. v. M. Curtze mit zahlreichen Zusätzen des Verf. Vom Ref. als ein höchst verdienstliches Werk bezeichnet. L. CBl. 1871. No. 15. S. 377.

Wolf, Handbuch d. Mathematik (Zürich 1870) I. Bd. 2. Lief. (L. CBl. 1871. No. 13., üb. d. 1. Lief. s. 1870. No. 15). Der Recensent *(G—l)* vermisst hinsichtlich der ersten Forderung an ein solches Werk („systemat. Entw. der Hauptgedanken d. math. Forschung, Aufzählung der verschiedenen Methoden und wesentl. Resultate der einzelnen math. Disciplinen") theilweise gerade die Ideen u. Methoden, welche seit etwa 40 J. manche dieser Disciplinen gänzlich umgestaltet haben. Er zählt diese

dürftig bedachten Disciplinen auf. — Die zweite Forderung („geordnete Zusammenstellung liter. Hilfsmittel“) sei einseitig durch rein chronologische Aufzählung erfüllt. Die genaue Angabe des Charakteristischen jedes Buches fehle u. die Bücher ständen oft an falschen Stellen, die Verzeichnisse seien lückenhaft. Zwar sei Vollständigkeit in den lit. Nachweisen ein Ideal, aber Werke wie Meyer's Axonometrie und ganz besonders Guglers darst. Geometrie sollten nicht fehlen! Kurz: Ref. habe in W.'s Werke nicht das gefunden, was er gesucht; brauchbar sei das Werk gewiss u. die Freunde des W. Taschenbuchs würden es gewiss begrüssen, aber es hätte noch brauchbarer gemacht werden können. —

Bardey, Algebr. Gleichungen nebst ihren Lösungen. Lpz. b. Teubner 1868. v. Erler i. Berl. Z. f. GW. XXIV. Nvbr. u. Dcbrheft S. 843 ff., vergl. XXIII, 478). Ref. stellt das Buch in die Reihe der neueren vom Lehrer zu studirenden Bücher (Steiners Vorlesungen, Dirichlets Zahlentheorie, Baltzers Determinanten, Joachimsthals analyt. Geom.). „Die Aufgaben des Verf.s charakterisiren sich von vornherein dadurch, dass unter den 1000, die er uns bietet, kaum eine sein wird, die nicht durch ihre symmetrische Gestaltung, durch die Einfachheit u. Uebersichtlichkeit der Gruppirung sich als eine wissenschaftlich interessante darböte, u. den Blick für das schärfte, was eben auf diesem Gebiete das Eigenthümliche ist.“ Die Diction sei knapp (concis). Da die Gedanken mehr angedeutet, als entwickelt seien (vergl. I. 406), so sei das Buch für Studenten (Abiturienten) nicht recht brauchbar. Ref. geht das Einzelne durch u. hebt hervor die Methode der correspondirenden Addition bei Transformation der Formeln, die Symmetrie d. Formeln, Zerlegen in Factoren (z. B. $x^4 - y^4$ etc.), reciproke („symmetrische“) Gleichungen. I, 153 u. 194. I, 406. II, 250. I, 283. Auch die trigonom. Behandlung sei interessant, besonders die Constructionen, auf welche die Lösungen führen. I, 318. II, 347., ebenso die Gleichungen des 4. Gr., die sich auf Gleichungen des 2. Gr. zurückführen lassen. I, 365. 386. Dann bespricht Ref. die Gleichungen mit 2, 3, 4 ... etc. Unbekanten u. hebt hervor die Methode, zur Summe $x^2 + y^2$ das Product xy zu suchen, vermisst dagegen die Aufsuchung des Prod. xy zur Summe $x + y$, bespricht endlich noch Arten wie II, 233 u. III, 47. —

Recensent will nur eine Andeutung des reichen Inhalts gegeben haben. Ueber die Anwendungen d. h. die Aufgaben aus der Praxis (Phys., Astr., Mech.), die auf solche Aufgaben (Ansätze) führen u. — ein solches Buch erst werthvoll machen! — schweigt Recensent.

Harms, Rechenbuch für die Vorschule (Oldenb. 1870) ibid. S. 849. v. Kuckuk. Die Einführung dieses Rechenb. in den Vorschulen (Bürgerschulen?) u. den unteren Classen der Mittelschulen (R. u. G.) wird wegen d. zweckmässigen Vorbereitung d. Schüler auf d. mathem. Unterricht sehr empfohlen.

Lehmann, Revolution d. Zahlen nebst Beiblatt. Lpz. 1870. (Hunger) A. Schul-Ztg. No. 11, Verf. will ein neues Zahlensystem einführen, da 10 nicht theilbar genug ist; aber nicht etwa das Duodezimalsystem, sondern das Sechsersystem (Grundzahl 6). Recensent führt aus, welche ungeheuerliche Revolution im Geschäfts- u. Schulleben dadurch entstehen würde, u. dass dies unausführbar sei. Die Redaction bezeichnet diesen Vorschlag als eine Curiosität von einem Stubengelehrten, „ein Practikus würde nicht einmal einen solchen Traum träumen!“ —

Physik und Mechanik.

Ott, C. v., Grundzüge des graphischen Rechnens u. der graphischen Statik. (Prag 1871) Schlöm. Z. f. M. u. Ph. 16, 2. Lit. Ztg. S. 20. v. Fränkel. Gute Vorbereitung auf das Culmannsche Werk für Mittelschulen, sowie für Praktiker (Techniker) zweckmässig.

Naturwissenschaft.

Schell, Theorie d. Bewegung der Kräfte. Lpz. b. Teubner, v. Schlömilch Z. f. M. u. Ph. Wird als eine Arbeit bezeichnet, welche allen in den letzten Dezennien erschienen Lehrbüchern der Mechanik „weit überlegen“ sei.

Hausmann, die Atome u. ihre Bewegungen, ein Versuch zur Erweiterung der Krönig-Clausius'schen Theorie der Gase. Lpz. b. Mager, bespr. v. Wittwer ebenda.

Klinkerfues, theoret. Astronomie. I. Abth. Braunschw. Vieweg u. S. 1871. Mit dem ähnlichen Werke v. Oppolzer (L. CBl. 1870. S. 432), verglichen v. S. (L. CBl. 1870. No. 15. S. 377). Inhalt reichhaltig, Behandlung der astronomische Bahnbestimmungen gründlich. Eine ausführlichere Anzeige nach Completirung des Werkes wird versprochen.

Müller, d. Kepler'schen Gesetze, eine elementare Ableitung aus Newton's Attractionsgesetz, s. L. CBl. 1871. No. 13. S. 315. Rec. will das Zeitgemässe dieses Unternehmens der Beurtheilung der Schulmänner überlassen, da doch der Begriff „Differential“, wenn man auch das Wort vermeide, nicht entbehrt werden könne. Jedenfalls seien die vorausgeschickten Lehrsätze aus den Kegelschnitten u. der Mechanik eine gute Vorbereitung. Uebrigens sei dieser Weg nicht völlig neu, finde sich vielmehr in älteren astron. Lehrbüchern (Bohnenberger 1811. § 282—83). Sachlich sei nicht alles (elementar) streng aus den Grundprinzipien abgeleitet. Folgen Belege. —

Europ. Gradmessung, Generalbericht 1869. Brl. 1870. v. Sch. ebenda. Inhaltsangabe des gegenw. Standes des Unternehmens.

Naturgeschichte.

Speyer, Conchylien d. Casseler Tertiärbildungen. 6. Lief. Cassel, Fischer 1870. Kraft, Die normale u. anormale Metamorphose d. Maispflanze. Wien, Gerold 1870.	L. CBl. Jhrg. 71. 16.

Geographie.

Peschel, neue Probleme aus der vergleichenden Erdkunde. Berlin 1870. bei Dunker u. H., s. L. CBl. 1871. 16. S. 403. „Sie gehören zu dem Bedeutendsten, was neuerdings auf dem Gebiete der Erdkunde geleistet worden ist; behandeln vorzugsweise d. Geschichte der Erd- u. Länderbildung (Geogenie). In anziehende Sprache eingekleidet, umfassend u. meist überzeugend in ihrer Beweisführung, daneben aber auch durch einige einfache, aber ausdrucksvolle Holzschnitte erläutert, haben „die Probleme“ Peschels ungemein anregend auf das wissenschaftliche, wie überhaupt in weitern Kreisen auf das gebildete Publikum gewirkt.“ Rec. tadelt aber, dass der Verf. den Bahnbrechern der geogr. Wissenschaft (Ritter, Humboldt) alles Verdienst um die vergleichende Erdkunde abspricht. Er hebt dann einige Bedenken hervor, die den Werth dieses epochemachenden Werks nicht schmälern, vielmehr nur seine anregende Wirkung für weitere Untersuchungen beweisen sollen. —

Kiepert's neuer Handatlas über alle Theile d. Erde. 2. Aufl. 10—11. Lief. Berlin, Reimer 1870, s. L. CBl. Jhg. 71. No. 16. S. 404, wird als ein Atlas bezeichnet, der sich „durch zweckmässige Anlage, durch gewissenhafte Ausarbeitung u. harmonischen Einklang unter den deutschen Atlanten einen würdigen Platz errungen hat.“ Einige Blätter (No. 7. 17[a], 21[a], 25) finden eingehendere Besprechung. Vergl. Z. f. GW. XXV, S. 206. u. XXIV, S. 773 ff.

Geschichte der Mathematik und Naturw.

Ehrenberg, Gedächtnissrede auf Alexander v. Humboldt. Berlin 1870. Oppenheim s. L. CBl. Jhrg. 1871. No. 14. „Gehört zu den würdigsten der zu H. 100j. Geburtstage erschienenen Gedächtnissreden."

Bretschneider, Geometrie u. Geometer vor Euklid, Lpz. Teubner 1870. s. L. CBl. No. 14. S. 374 v. Hkl. wird vom Recens. als ein vollkommen gelungener Versuch, als eine mit Umsicht, Sorgfalt u. Kritik abgefasste Monographie bezeichnet.

Baumann, die Lehren von Raum, Zeit u. Mathematik (v. Erdmann i. d. Vierteljahrsschrift f. Philos. u. phil. Krit.)

Didaktik (Chemie).

Fittig, Wesen u. Ziele der chemischen Forschung u. des chem. Studiums. Akademische Antrittsrede. Lpz., Quandt u. Händel 1870. Rec. weist d. Verf. zurecht, dass er eine Versammlung über die Werthschätzung der Chemie belehren wolle, welche weder, wie er meine, die Chemie blos vom Utilitätsprincipe aus, noch auch als Handwerk betrachte, u. dass er diese Vers. belehren wolle, die Chemie sei eine Naturforschung im wahren u. schönsten Sinne.

Bibliographie*).

Von Januar bis April d. J.

Mathematik.

Adam, Aufgaben zum Kopfrechnen f. Lehrer u. zum Gebrauch beim Selbstunterricht nach der neuen Mass- u. Gewichtsordnung in method. Stufenfolge. Potsdam. Stein. 18 Sgr.

Aufgabensammlung, neue, zum schriftl. Rechnen nach der metrischen Mass- u. Gewichtsordnung. 3. u. 4. Heft. Bensheim. à 2 Sgr.

—, dasselbe. Auflösungen. 4 Sgr.

Bardey, Quadratische Gleichungen mit den Lösungen für die oberen Klassen der Gymnas. u. Realsch. Leipzig. Teubner. 16 Sgr.

Battig, Elementargeometrie. 2. Aufl. Halle. Anton. 5 Sgr.

Engelbrecht, Das Nothwendigste aus der Lehre von den Decimalbrüchen. Für die Hand des Schülers. 2 Sgr. Für die Hand des Lehrers. 1 Sgr.

Hirsch, Meier, Sammlung von Beispielen, Formeln und Aufgaben aus der Buchstabenrechnung. 14. Aufl. von Bertram. Berlin. Duncker. 1 Thlr.

Jahrbuch über die gesammten Fortschritte der Mathematik im Verein mit anderen Mathematikern herausgegeben von Ohrtmann u. Müller. 1. Band. Jahrgang 1868. In 3 Heften. Berlin. Reimer. à 20 Sgr.

Kehr, Praktische Geometrie f. Volks- u. Fortbildungsschulen. Mit 234 Fig. Gotha. Thienemann. 1 Thlr.

Koch, Aufgaben für das schriftliche Rechnen. Berlin. Oehmigke.

Köpp, Neue Aufgabensammlung für das schriftliche Rechnen. 2. Aufl. Bensheim. $1\frac{1}{3}$ Sgr.

Leitfaden für den Unterricht in der Mathematik an der königl. Marine-Schule. 1. Thl. die Elemente der Arithmetik u. Geometrie. Kiel. $12\frac{1}{2}$ Ngr.

Paugger, Systematisches Lehrgebäude der mathematischen Synthesis. Triest. Münster. 10 Sgr.

*) Wir werden nach dem Rathe des Recensenten in d. Berl. Zeitschr. f. GW. XXV. S. 205 von jetzt ab die Bibliographie (neben der Recensionenschau) der II. Abth. anschliessen, zu der sie, logisch genommen, allerdings gehört. D. Red.

Rudel, Die ersten Elemente der darstellenden Geometrie. Erlangen. Deichert. 5 Sgr.
Schmidt, Aufgaben zum schriftlichen Rechnen f. die Volksschule. 1. u. 2. Heft. Wittenberg. Herrose. 4½ Sgr.
Studnička, Einleitung in die Theorie der Determinanten. Prag. Calve. 16 Sgr.
Temme, System der Geometrie für Gymnasien u. andere Lehranstalten. 1. Thl. Planimetrie. 2. Aufl. Paderborn. Schönigk. 10 Sgr.
Uebungsaufgaben für das schriftl. Rechnen in Volksschulen. Von einem Vereine von Lehrern in der Wetterau. 1. Heft. 5. Aufl. Friedberg. 2 Sgr.
—, Dasselbe. 2. u. 3. Heft. 4. Aufl. à 2 Sgr.
Wagner, Sammlung arithm. Aufg. nach dem neuen M. und Gew. Hamburg. Nolte. 4½ Sgr.
Winter, Der Rechenschüler. Stufenweis geordn. Uebungsaufgaben zum Tafelrechnen. 4. u. 7. Heft. 7. u. 11. Aufl. Lpz. Wöller. à 2 Sgr.
Wittstein, Fünfstellige logarithm. trig. Tafeln. 4. Aufl. Hannover. Hahn. 20 Sgr.
Ziegler, Ebene u. sphär. Trigonometrie in analoger theils neuer theils verbess. Durchführung zum heuristischen Unterrichte. München. Lindauer. 10 Sgr.
Zorer, Malfattisches Problem. Trigon. Aufl. Tübingen. Fues. 6 Sgr.

Physik.

Bäblich, Das Nordlicht. Nach den Resultaten der neuesten Forschungen. Berlin. Cronbach. 5 Sgr.
Bertram, Probleme der Mechanik m. Bezug auf die Variationen der Schwere u. d. Rotationen der Erde. Berlin. Calvary. 10 Sgr.
Czermak, Der elektrische Doppelhebel. Eine Universal-Contact-Vorrichtung zur exacten Markirung des Momentes, in welchem eine belieb. Bewegg. beginnt od. ihre Richtg. ändert. Mit 1 Tafel. Leipzig. Engelmann. 15 Sgr.
Emsmann, Elemente der Physik zum Gebrauche für die oberen Klassen höherer Schulen. 2. Aufl. Mit 161 Fig., 3 Isothermen- u. 1 Sturmkarte. Lpz. Wigand. 1 Thlr.
Fortschritte der Physik im J. 1867. Dargestellt v. d. phys. Gesellschaft in Berlin. Red. von Quincke u. Schwalbe. Berlin. 3½ Thlr.
Grove, Die Verwandtschaft der Naturkräfte. Deutsche Ausg. nach der 5. Aufl. Das engl. Or. von Schaper. Mit einem Anhang: Die Rede des Autors „über den ununterbrochenen Zusammenhang in der Natur“ nebst einem Vorwort zur deutschen Uebersetzung von Clausius. Braunschweig. Vieweg. 1½ Thlr.
Helmholtz, Populär wissensch. Vorträge. 2. Heft. Ebend. 1⅙ Thlr.
Hencke, Zeichnen u. Sehen. Ein Vortrag. Berlin. Lüderitz. 5 Sgr.
Martius-Matzdorf, Die Elemente der Krystallographie m. stereoskop. Darstellung der Krystallformen f. höh. Lehranstalten. Braunschweig. 1⅔ Thlr.
Münch, Lehrbuch der Physik. Mit 286 in den Text gedr. Abbildungen. Freiburg. Herder. 1⅙ Thlr.
Wand, Die Principien der mathemat. Physik u. die Potentialtheorie. Lpz. Teubner. 1 Thlr.
Weinhold, Vorschule der Exper.-Physik. In 2 Thln. Mit 300 Abb. Lpz. Quandt u. Händel. 1⅓ Thlr.

Chemie.

Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse. Zum Gebrauche bei den praktischen Uebg. im Laboratorium. 3. Aufl. Wien. Czermak. 10 Sgr.

Jacobsen, Chemisch-technisches Repertorium. Uebersichtlich geordnete Mittheilung der neuesten Erfindungen, Fortschritte u. Verbess. auf dem Gebiete der techn. u. industr. Chemie mit Hinweis auf Maschinen, Apparate u. Literatur. 9. Jahrgang. Berlin. Gärtner. 20 Sgr.
Wagner, Rud. Handbuch der chem. Technologie. 8. Aufl. Mit 336 Holzschnitten. Lpz. Wigand. $3^2/_3$ Thlr.

Astronomie und math. Geographie.

Klein, Populäre astronomische Encyclopädie. Astronomisches Wörterbuch für Freunde der Himmelskunde. 10 Liefer. Berlin. Grieben. à 8 Sgr.
Zirndorfer, Die wichtigsten Lehren der mathem. Geographie. Frankfurt a/M. Bechhold. Geb. u. mit Papier durchschossen. $3^1/_3$ Thlr.

Naturgeschichte.

Ackermann, Die Käfer. Zum Gebrauche beim Unterricht u. zum Selbstbestimmen. Hersfeld. Böttrich & Höhl. 9 Sgr.
Andrä, Vorweltliche Pflanzen aus dem Steinkohlengebirge der preuss. Rheinlande u. Westfalens. Bonn. Henry. à Heft 2 Thlr.
Baumann, Naturgeschichte für den Schulgebrauch. 8. Aufl. von Prof. Dr. W. H. Schmidt. Mit 175 in den Text eingedr. Abb. Frankfurt. Sauerländer. 10 Sgr.
Berge, Naturgeschichte für die Jugend. Zur Selbstbelehrung und für den 1. Unterr. Mit 318 color. Abb. Stuttg. Müller. 1 Thlr.
—, Schmetterlingsbuch. 4. Aufl. Gänzlich umgearb. u. verm. v. Heinemann. Engl. Leinw. 6 Thlr.
Claus, Grundzüge der Zoologie. Zum Gebrauche an Universitäten und höheren Lehranstalten. 2. Aufl. Marburg. Elwert. 4 Thlr.
Dechen, Erläuterungen zur geolog. Karte der Rheinprovinz u. Westfalens. 1. Bd. auch unter d. Titel: Orographische u. hydrographische Uebersicht der Rheinpr. u. Westf. Bonn. Henry. $4^1/_2$ Thlr.
Fleissig, Kurzgefasste Naturgeschichte der Thiere. Mit Rücks. auf Schreiber's grosse Wandtafeln bearb. Wien. Mayer. $4^1/_2$ Sgr.
Koch, Die Sänger Mitteldeutschlands. Abbildg. u. Beschreibg. der mitteld. Sylvien. Mit 16 col. u. 2 schw. Taf. Heidelberg. Winter. 4 Thlr.
Kukula, Leitfaden der Naturgeschichte f. Bürgerschulen u. die unteren Klassen der Mittelschulen. 1. Thl. Thierreich. 3. Aufl. Mit 175 Holzschn. Wien. Braumüller. 20 Sgr.
Lauckhard, Magazin des gesammten Unterrichtsstoffes für Volks- und Bürgerschulen. Material, Lehrgang u. die bewährtesten Methoden. 7. u. 8. Lief. enth. u. A. den Unterr. in der Naturgeschichte. Darmstadt. Brill. 20 Sgr.
Lemberger, Naturgeschichte u. Naturlehre f. die höh. Klassen der deutschen Werktagsschule. 6. Aufl. Landshut. 3 Sgr.
Leunis, Synopsis der 3 Naturreiche. 2. Aufl. 2. Thl. Botanik. 2. Hälfte. Hannover. Hahn. 18 Sgr.
Moleschott, Von der Selbststeuerung im Leben d. Menschen. Rede zur Wiedereröffnung der Turiner Hochschule. Giessen. Roth. 10 Sgr.
Pfeiffer, Vollst. Synonymik der bis zum Ende d. J. 1858 publicirten botan. Gattungen etc. 1. Hälfte. Cassel. Fischer. 2 Thlr.
Pokorny, Ill. Naturgesch. der 3 Reiche. Für die unteren Klassen der Mittelsch. bearb. 1. Thl. Thierreich. 10. Aufl. mit 480 Abb. Prag. Mercy. 20 Sgr.
Postel, Der Führer in der Pflanzenwelt. Hülfsbuch zur Auff. u. Best. der wichtigsten in Deutschland wild wachsenden Pflanzen. Mit 14 Chromolith. u. mehr als 600 in den Text gedr. Abb. 5. Aufl. Langensalza. Gressler. 2 Thlr. 24 Sgr.
Schweder, Synopsis der Vögel der Ostseeprovinzen. Riga. Brutzer. 10 Sgr.

Weber, Die Mineralien in 64 color. Abbildungen. 2. Aufl. München. Kaiser. 3½ Thlr.
Wichmann, Wiederholungsbuch f. den Unterr. in der Botanik. 2. Aufl. Langensalza. 5 Sgr.
Willkomm, Die Wunder des Mikroskops oder die Welt im kleinsten Raume. 3. Aufl. Mit 1200 Text-Abb. Lpz. Spamer. 1⅔ Thlr.
Wirtgen, Flora der preuss. Rheinlande. 1. Bd. Die Thalamifloren Decandolle's. Bonn. Henry. 1¼ Thlr.

Geographie.

Amthor u. Issleib, Volksatlas über alle Theile der Erde für Schule u. Haus. 12. Aufl. 24 Karten. Gera. 7½ Sgr.
Arendts, Leitfaden f. den ersten wissensch. Unterr. in der Geographie. 11. Aufl. Regensburg. Manz. 15 Sgr.
Atlas für badische Volksschulen. 6 col. Karten. Bruchsal. Katz. 2½ Sgr.
— „ bayrische „ 9 „ „ „ „ 3 „
— „ hess. u. nass. „ 8 „ „ „ „ 3 „
— „ hohenzollersche „ 8 „ „ „ „ 2½ „
— „ württemberg. „ 6 „ „ „ „ 2½ „
Cannabich, Lehrbuch der Geographie nach den neuesten Friedensbestimmungen. Neu bearb. von Oertel. Weimar. Voigt.
Daniel, Handbuch der Geographie. 3. Aufl. 22. u. 23. Lief. Leipzig. Fues. à 12 Sgr.
Fleissig, Vorkenntnisse zur Geographie. Wien. Mayr. 3¾ Sgr.
Grün, Geographie, Länder- u. Völkerkunde. Wien. Beck. 10 Sgr.
Huber, Kurzgefasste Heimatkunde des Erzherz. Oesterreich. Wien. Gronemeyer. 10 Sgr.
Kuznik, Kleine Vaterlandskunde. Uebersicht der Geographie des preuss. Staates und der übr. deutschen Länder, nebst einem Abriss der brandenb.-preuss. Geschichte. 7. Aufl. Lpz. Leuckart. 2 Sgr.
Lüben, Leitfaden zu einem method. Unterricht in der Geographie mit vielen Aufg. u. Fragen zur mündl. u. schr. Lösg. 15. Aufl. Leipzig. Fleischer. 7½ Sgr.
Vogel, Geographie für Mittelschulen. 2. Aufl. Brünn. 1 Thlr.

A.

Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.

Erweiterung der Berechtigungen der Realschulen 1. O. in Preussen (aus Stiehl, Centralblatt für die ges. Unterrichtsverwaltung in Preussen. Jan. Hft. S. 13).

Berlin, den 7. December 1870.

Zur Vorbereitung für die Universitätsstudien sind vorzugsweise die Gymnasien bestimmt. Auf ein bei einer Realschule erworbenes Maturitäts-Zeugniss ist bis jetzt die Zulassung zu den Universitätsstudien wie bei denjenigen, welche lediglich zur Erwerbung einer allgemeinen höhern Bildung die Universität zu besuchen wünschen, nur unter beschränkenden Formen gestattet. Die Immatriculation darf nur auf ein bestimmtes Zeitmass erfolgen, und die Matrikel der betreffenden Studirenden muss mit einer besonders vorgeschriebenen Bemerkung versehen werden. Zu ihrer Inscription ist bei der philosophischen Facultät ein eigenes Album zu benutzen; sie werden nicht für ein bestimmtes Facultätsfach inscribirt und haben die Erklärung abzugeben, dass sie eine Anstellung im eigentlichen gelehrten Staats- und Kirchendienst nicht beabsichtigen. Auf vielseitige in dieser Beziehung ausgesprochene Wünsche, sowie in Berücksichtigung der darüber von den Universitäts-Facultäten abgegebenen Gutachten will ich die gedachten Beschränkungen insoweit aufheben, dass hinfort die Realschulen erster Ordnung berechtigt sein sollen, ihre Schüler, welche ordnungsmässig ein Zeugniss der Reife erlangt haben, auch zur Universität zu entlassen, und dass ein solches Zeugniss in Beziehung auf die Immatriculation und auf die demnächstige Inscription bei der philosophischen Facultät dieselbe Gültigkeit hat, wie die Gymnasialzeugnisse der Reife. Dagegen ist die Inscription bei den übrigen Facultäten auf Grund eines solchen Zeugnisses nach wie vor nicht gestattet.

Was die späteren Staatsprüfungen betrifft, so werden von jetzt an Schulamtscandidaten, welche eine Realschule erster Ordnung besucht und nach Erlangung eines von derselben ertheilten Zeugnisses der Reife ein akademisches Triennium absolvirt haben, zum Examen *pro facultate docendi* in den Fächern der Mathematik, der Naturwissenschaften und der neueren Sprachen, jedoch mit der Beschränkung der Anstellungsfähigkeit auf Real- und höhere Bürgerschulen, ohne vorgängige besondere Genehmigung zugelassen werden.

Bei der Anstellung von Lehrern der neueren Sprachen auch an Real- und höheren Bürgerschulen wird das Königliche Provinzial-Schulcollegium indessen nicht unberücksichtigt lassen, dass die umfassendere Sprachenkenntniss und besonders die gründlichere grammatische Durchbildung, welche das Gymnasium gewährt, denjenigen einen Vorzug giebt, die ein Gymnasium besucht haben.

Ich beauftrage das Königliche Provinzial-Schulcollegium, die Directoren der Realschulen erster Ordnung Seines Ressorts von obiger Berechtigung als einer Modification und Ergänzung des Reglements vom 6. Oct. 1859 in Kenntniss zu setzen.

An
sämmtliche Königliche Provinzial-Schulcollegien.

Berlin, den 7. December 1870.

Ew. Hochwohlgeboren etc. übersende ich hieneben Abschrift einer heute von mir an die Königlichen Provinzial-Schulcollegien hinsichtlich der Realschul-Abiturienten erlassenen Circular-Verfügung zur Kenntnissnahme und mit dem Auftrag, bei dortiger Universität zu veranlassen, dass in Beziehung auf die Immatriculation und auf die demnächstige Inscription bei der philosophischen Facultät hinfort einem von einer preussischen Realschule erster Ordnung ausgestellten Maturitätszeugniss dieselbe Geltung zugestanden werde, welche bisher ausschliesslich die Maturitätszeugnisse der Gymnasien gehabt haben.

Zugleich bestimme ich, dass für die Zulassung zur Promotions-Prüfung und für die Promotion bei der philosophischen Facultät die Maturitätszeugnisse der Realschulen erster Ordnung als den Gymnasial-Maturitätszeugnissen gleichgeltend anzusehen sind, was im Besonderen dieser Facultät mitzutheilen sein wird.

An
die Königlichen Universitäts-Curatorien und Herren Curatoren.

Der Minister der geistl. etc. Angelegenh. von Mühler.

Bericht über die Verhandlungen der rheinischen Schulmännerversammlung in der Aula der Realschule zu Düsseldorf den 19./IV. 1871. v. Pitsch (s. Jahrb. f. Päd. Bd. 102. S. 614). Thesen über die Einführung des Englischen in das Gymnasium v. Dir. Dr. Jäger aus Cöln.

1. Die Einführung eines facultativen Unterrichts im Englischen an Gymnasien ist wünschenswerth und bei einer neunjährigen Dauer des Normalcursus ohne irgend welchen Nachtheil ausführbar.
2. Ders. ist analog. zu betrachten und zu behandeln wie der Unterricht im Hebräischen, welcher nach gegenwärtiger Einrichtung künftigen Theologen und Philologen geboten wird.
3. Sein Zweck ist lediglich die Zugänglichmachung der englischen Literatur und würde hierfür ein Cursus von zwei Wochenstunden genügen, der mit Obersecunda und nicht früher beginnen dürfte.
4. Solchen Schülern, bei denen ein Mehrunterricht nach dem Stande ihrer Kenntnisse und Leistungen Bedenken erweckt, kann der Ordinarius in Gemeinschaft mit dem Director die Theilnahme am englischen Unterrichte versagen.

An der Debatte betheiligten sich die Herren Geheimerath Landfermann, die Directoren Jäger, Löhbach, Schacht, Kiesel, Heinen (Vors.), die Dr. Zahn, Fulda, Schmeding, Honigsheim und Oberl. Crezelius. Der Abstimmung enthalten sich fast alle Reallehrer, von den übrigen sind 31 für, 31 gegen die Einführung des facultativen englischen Unterrichts im Gymnasium.

Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Fächer im Stundenplan des Friedrichsstädter Seminars zu Dresden (s. A. d. Lehrer-Zeitung 1871. No. 13.)

Lehrcursus 6jährig.

	Cl. I	Cl. II	Cl. III	Cl. IV	Cl. V	Cl. VI		
Mathematik. Rechnen ..	2	2	3	3	3	3		
Mathematik. Geometrie (inclus. Trig. u. Stereom.)	2	2	2	2	1	—		
Geographie.........	2	2	2	2	2	2		
Naturlehre	2	2	.	.	1	1		
Naturgeschichte	1	1	2	2	2	2		
Landwirthschaft	1							
Zeichnen	1	2	2	2	2	2		
Summa	11	11	11	11	11	11	66	Die Stundenzahl für Math. u. Naturw. ist also der 3. (genauer $3\frac{2}{11}$.) Theil der Gesammtstundenz. Vgl. d. Z. Bd. II. H. 1. S. 81. u. Bd. I. S. 253.
Summa der Stundenz. (incl. Schönschr., Turnen, Musik u. Uebungssch. in I u. II 2—6 St.)	36	36	37	35	34	32	210	

Das Thal der Wissenschaft.

Unter diesem Titel findet sich in Masius paed. Jahrb. Bd. 102. Hft. 12. S. 584 ff. von dem Verf. *** der *noctes scholasticae* eine „neue Sorte von Entlassungsrede,“ welche viel Beherzigenswerthes enthält, und bei der landläufigen Weise dieser Gelegenheitsreden recht erfrischend wirkt. Die wiederholte Lectüre derselben hat uns leider in einem Punkte unangenehm berührt, indem sie uns eine Lücke ihres Verfassers sei es im Wissen, sei es in der Werthschätzung mathematischer u. physikal. Wissenschaften u. ihrer Literatur empfindlich hat fühlen lassen.

Der sonst recht verdienstliche Herr Verfasser lässt die eingeführten Personen, so oft die Rede auf die Wissenschaften kommt, von den Naturwissenschaften höchstens noch die Medizin erwähnen, von welcher aber — wie offen zugestanden wird — weder er noch der Thorwächter etwas versteht. So heisst es z. B. (S. 588.):

„Möchten Sie dem (näml. die angehenden Mediziner) nicht auch ein kräftiges Wörtchen sagen?“

„Nein, sagte er verlegen, in der Branche bin ich weniger zu Hause. Das geht, hast du nicht gesehen, wie mit Meilenstiefeln vorwärts, so dass unsereins nicht mehr folgen kann. Ich hab es zwar auch darin versucht, weil es zu meinem Geschäft gehört; aber wenn man fünf Jahr nichts darin gethan hat, ist man so darin zurück, dass man selbst die Sprache der Herren nicht mehr versteht. Ich habe es daher aufgeben müssen, junge Mediziner anzuleiten; aber für alles (?) Andere bin ich der Mann.“

Unter den angeführten Männern, deren Fusstapfen er mit seinen Jüngern sucht, ist neben Böckh, Hermann u. Wilhelm v. Humboldt

nur A. v. Humbold und wie viele (od. wie wenige!) Mathematiker und Naturwissenschaftler (man gestatte mir dies Wort) mögen wohl unter dem „Schock Namen" gewesen sein? Doch werden neben Plato u. Aristoteles, Thucydides und Demosthenes, Scaliger und Bentley, Kant, Fichte, Hegel, wenigstens Leibnitz u. Newton genannt, — mit denen die von der Göttin Wissenschaft in die Höhe Gezogenen ewig „zusammensein und von deren Lippen sie Ströme goldener Weisheit saugen dürfen."

Auserwählte, die auf den von der Wissenschaft herabgeschickten Flügeln schon in jungen Jahren auf jene Höhe (ohne mühsame Arbeit?) hinaufkommen u. „unter den Augen der Wissenschaft selbst unsterbliche Werke schaffen" gibt es im Bereiche der exacten u. der inductiven Naturw. nicht. Hier werden nur genannt ein Böckh, Hermann, Schleiermacher, Neander und von den Lebenden Ranke, Ritschl, Mommsen. „Die Fürstin Wissenschaft will auch ihre Lieblinge haben!" Arme Mathematik u. Naturwissenschaft, du zählst unter den Deinen keine Lieblinge!

Von den drei Rathschlägen am Schlusse nur einen:

„Erstens, es gibt in allen Wissenschaften Bücher, die für alle Zeiten geschrieben sind, eine Art von Meilenstein am Wege: haltet euch an diese Bücher, nicht an die leichte Waare, die auf den Markt kommt. Dir, dem Theologen, nenne ich Schleiermacher, Neander, Dorner, Thomasius, Hoffmann. Dir, dem Philologen, Hermann, Böckh, Niebuhr, Ottfried Müller; in der Medizin weiss ich nicht Bescheid." Und in der Mathematik? In den Naturwissenschaften?

Ein wahres Glück, dass unter jenen Jüngern der Wissenschaft kein angehender Mathematiker oder Naturwisserschaftler war! Wie trostlos hätte er den Pfad seiner Wissenschaft betreten müssen! — Und noch eine Frage: Welchen Eindruck muss ein solches Ignoriren der Heroen der Naturwissenschaft, durch welche die Neuzeit so gross dasteht, auf die denkenden Schüler machen? —

Neue Entdeckungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften.

Astronomie.

Die Anzahl der wahrnehmbaren Fixsterne. Karl v. Littrow, Director der Wiener Sternwarte hat eine genaue Zählung der in Argelander's grossem Bonner Sternkataloge enthaltenen Sterne veranstaltet. Danach beträgt für die nördliche Hemisphäre die Zahl der Fixsterne 1. bis 2. Grösse 10, 2. bis 3. Grösse 37, 3. bis 4. Grösse 130, 4. bis 5. Grösse 312, 5. bis 6. Grösse 1001 u. s. w., im Ganzen bis einschliesslich der Grösse 9,5 315051 und, die südliche Halbkugel als ebenso sternreich vorausgesetzt, 630000 Sterne am ganzen Himmel. Bei gleichmässiger Vertheilung auf dem Himmelsgewölbe kämen auf eine Fläche von der scheinbaren Grösse des Vollmondes drei von diesen Sternen. Ferner hat Littrow ausgerechnet, dass die Zahl aller Sterne bis zur Grösse 15,1, welche bei den jetzigen Hilfsmitteln die Grenze der Wahrnehmbarkeit bildet, auf der nördlichen Hemisphäre 727 Millionen, also am ganzen Himmel 1500 Millionen beträgt. (Jahrb. der Erf.)

Zoologie.

Zur Naturgeschichte des Strausses. In der Thierwelt der nordpatagonischen Ebenen macht sich der südamerikanische Strauss vorzugsweise bemerkbar, und man hat oft beobachtet, dass er auch schwimmt; Darwin sah, dass einige über den 400 Schritt breiten Santa Cruz durch

eine sehr rasche Strömung schwammen. Die grössere Art, der Nandu *(Struthio rhea)* wird in den La-Plata-Ländern bis etwas südlich vom *Rio negro* gefunden (41° S.); die kleinere Art, der Avestruz Petise *(Struthio Darwini)*, hat das südliche Patagonien zu seiner Domäne. Die Straussfedern sind für *Buenos Ayres* ein Exportartikel; im Jahre 1866 wurden dort 161397 Pf. Straussfedern ausgeführt.

Ein Deutscher, der im vor. Jahre ein gegen die Indianer errichtetes Grenzfort, *Olavarria*, besuchte, erzählt Folgendes: „Es begegnete uns ein Rudel von ungefähr zwölf zahmen, zum Fort gehörenden Straussen, die sorglos am Boden Futter suchend langsamen Schrittes an uns vorbeizogen, von denen namentlich zwei darunter befindliche vollkommen weisse Strausse meine Aufmerksamkeit erregten. Ich hatte noch nie so schöne, durchgehends weisse Strausse gesehen, als die in *Olavarria*. Die wie das gewöhnliche Hausgeflügel herumlaufenden Thiere gleicher Gattung sind bräunlich und besitzen blos am hintersten Theile der Flügel grosse weise Federn, sowie auch die afrikanischen Strausse schwarz sind und rückwärts, wie die hiesigen, weisse Federn enthalten. Wie man mir später erzählte, als ich das Gespräch auf die Strausse lenkte, verlassen diese öfters das Fort, um aber jedesmal und zwar häufig mit wilden Straussen zurückzukehren, so dass es nicht selten vorkommt, dass selbst solche Thiere, die noch nicht an den Anblick des Menschen gewöhnt waren, sich mit der Zeit in das Innere des Forts hineinwagen, um die ungeheure Gefrässigkeit zu befriedigen, mit der die Natur diese Geschöpfe bedachte. Dass viele derselben ohne besondere menschliche Kunsthülfe die Art und Weise des Verhaltens der zahmen annehmen, ist daher erklärlich. Interessant ist der Umstand, dass die Indianer die hier in geringerer Anzahl vorkommenden weissen Strausse stets unbehelligt lassen und nie tödten. Nach der Aussage der Einen hängt diese Schonung von einer Art göttlicher Verehrung ab, mit welcher diese Thiere ausgezeichnet werden, während nach andern von mir bei einigen Indianern und Indianerinnen persönlich ausgeführten Erkundigungen die weissen Strausse blos deshalb nicht gejagt werden, weil jene der Meinung sind, es würden die Strausse aufhören zu existiren, wollte man die weissen Thiere dieser Gattung verfolgen. Beachtenswerth bleibt jedenfalls, dass die Indianer der weissen Farbe der Thiere eine eigene Berücksichtigung zu Theil werden lassen. So wird z. B. nie eine weisse Kuh, ein weisses Pferd und dergl. von denselben getödtet. Schade, dass die weisse Menschenrace nicht auch so glücklich ist, jene Respektsbezeugung zu geniessen. Ueberall, wo argentinisches Militär kampirt, ist das Fleisch derart im Ueberfluss, dass vom Ueberschuss desselben nicht allein die ungemein grosse Anzahl der Weiber und Hunde, welche gewöhnlich die Truppe begleiten, unterhalten wird, sondern dass sogar täglich Hunderte, ja Tausende in Schwärmen anlangende Geier, welche ihres harten Fleisches halber nicht geschossen werden, und welche sich daher dem Schlachtort furchtlos nähern, ihre tägliche Nahrung finden. An allen Punkten liegen rohe, gekochte oder gebratene Fleischreste. Kein Wunder daher, dass der wilde Strauss dem Beispiel des zahmen folgt. Ist die Fressgier des Strausses doch so gross, dass derselbe Alles verschlingt, was in den Bereich seines Schnabels gelangt. Ich sah Strausse mehrere Ellen lange, dicke Stricke, eiserne Nägel und noch viele andere Gegenstände, wie Leder, Bleistifte etc., welche denselben vorgeworfen wurden, mit einer Hast verschlingen, die an das Unglaubliche grenzt. Die Verdauungsorgane des Strausses sind derartig ausgezeichnet ausgebildet, dass Stoffe, die in den meisten Organismen vollständig unverdaut abgehen würden, im Magen derselben der gründlich durchgreifenden Auflösungsthätigkeit des Magensaftes unterworfen und aufgesaugt werden, und zwar derart, dass jene sonst unverdaulichen Stoffe, wie Pflanzenfasern u. dergl. vollkommen assimilirt, nur spärlich in den Ausscheidungsresten des Vogels nachzuweisen sind." (Globus).

Seidenspinner. Nach Europa gelangt und zum Theil schon akklimatisirt sind folgende Spinner: Der Ricinusspinner, *Saturnia Arindia (Milne Edw.)* aus Indien; der Ailanthusspinner, *Saturnia Cynthia* aus dem gemässigten China; die eichblätterfressenden Arten *Saturnia Pernyi* aus China, die indochinesische *Saturnia Atlas,* die grünspinnende *Saturnia Yama mayu* aus Japan und die indische *Saturnia Mylitta.* Verh. d. Nat. V. in Solothurn.

Botanik.

Australische Riesenbäume. Ein Karribaum *(Eucalyptus colossea)* in einem Wäldchen am Warrenfluss in Westaustralien galt bisher als der höchste, bis jetzt bekannte, lebende Baum. Er hatte eine Höhe von 400 Fuss und der hohle Stamm bot Raum für 4 Pferde. Es sind jedoch noch grössere Bäume gemessen worden. Ein bei Daundenong (Victoria) in einer Schlucht entdecktes Exemplar von *Eucalyptus amygdalina* ergab eine Länge von 420 Fuss und nach den neuesten Messungen des Gouvernementsbotanikers Dr. Ferdinand Müller ragt bei Healesville ein Eucalyptusbaum 480 Fuss hoch empor. (Gäa).

Mineralogie.

Zinnerz in Californien. In der Umgegend von San Diego, die sich als goldreich ausgewiesen hat, sind Zinnerze in ungemein mächtigen Adern gefunden worden. Die Ausbeutung hat im Juni vor. J. begonnen und in Californien glaubt man, dass der Staat einen wichtigen Ausfuhrartikel mehr erhalten wird. (Globus).

Physik.

Versuch von A. W. Hofmann um das Freiwerden von Wärme beim Erstarren einer übersättigten Salzlösung einem grossen Zuhörerkreise sichtbar zu machen. In eine übersättigte Lösung von essigsaurem Natron senke man eine mit etwas Aether gefüllte, oben offene Blechröhre. Sowie die Lösung krystallisirt, entwickeln sich Aetherdämpfe, die angezündet, eine hoch emporsteigende Flamme bilden.

(Phys. V. zu Frankf.)

Das spezifische Gewicht des Eises ist von vielen Forschern bestimmt worden, doch stimmen die Beobachtungen wenig überein.

Nach Thomson beträgt dasselbe	0,920
nach Osan	0,927
- Plücker u. Geissler	0,920
- Kopp	0,908
- Dufour	0,922 bis 0,914

Nach einem neuen Verfahren, welches die Fehlerquellen, welche die früheren Bestimmungen unsicher gemacht haben, vollständig beseitigt, machte Bunsen drei Bestimmungen der Dichte des Eises, deren Resultate wunderbar übereinstimmen.

Er fand bei dem ersten Versuch	0,91682
- - zweiten -	0,91673
- - dritten -	0,91667
also im Mittel	0,91674.

Schmelzdauer verschiedener Eissorten. Die französische Gesellschaft der *„Messageries impériales,“* welche ihre Dampfpacketboote im indischen Ozean mit Eis versehen wollte, liess Versuche anstellen über den Widerstand, welchen das Eis verschiedener Gegenden dem Zerfliessen entgegenzusetzen vermag. Es haben sich folgende Resultate pr. 100 Kilogramm jeder Sorte, welche derselben Temperatur und gleichen Bedingungen ausgesetzt waren, ergeben.

Natürliches	Eis aus	der Schweiz	schmolz in	107	Stunden
-	- -	Norwegen	- -	115	-
Künstliches	- -	der Maschine von Carré	in	130	-
-	- -	- -	- Tellier -	144	-

Es wäre also nach diesen Resultaten das künstliche Eis widerstandsfähiger als die beste Sorte natürliches.

Chemie*).

Ueber essbare Erde. Zu den Erde essenden Völkern gehören auch die Javanen. Schon Alexander v. Humboldt hat von dieser Gewohnheit jenes Volkes Nachricht gegeben. Eine Ablagerung solcher essbaren Erde von intensiv rother Farbe liegt in der Nähe von Sura Baja zwischen Schichten der jüngsten Tertiärzeit. Diese Erde wird in dünnen Tafeln von 1—1½ Zoll Durchmesser geformt, dann über freiem Feuer getrocknet und nach dieser Zubereitung in den Handel gebracht. Dieselbe befindet sich in sehr fein geschlemmtem Zustande und fühlt sich äusserst zart an. Durch chemische Untersuchung hat Prof. C. W. Fuchs in Heidelberg festgestellt, dass nach Entfernung der dünnen Russschicht, die sich an der Oberfläche beim Trocknen über freiem Feuer anlagert, die Erde nicht die kleinste Beimengung irgend einer organischen Substanz enthält. Die Analyse ergab die Formel

$$H^2 (Al, Fe) Si^2 - O^8 + H^2O.$$

Alexander von Humboldt hat als wahrscheinlichen Grund für das Erdeessen das Bestreben angegeben, den Magen zu füllen und dadurch das Hungergefühl zu beschwichtigen. Das mag bei den rohen Völkerstämmen, welche derartige Erden massenhaft verschlingen, oft zutreffen, wahrscheinlich aber nicht bei den Javanen, welche diese Erde in viel zu leckerer Art verzehren. Der Beweis liegt darin, dass bei den Javanen die Quantitäten, welche genossen werden, viel zu klein sind, um jenen Zweck zu erfüllen. Es ist viel wahrscheinlicher, dass dort nur die physikalische Beschaffenheit dieses Thones das Essen veranlasst und ihn anderen Erdarten vorziehen lässt. Beim Zerreiben desselben spürt man nicht die geringste Unebenheit und mit etwas Wasser angefeuchtet giebt er eine schmierige, fettig anzufühlende, sehr zarte Masse. Der Genuss derselben scheint in der Aehnlichkeit der Empfindung zu beruhen, welche man beim Essen dieses Thones und beim Essen fetter Substanzen hat. Auch in Deutschland z. B. in manchen Gegenden Würtembergs pflegen die Steinhauer den in den Rissen des Gesteins angesammelten feingeschlemmten Thon zu verzehren. Der Name „Mondschmalz,“ womit sie diesen Thon bezeichnen, deutet wohl auf den Genuss hin, den sie dabei empfinden. Verh. des nat. med. Vereins in Heidelberg.

Alcoholtropfen. Um den Gehalt einer Flüssigkeit an Alcohol zu bestimmen, braucht man nach Duclaux nur die Zahl der Tropfen zu zählen, welche sie beim Ausfliessen aus einem Apparat liefert, der so construirt ist, dass 5 Kubikcentimeter destillirten Wassers aus demselben bei 15° C. gerade 100 Tropfen geben. Eine wie grosse Regelmässigkeit in der Zunahme der Tropfenzahl mit dem Gehalt an Alcohol sich zeigt, beweist folgende Tabelle.

Es wurden erhalten bei

destillirtem Wasser ...	100	Tropfen
Alcohol von 0,25% ...	102	-
- - 0,5 -	103,5	-
- - 0,75 -	105,5	-
- - 1 -	107	-
- - 2 -	113	-

*) Vergl. die Zusammenstellung von Dr. Fischer.

Alcohol von	3%	... 118	Tropfen
-	- 4 -	123	-
-	- 5 -	127	-
-	- 6 -	131	-
-	- 7 -	134	-
-	- 8 -	137,5	-
-	- 9 -	141,5	-
-	- 10 -	145	-
-	- 11 -	148,5	-
-	- 12 -	151,5	-
-	- 13 -	154,5	-
-	- 14 -	157	-

Natf.

Fortsetzung u. Ergänzung v. Dr. F. Fischer in Hannover.

Synthese des Alizarins. Aus der Reduction des Alizarins zu Anthracen $C_{14} H_{10}$ schlossen Gräbe und Liebermann, dass das erstere eine Chinonsäure, die Formel desselben also $C_{14} H_6 \left\{ {(O_2) \atop (OH)_2} \right.$ sei. Es handelte sich bei der künstlichen Darstellung dieses wichtigen Krappfarbstoffs also darum, zwei Wasserstoffatome durch die Chinongruppe (O_2) und zwei andere durch Hydroxyl (OH) zu ersetzen. Es gelang dieses durch Behandeln von Anthracen mit oxydirenden Mitteln, Bromirung des so gewonnenen Anthrachinons und Erhitzen mit kaustischen Alkalien.

$$C_{14} H_6 Br_2 (O_2) + 4 HKO = C_{14} H_6 (OK)_2 (O_2) + 2 KBr + 2 H_2 O.$$

Auf Zusatz einer Säure wird aus dieser Lösung das Alizarin in rothbraunen Flocken gefällt. Es ist dieses die erste künstliche Darstellung eines im Pflanzenreiche vorkommenden Farbstoffs. (Ann. Ch. Ph.)

Synthese des Indigoblau's. Die Entdeckung und künstliche Darstellung des Indols durch Bayer machte auch die Synthese des Indigoblau's wahrscheinlich. Diese ist jetzt gelungen, doch ist das Verfahren für die technische Darstellung noch nicht geeignet. Durch trockne Destillation gleicher Moleküle von benzoesaurem und essigsaurem Kalk erhält man das Methylketon der Benzoësäure $C_8 H_8 O$. Durch rauchende Salpetersäure entsteht daraus das Nitroderivat $C_8 H_7 (NO_2) O$, welches beim Erhitzen mit Natronkalk und Zinkstaub Indigblau $C_{16} H_{10} N_2 O_2$ liefert. Die Structurformel desselben wird daher sein $N - C_6 H_4 - CO - CH$
$N - C_6 H_4 - CO - CH$

(Ber. d. deutsch ch. G. III 885.)

Erste Synthese eines Pflanzenalkaloids. Durch Einwirkung von weingeistigem Ammoniak auf Butyraldehyd hat H. Schiff eine Base Dibutyraldin $C_8 H_{17} NO$ erhalten, welche bei der trocknen Destillation sich in Wasser und Coniin $C_8 H_{15} N$ spaltet. Nach dieser künstlichen Darstellung wäre die Structurformel des Coniins $CH - CH_2 - CH_2 - CH_3$
$CH - CH_2 - CH_2 - CH = NH.$

(Ann. Ch. Ph. LXXXI. 352.)

Formaldehyd. Lieben hat aus dem Produkt der Destillation von ameisensaurem Kalk durch nascirenden Wasserstoff Methylalcohol erhalten. Analog den übrigen Gliedern der Fettsäurereihe gibt demnach ameisensaurer Kalk bei der trocknen Destillation Formaldehyd. (Ber. d. ch. G. IV. 416.)

Seely hat gefunden, dass Natrium in Ammoniakflüssigkeit löslich ist. Beim Verdunsten scheidet diese intensiv blaue Lösung das Natrium wieder in metallischer Form ab. Die blaue Flüssigkeit, zu der sich Ammoniak durch Druck und Kälte condensiren lässt, verdankt ihre Farbe also dem gelösten Natrium. Auch andere Metalle lösen sich in Ammoniak.

(Ch. C-Bl. II. 2.)

Zinkamalgam gibt mit Wasser geschüttelt Zinkoxyd und Wasserstoff, der mit dem Quecksilber ein Amalgam bildet, welches schwammig auf dem Zinkamalgam liegt. Frisch bereitet liefert dieses Wasserstoffamalgam sein 150faches Volumen Wasserstoff. (J. pr. Ch. I. 307.)

Fuchs*) hat eine essbare Erde von Java untersucht. Sie wird in dünnen, 1—1½ Zoll breiten Kuchen, die über freiem Feuer getrocknet sind, auf den Markt gebracht. Nach Entfernung des Russüberzugs konnte nicht die geringste Spur organischer Substanz darin nachgewiesen werden. Sie besteht aus einem eisenreichen Thon in feinster Vertheilung, der noch kleine Mengen der Mineralien unzersetzt enthält, aus denen er sich bildete. Dieser Thon von den Javanesen nur in kleinen Mengen genossen, also nicht zur Stillung des Hungers, sondern, wie es scheint, deshalb, weil er seiner Zartheit wegen dieselbe Empfindung hervorruft, wie der Genuss von Fett. In vielen Gegenden Würtembergs essen Jäger den zarten Thon „Mondschmalz," der sich in Felsspalten findet. (Ch. C-Bl. II. 21.)

In dem Reinigungsapparat einer Berliner Gasanstalt hat man glänzende, durchsichtige, rhombische Prismen von Ammoniumbicarbonat $NH_4\,HCO_3$ gefunden. Es war bisher nicht gelungen, diese Verbindung auf trocknem Wege herzustellen. (Ber. d. deutsch. ch. G. III. 228.)

Aufsatzschau **).

Wissenschaftliche Berichte:

Leukart Ber. üb. d. wissenschaftl. Leistungen d. niedern Thiere 1867—69 (1. H.) in Troschels Archiv für Naturg. 35. 5. Hft.
Gerstäcker, Ber. üb. d. Myriopoden, Arachniden, Crustazeen 1867—68 ib.
Spengel, Verzeichniss der in Deutschland über die Darwinsche Theorie erschienenen Werke u. Aufsätze s. Bastian-Hartmanns Zeitschr. f. Ethnologie Jahrg. 3. Hft. 1.

Vermischte Aufsätze.

R. A. Wissenschaft u. Einbildungskraft. Glob. XIX, 13. S. 202 (Arbeiten und Aussprüche Tyndalls).
Rokitansky, die Solidarität alles Thierlebens (Vortrag) s. Wien. Almanach d. Kaisl. Akad. d. W. Jahrg. 19. (1869) S. 184—220.
Meibauer, Staatsprüfungen engl. Bureaubeamten Z. f. Gw. XXV, 81.
Barth, Schulkasernen d. Gegenwart. A. Schulz-Ztg. 1871. No. 13.
Stoy, Schullokationen u. Examina ib. No. 14.
Die Classification, als Massstab zur Beurtheilung der Schülerleistungen von Schramm s. die Realschule von Döll 1. Jahrg. No. 5. S. 215—27 (m. math. Begründung!).
*** *(Noctes scholasticae)* das Thal der Wissenschaft, eine neue Art Entlassungsrede. Masius paed. Jahrb. 102. S. 584 (s. Ausz. daraus in d. Hft.).
Witt. i. S. Aus einer Abit.-Entlassungsrede ib. S. 579 (mehr eine Vorlesung für Lehrer als eine Entlassungsrede!).
Wie ein Schulrector, resp. Gymnasialdirector sein soll, u. wie nicht; mit Rücks. auf Diesterwegs Aufs. in s. Jahrb. 1851, neu bearb. i. „Schul- u. Kirchboten" für das Siebenbürgische Sachsenland, s. A. d. Lehrer-Ztg. 1871. No. 18.
Die Vorbereitung der Schulamtszöglinge (Präparanden) für das Seminar mit Rücks. auf d. Aufs. v. Clas in „Volksschule" d. Organe des Würtemb. Volksschullehrervereins ebenda.
Berechtigung der Realschulabit. z. höheren wissenschaftl. Studien v. Prof. Giebel in Halle in der Schlusssitzung d. naturw. Vereins für Sachsen u. Thüringen. s. A. d. Lehrer-Ztg. 1871. No. 19.

---

*) Vergl. oben die Zusammenstellung von Dr. A.
**) Die Redaction gedenkt vom nächsten Hefte an den Inhalt der math.-naturw. Zeitschriften, welche für den Lehrer wichtig sind, in fortlaufender Reihenfolge zu bringen.

Nekrologe.

Ernst Ferdinand August * 18/II 1795 in Prenzlau. † 1870 25/III s. Gr. Archiv Jahrg. 51. 4. Hft. L. Ber. CCIV. S. 1. Biogr. Skizze von seinem Sohne, wo auch seine Werke u. die von ihm ersonnenen Lehrmittel angegeben sind.

Carl Ludwig Reichenbach * 1788 12/II, † 1869 19/I s. Alman. d. k. W. Akad. d. W. Jahrg. 19. 1869. S. 326—69.

Steinheil Gr. Archiv. Jahrg. 52. 3. Lit. Ber. S. 1 ff.

Versammlungen und Feste.

Copernikusfeier. Die Gelehrtengesellschaft zu Posen veröffentlicht einen Aufruf zur Veranstaltung einer Kopernikusfeier am 19. Febr. 1873 als dem 400jähr. Geburtstage des gr. Astronomen. s. Heis W. Schr. 1871. 2.

Naturf. Vers. zu Rostock (Septbr. d. J.). Wir machen alle Collegen aufmerksam auf die von Dir. Dr. Krumme in Remscheid projectirte Lehrmittelausstellung in der paedag. Section der Naturf. Vers. (Zusendungen an Gym. Dir. Krause in Rostock)*).

Philologenversammlung in Leipzig. Nach einer Mittheilung des Herrn Prof. Dr. Eckstein zu Leipzig ist beschlossen worden, die diesjährige Philologenversammlung dort ausfallen zu lassen. Wann dieselbe im nächsten Jahre sein soll, ist noch nicht festgestellt.

An die Lehrer der Mathematik u. Naturwissenschaften Deutschlands.

Vorschläge zur Veränderung der Einrichtung der **pädagogischen Section** der Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte.

Die Gründung der pädagog. Sect. der genannten Versammlung ist aus dem Wunsche hervorgegangen, die Zusammenkunft so vieler Förderer, Lehrer und Freunde der Naturwissenschaft auch für die Schule nutzbar zu machen. Ueber das Wie stand bei der Gründung und steht noch heute kein Programm fest. Freilich hat es auch mit der Feststellung und Durchführung eines solchen Programms seine eigenthümliche Schwierigkeit, weil die Versammlung im Allgemeinen und die pädagogische Section insbesondere gewöhnlich aus Mitgliedern besteht, von denen nur ein geringer Theil der vorangehenden Versammlung beiwohnte. So war z. B. von den Mitgliedern der pädagog. Sect. der Dresdener Versammlung ausser mir nur ein einziges in der pädagog. Sect. zu Innsbruck anwesend und besuchte, durch andere Verhältnisse gehindert, nur eine Sitzung derselben. Um so nöthiger aber ist es, dass die Thätigkeit der pädagog. Sect. in allgemeinen Umrissen feststeht, wenn die Mitglieder derselben durch den Besuch der Section befriedigt sein sollen, wie mir das diejenigen, welche bis jetzt die pädagog. Sect. einer Naturforscher-Versammlung besucht haben, gewiss bezeugen werden. Bewährt sich das einmal aufgestellte Programm, so wird sich, wie in andern Sectionen der Versammlung, eine Tradition bilden, wonach künftighin verfahren wird; bewährt es sich nicht, so wird es modificirt oder durch ein anderes ersetzt. Die Nothwendigkeit, für die

*) Vergl. den hier folgenden Aufruf des Dir. Dr. Krumme in Remscheid und die Nachschrift der Redaction.

Thätigkeit der pädagog. Sect. irgend einen Plan aufzustellen ergibt sich nach der Natur der Sache noch nothwendiger als für irgend eine andere Zusammenkunft. Gewöhnlich ist ja der Lauf der Sache so, dass das Präsidium der Naturforscher-Versammlung einen am Orte der Versammlung ansässigen Lehrer der Naturwissenschaft für die Eröffnung der pädagog. Section zu gewinnen sucht. Meistens hat der Betreffende noch keine pädagog. Sect. einer Naturforscher-Versammlung besucht und die Wahl der Themata der vorkommenden Vorträge, Besprechungen etc. ist lediglich dem Zufall überlassen. Die hier gemachten Vorschläge lassen der Thätigkeit der Section noch Raum genug, weil sie keineswegs die ganze Thätigkeit in Anspruch zu nehmen beabsichtigen; nur würde die Annahme und Durchführung der Vorschläge Jedem, der die Section besuchen will, etwas Bestimmtes in Aussicht stellen, was er dort zu erwarten hat.

Mein Vorschlag geht zunächst dahin, mit der Naturforscher-Versammlung eine im Lokale der pädagog. Sect. zu veranstaltende Ausstellung von Lehrmitteln für den naturwissenschaftlichen Unterricht zu verbinden. Für lange Vorträge über methodische Behandlung einzelner Disciplinen ist eine derartige Versammlung nicht die geeignete Stätte. In der vorliegenden Zeitschrift ist ja jetzt ein Organ geschaffen, welches für derartige Mittheilungen geeignet ist, und dem Autor eine weitere Verbreitung seiner Ansichten sichert, als der Vortrag derselben in der pädagog. Sect. Ueber die methodische Behandlung im Grossen und Ganzen kann man auch leicht verschiedener Meinung sein, über die Zweckmässigkeit eines Lehrmittels wird das ungleich weniger der Fall sein und — wer Vieles bringt wird Jedem Etwas bringen. Das Verfahren, die Ausstellung zu Stande zu bringen, würde etwa Folgendes sein. Jede pädagog. Sect. wählt Jemand, der es übernimmt, mit dem vom Präsidium der nächstfolgenden Naturforscher-Versammlung für die Eröffnung der pädagog. Sect. derselben Gewonnenen in Verhandlung zu treten, und ihn mit den Wünschen der pädagog. Sect. der unmittelbar vorhergegangenen Versammlung bekannt zu machen. Von da ab hat der vom Präsidium der nächstfolgenden Naturforscher-Versammlung Bestimmte das Weitere in der Sache zu veranlassen.

Zunächst würden die Professoren und Lehrer der Naturwissenschaften, welche die Versammlung zu besuchen gedenken, und welche besonders zweckmässige Apparate construirt haben, durch Anzeigen in den Fachzeitschriften zu ersuchen sein, diese Lehrmittel im Lokal der pädagog. Sect. der Naturforscher-Versammlung auszustellen und in der Section Notizen über einfache, die physikalischen Gesetze ohne alles überflüssiges und verdunkelndes Beiwerk veranschaulichende Versuche mitzutheilen. Durch dieselbe Anzeige oder durch direkte Korrespondenz wären die Händler und Verfertiger von naturwissenschaftlichen Lehrmitteln zu ersuchen, neue Lehrmittel auszustellen. Die Fracht nach und von dem Orte der Naturforscher-Versammlung müssten die Aussteller selbst tragen; dagegen hätte billiger Weise für die durch die Ausstellung am Orte der Versammlung selbst erwachsenden, jedenfalls nicht bedeutenden Kosten die Kasse der Versammlung aufzukommen.

Ausser der Ausstellung von Lehrmitteln würde der mit der Eröffnung der pädagog. Sect. Betraute sich mit geeigneten Persönlichkeiten in Verbindung zu setzen haben, welche die im Laufe des Vorjahres erschienenen Schulbücher und literarischen Hülfsmittel für den naturwissenschaftlichen Unterricht in der Section vorlegt und dieselben kurz, mit Hervorhebung des Neuen charakterisirt. Die meisten Verleger sind, wie ich aus Erfahrung weiss, gern erbötig, auf eine Anzeige im Börsenblatt für den deutschen Buchhandel oder auf einen direkt geäusserten Wunsch hin, ein Gratis-Exemplar der verlegten Werke dem Berichterstatter zu übersenden.

Die Theilung der Arbeit verlangt übrigens, dass mindestens drei Herren sich der Mühe eines in der pädagog. Sect. zu erstattenden Berichtes unter-

ziehen. Der Eine würde etwa über die physikalische, der Zweite über die chemische und mineralogische und der Dritte endlich über die zoologische und botanische Literatur zu berichten haben.

Auf der Naturforscher-Versammlung zu Innsbruck habe ich Vorschläge gemacht, die mit den hier vorgebrachten im Wesentlichen übereinstimmen, und ich habe es übernommen, womöglich gelegentlich der Naturforscher-Versammlung zu Rostock im Lokale der pädagog. Sect. eine Ausstellung von Lehrmitteln für den naturwissenschaftlichen Unterricht zu veranlassen und für Berichte über die verschiedenen Zweige der naturwissenschaftlichen Schulliteratur seit Herbst 1869 zu sorgen.

Ich werde mich an das Präsidium der Versammlung wenden und bei demselben anfragen, ob es geneigt ist, die aus der Ausstellung erwachsenden Kosten excl. Fracht auf die Kasse der Versammlung zu übernehmen, event. mir Jemand in Rostock zu bezeichnen, der die Sendungen annimmt und die Rücksendung besorgt. Bejahenden Falls werde ich in geeigneter Weise mit Verfertigern und Händlern von naturwissenschaftlichen Lehrmitteln in Verbindung treten und die Adr. der vom Präsidium bezeichneten Persönlichkeit bekannt machen. Jedenfalls aber ersuche ich hierdurch alle diejenigen Professoren und Lehrer der Naturwissenschaften, welche die Versammlung besuchen und welche neue, für den Unterricht sich besonders empfehlende Apparate etc. construirt haben, diese in der pädagog. Sect. vorzuzeigen und zu erläutern, auch über einfache Versuche kurze Mittheilung zu machen.

Obgleich ich durch meine amtliche Thätigkeit sehr in Anspruch genommen bin, so will ich mich doch bemühen, Zeit zu finden, um über die physik. Schulliteratur seit Herbst 1869 zu berichten.

Schliesslich spreche ich den dringenden Wunsch aus, dass zwei Herren sich finden mögen, von denen der Eine über das auf dem Gebiet der chem. und mineralog., der Andere über das auf dem Gebiet der zoolog. und botan. Schulliteratur seit Herbst 1869 Erschienene berichtet und mich von dieser Absicht in Kenntniss setzt. Die nothwendigen Bücher werden sich die Herren Berichterstatter auf dem oben bezeichneten Wege leicht beschaffen können.

Remscheid, den 12. Juni 1871.

Dr. Krumme,
Direktor der städt. Gewerbeschule.

Nachschrift der Redaktion.

Es ist gewiss sehr bedauerlich, dass gerade der Besuch der Naturforscher-Versammlung, die den Lehrern der Math. u. Naturw. am meisten nützen würde, wegen der Zeit, in welche sie fällt (18—25. Septbr.), der Mehrzahl der deutschen Fachcollegen erschwert oder gänzlich versagt ist, da in eben diese Zeit die Michaelis-Examina der Gymnasien u. Realschulen fallen u. Urlaub deshalb schwer zu erlangen ist. Nur die Lehrer an denjenigen Schulen, welche grosse Herbst- (September-) Ferien haben, (Gewerbe-, polyt. u. a. Schulen) sind in der glücklichen Lage, diese Versammlung besuchen zu können. Es wäre daher nach des Unterzeichneten Ansicht vor Allem dahin zu wirken, dass uns deutschen Fachcollegen der Besuch der Naturforscher-Versammlung ermöglicht werde; denn was nützt uns diese Versammlung, wenn wir sie nicht besuchen können? Da nun aber die Ermöglichung dieses Besuchs, solange Deutschland im Schulwesen noch Einheit mangelt, weit weniger durch Verlegung der Ferien seitens der Unterrichtsministerien als vielmehr durch Verlegung der Naturforscher-Versammlung erreichbar erscheint, so wäre es Sache der Gesammtheit der

deutschen Fachcollegen, an die Naturforscherversammlung die Bitte zu richten, sie möchte ihre Zusammenkunft künftig in die Michaelisferien verlegen. Sollten die „Naturforscher" nicht die Verpflichtung fühlen, auf die „Lehrer" Rücksicht zu nehmen, da sie ja zum Theil selbst „Lehrer" sind? Der Unterzeichnete gedenkt in diesem Sinne Schritte zu thun u. er bittet hierdurch alle diejenigen Fachcollegen, welche sich ihm anschliessen wollen, ihm dies recht bald mitzutheilen. Er ist aber auch bereit, andere Ansichten (mit ihren Gründen) hierüber zu hören und wird ihnen gerne die Spalten dieser Zeitschrift öffnen.

Freiberg, den 14. Juni 1871.

Der Herausgeber.

Briefkasten.

A. Allgemeine Wünsche, Anregungen und Bitten.

Es wäre uns höchst erwünscht, wenn durch ganz Deutschland hindurch von möglichst vielen Fachcollegen an Gymnasien Untersuchungen über das mittlere Alter der Classen angestellt u. die Resultate derselben uns für die Zeitschrift zugestellt würden. Die betreffenden Rechnungen sind leicht in den arithm. Stunden zu veranlassen u. werden gern von einzelnen Schülern ausgeführt. Auch für die Realschulen wäre diese Untersuchung nicht uninteressant. Termin der Berechnung bei einjährigen Cursen das mittlere Datum des Cursus z. B. von Ost. 1871—72 ohngf. d. 1. Oct. d. J. — Ferner wären uns erwünscht verbürgte Mittheilungen über vormalige oder noch andauernde „gräuliche Zustände" des math. Unterrichts od. Anfeindungen desselben. Wir werden dieselben, ohne Namen zu nennen, zur allgemeinen Belehrung u. Besserung event. zur Belustigung vorführen. — Auch sind uns willkommen: Zusammenstellungen von Uebersetzungsbeispielen (lat. od. gr.) od. von Aufsätzen aus der Naturkunde besonders aus der Naturgeschichte, welche die Wahrheit und Reinheit der Naturanschauung trüben u. leichtsinnig, wissentlich od. unwissentl. Irrthümer verbreiten. — Wir suchen für die Bibliographie und das Repertorium der m.-n. Fortschritte noch einen od. zwei Mitarbeiter aus einer Universitätsstadt (Chem. besetzt.), ferner einen Naturgeschichtler, der vorzugsweise Mikroscopiker ist. — Wir beabsichtigen auch, die Rubrik über Lehrmittel zu erweitern und richten deshalb an Lehrmittelhandlungen u. an Mechanici, ganz besonders aber an Collegen, welche neue Lehrmittel erdacht od. construirt haben, die Bitte, uns Beschreibungen derselben mitzutheilen. — Wir bitten die Herren Fachgenossen, welche an Provinzialversammlungen theilnehmen, uns über Verhandlungen u. Beschlüsse, welche den math. u. naturw. Unterricht betreffen, zu berichten. — Wir bitten die Herren Verf. von Beiträgen, uns alsbald nach dem Erscheinen eines Heftes die von ihnen etwa noch aufgefundenen Druckfehler mitzutheilen, damit das Druckfehlerverzeichniss gleich am Schlusse des Bandes vollständig beigegeben werden könne. —

B. Rückantworten.

An alle die Herrn, die uns wiederholt um Abdruck ihrer Beiträge gebeten: Wenden Sie sich an die Verlagshandlung! Alle Eingänge, sofern sie briefliche Beantwortung nicht unbedingt erfordern, werden wir künftig mit Uebersendung werthloser Papiere p. Kreuzband quittiren.

Der Herausgeber d. Z. gedenkt, seine 4w. Sommerferien (15. Juli — 13. Aug.) d. J. zu Arnstadt (Thüringen) zu verleben. Dorthin erbittet er sich Briefe u. Beiträge. (Wohnung: Färberei v. E. A. Hoffmann in A.)

Untersuchung der sogenannten Definitionen Hero's.

Vom Studienrektor Dr. G. Friedlein in Hof.

Zweite Hälfte.

(s. S. 173.)

Die §§ 50—55 geben wieder, was bei Euklid I, ὅρ. 22. 30—33 gegeben ist, und es ist wohl der hohen Geltung Euklids zuzuschreiben, dass die Definition des ῥομβοειδές, die offenbar einen erst zu beweisenden Lehrsatz in sich schliesst, den Euklid selbst I, πρότ. 34 beweist, gleichwohl beibehalten wurde. Doch auch das lässt sich als Grund angeben, dass man von den Dreiecken her so an die Eintheilung nach Seiten und Winkeln sich gewöhnt hatte, dass man bei den Vierecken nicht anders verfahren zu dürfen glaubte. — S. 19 Z. 24 kann man vermuthen, dass geschrieben stand τῶν δὲ ἰσοπλεύρων καὶ οὐκ ἰσοπλεύρων oder τῶν δὲ ἰσοπλεύρων καὶ τῶν μὴ ἰσοπλεύρων; doch haben sich auch anderwärts schon Spuren eines wenig sorgfältigen Ausdrucks gezeigt. — Die eigentlich sachgemässe Eintheilung der Vierecke nach der Stellung der Seiten zu einander machte sich geltend, wenn sie auch nicht völlig durchdrang. Dies zeigt sich darin, dass in § 56*) die Scheidung der Vierecke in παραλληλόγραμμα und οὐ παραλληλόγραμμα vorgenommen wird. Euklid gibt keine Definition des Parallelogramms, sondern I, ὅρ. 35 nur den Begriff paralleler Geraden, wendet dann I, πρότ. 34 den Ausdruck παραλληλόγραμμον χωρίον an, in welchem παραλληλόγραμμον als Adjektiv auftritt, unterdrückt aber schon im προςδιορισμός das Substantivum χωρίον und gebraucht auch παραλληλόγραμμον substantivisch.

Bei § 57 ist in Z. 16 statt des in den meisten Handschriften befindlichen ὀρθογωνίων der Nominativ ὀρθογώνια zu schreiben,

*) Am Anfang dieses § ist Ἔτι statt Ἐπὶ zu schreiben, wie der Hersteller des Codex F richtig erkannt hat, wenn er es nicht schon handschriftlich vorfand.

oder mit G. ὅσα μὲν ὀρθογώνια; denn es sind im Vorausgehenden keine παραλληλόγραμμα ὀρθογώνια und οὐκ ὀρθογώνια unterschieden, und ὀρθογώνια ὅσα ἔστι ist offenbar der Ausdruck für das Euklidische πᾶν ... ὀρθογώνιον II, ὅρ. 1. Die Einleitung dazu in Z. 18 u. 19 hat nichts auffälliges; aber die folgenden Zeilen, deren Anfang zu lesen scheint: ἐπ' ἄπειρον γὰρ νοεῖται παραλλόγραμμα ὅσα (oder ἅ) ὑπ' ἴσων περιεχόμενα πλευρῶν, erinnern sofort durch das ἐπ' ἄπειρον und νοεῖται an § 23 und § 24, 2, sowie an den Schluss von § 2 und § 42, und da auch die ganze Ausdrucksweise etwas Unbeholfenes und Unklares hat, so zweifle ich nicht, dass sie von dem Glossator herrühren, der auch die erwähnten Stellen beifügte.

Auf den § 58, der Euklid II, ὅρ. 2 entspricht, folgt im § 59 eine Erklärung des γνώμων im Allgemeinen, welche Hultsch dadurch zu heilen glaubte, dass er die Worte ἀριθμὸν ἢ als Glosse hinstellte, ὅ als Accusativ, σχῆμα als Nominativ erklärte. Allerdings erhält man auch so eine allgemeinere Definition des Gnomon als die im § 58, aber wozu denn ᾧ προςείληφεν und nicht ἑαυτῷ? Ferner, wer hätte auf den Gedanken kommen sollen ἀριθμὸν ἢ einzusetzen? Wäre ein Zusatz zu σχῆμα beabsichtigt gewesen, so würde es σχῆμα ἢ ἀριθμόν heissen. Dagegen erhält man wirklich eine ganz allgemeine Definition, wenn man ὅ als Nominativus und ἀριθμὸν ἢ σχῆμα als später beigesetzte Apposition zu ὁτιοῦν nimmt. Statt einer gesuchten Construction erhält man dann eine einfache und der Gnomon kann doch ebenso gut als dasjenige angesehen werden, was selbst eine Figur noch zu sich hinzunimmt, wie als dasjenige, was zu einer Figur hinzugenommen wird.

Die §§ 60—64 enthalten die genauere Unterscheidung der Vierecke, die keine Parallelogramme sind, in τραπέζια und τραπεζοειδῆ und der ersteren wieder in ἰσοσκελῆ und σκαληνά, welche Arten Euklid I, ὅρ. 34 unter dem Namen τραπέζια zusammenfasst. Dass die Ueberschriften von späterer Hand sind, dafür ergibt sich auch hier wieder ein Beleg, da der ursprüngliche Autor schwerlich 2 Mal dieselbe Ueberschrift gebraucht hätte, wie sie vor § 60 und § 61 steht. Denn dass das 2. Mal der Plural steht, begründet doch keinen Unterschied. Hätte der Verfasser der Ueberschrift grössere Genauigkeit zugewendet, so würde er vor § 60 ähnlich wie vor § 51 geschrie-

ben haben *Τίνες αἱ τῶν παρὰ τὰ εἰρημένα τετραπλεύρων διαφοραί.*

§ 65 enthält Euklid I, ὅρ. 23, in Uebereinstimmung mit welchem wohl unbedenklich in Z. 20 mit Dasypodius *πλειόνων ἢ* zu schreiben ist; *ὑπὸ πλεῖον τῶν τ. εὐϑ.* würde doch eine zu grosse Nachlässigkeit im Ausdruck sein. Beispielsweise werden die *πενταγώνια*, *ἑξαγώνια* und *τὰ ἑξῆς πολύγωνα* angeführt, woraus wie bei § 40 sich ergibt, dass man die Benennung nach den Winkeln der nach den Seiten vorzog.

In passender Weise schliessen sich hier die Erklärungen der Strecken an, die an den Figuren besondere Namen erhalten haben, so im § 66 die von *βάσις*, welches Wort Eukl. I, *πρότ.* 4 bereits gebraucht, ohne eine Definition davon zu geben. Gleiches ist der Fall bei dem Worte *πλευρά*, das bei Eukl. schon I, ὅρ. 24 sich findet, aber nicht erklärt wird. Bei der Erklärung, welche im § 67 gegeben wird, ist nach *περικλειουσῶν* wohl noch *εὐϑειῶν* beizufügen, wie sich dieses Wort auch am Ende des § 68 findet, in welchem *διαγώνιος* definirt wird. Euklid gebraucht dieses Wort nicht. Bei dem Parallelogramm wendet er das Wort *διάμετρος* an (z. B. I, *πρότ.* 34, VI, *πρότ.* 24.), das nur vom Kreis I, ὅρ. 17 definirt wird. Da, wo er veranlasst sein könnte, den Namen Diagonale anzuwenden, wie VI, *πρότ.* 19 u. 20, vermeidet er den Namen und sagt nur *'Επιζεύχϑω ἡ ΔΖ. 'Επιζεύχϑωσαν αἱ ΒΕ ΕΓ ΗΑ ΛΘ.* — In den §§ 69 u. 70 wird *κάϑετος* und *κάϑετος πρὸς ὀρϑάς* unterschieden, während Euklid (I ὅρ. 10. *πρότ.* 12) das Wort *κάϑετος* nur in letzterem Sinne gebraucht. Es mag diese Unterscheidung nicht ohne Einwirkung der praktischen Geometrie eingetreten sein; aber auch das Wort an sich konnte wohl im Allgemeinen von jeder von einem Punkt zu einer unterhalb befindlichen Linie oder Fläche gezogenen Geraden gebraucht werden. Das Folgende zeigt, dass auch der Verfasser der Definitionen *κάϑετος* für gewöhnlich im engeren Sinn nimmt für die Normale.

Als Erklärung der Parallelen ist im § 71 zunächst die Euklidische mit dem proleptischen Zusatz *ἀσύμπτωτοι* gegeben; daran reiht sich die negative *αἱ μήτε συννεύουσαι μήτε ἀπονεύουσαι ἐν ἐπιπέδῳ*; endlich die einen Lehrsatz enhaltende von der Gleichheit der Normalen zwischen Parallelen. Den Gegensatz zur 2. Erklärung bildet § 72. In diesem scheint das nächste

zu sein *μείζους* in *μείους* zu verwandeln, wahrscheinlicher hiess es aber ursprünglich *ὅσαι συννεύουσαι μὲν μείους, ἀπονεύουσαι δὲ μείζους ἀεὶ τὰς καθέτους ποιοῦσιν.*

Die 2 convergierenden Geraden führen in Verbindung mit der Kathetos den Verfasser auf das Dreieck und so mag es gekommen sein, dass als § 73 die Definition von *ὕψος* gegeben wird und zwar nur für das Dreieck, nicht allgemein, wie sie Euklid VI, *ὅρ.* 4 gibt; doch ist bei beiden mangelhaft, dass der Begriff *κορυφή* nicht bestimmt ist.

§ 74, 1 lässt sicht rechtfertigen als Uebergang von den ebenen Gestalten zu den räumlichen. Vor *καὶ ἰσοπλεύρων* in Z. 26 ist *ἰσογωνίων* einzusetzen, denn es ist dieser Begriff zu den Behauptungen des Paragraphs nöthig. § 74, 2 kündigt sich schon durch den Anfang als Glossem an und ist daher mit Recht von Hultsch mit feineren Lettern gegeben. Ueberdies verräth sich darin eine geringe Kenntniss der geometrischen Termini.

Die §§ 75 u. 76 stehen parallel zu dem § 28. Sowohl bei den Flächen als bei den Linien werden die *ἀσύνθετοι* und die *σύνθετοι*, ferner die *ἁπλαῖ* und die *μικταί* unterschieden, wenn auch der erstere Unterschied im § 76 nur am Schluss kurz angedeutet ist. Wie die beiden Arten der Unterscheidung unter sich verschieden sind, ist nicht ausgesprochen, aber es ist wahrscheinlich, dass die erste die Oberfläche eines Körpers der Form nach betrachtete, wonach die Kugeloberfläche eine nicht zusammengesetzte ist, die Oberflächen der Kegel, Cylinder, Halbkugeln (Hultsch hat S. IV bereits *ἡμικυκλίων* Z. 17 in *ἡμισφαιρίων* verbessert) aus Ungleichartigem zusammengesetzt sind, die der Polyeder aus Gleichartigem. Die 2. Art aber sah die Flächen ihrer Natur nach an. Darnach sind einfach die Ebene (statt *αἱ ἐπίπεδοι*, wie Hultsch will, glaube ich *ἡ ἐπίπεδος* setzen zu müssen) und die Kugeloberfläche, gemischt aber die Oberflächen der Kegel und Cylinder *ἐξ ἐπιπέδου καὶ περιφερείας*, und gemischt endlich *ἐκ δύο περιφερειῶν* die wulstartigen Flächen. Dass *περιφέρεια* hier für *σφαιρική* steht, scheint der nicht immer genauen Ausdrucksweise des Verfassers zur Last zu fallen. Ebenso ist im folgenden Satz *πλείους* neben *ἄπειρος* überflüssig. — Bei den Linien scheidet dieselbe Betrachtungsweise die einfachen, nämlich die Geraden und Kreis-

linien von den gemischten, den konischen und spiralförmigen. Worin hier die Mischung liegt, zeigt uns Proclus zu Eukl. II, c. 4. Darnach ist einfach die Linie, die nur durch geradlinige oder nur durch kreisförmige Bewegung entsteht, gemischt aber die, zu deren Entstehung beide Arten der Bewegung nöthig sind. Beachtenswerth ist, dass die konischen und spiralförmigen Linien als *τεταγμέναι* den *ἄτακτοι* gegenübergestellt werden; es liegt darin die Andeutung, dass man in jenen bestimmte Bildungsgesetze erkannte, in anderen aber vermisste.

Das im § 77 von der Kugel Gesagte ist parallel gehalten zu den Angaben über den Kreis im § 29 und dient daher letzterem zu einer Stütze bezüglich der Aechtheit. Die 2. Erklärung ist auch hier oberflächlicher gehalten als die erste und nähert sich besonders durch die Worte *ἄκρως στρογγύλον* mehr der Sprachweise theoretisch nicht Gebildeter. Am Schluss erst wird die Entstehung der Kugel angegeben, wie die des Kreises im § 29 und zwar nach Euklid XI, *ὅρ.* 14, aber mit Beiziehung auch der Oberfläche. Z. 16 könnte nach *ἀποκατασταθῇ* ausgefallen sein *ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι.* Z. 11 hat Hultsch das Wort *καὶ μέσον* mit Recht eingeklammert.

Der § 78 gibt eine Erklärung von *κέντρον* und reiht daran dieselbe Bemerkung, die Eukl. XI, *ὅρ.* 16 enthält.

Im § 79 sind die Begriffe Durchmesser und Axe der Kugel nicht auseinander gehalten, indem am Anfang der Begriff von Durchmesser vorausgesetzt, nachher aber in die Erklärung der Axe mit hineingezogen wird. Bei Euklid XI *ὅρ.* 15 u. 17 sind beide Begriffe auseinander gehalten, aber der Umstand, dass jede Axe ein Durchmesser und jeder Durchmesser als Axe gebraucht und angesehen werden kann, scheint den Verfasser des § 79 bestimmt zu haben, beide Begriffe zu vereinen, wodurch er beide verwirrte. Ungenau ist auch der Ausdruck *περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς σφαίρας* für *περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.*

Die §§ 80—83 über die Pole, die Schnittlinie einer Kugel mit einer Ebene, wie man ergänzen muss, den Pol eines Kreises auf der Kugel und den grössten Inhalt einer Kugel bei gleichem Umfang mit anderen Körpern, haben an sich nichts, was man beanstanden könnte; nur das Ende von § 83 *διὸ καὶ περιεκτικὸν τῶν ἄλλων ἁπάντων ἐλαττόνων* kann ich nicht für

ächt halten, da es entweder eine unnütze Wiederholung oder ganz falsch ist, je nachdem man περιεκτικόν als „übertreffend" oder als „einschliessend" auffasst.

Die erste Definition des Kegels in § 84 gilt vom geraden, wie vom schiefen Kegel, ist aber schwerlich einem besseren theoretischen Werk entnommen, vielleicht vom Verfasser selbst aufgestellt, um eine Antwort auf die Frage zu geben, was ein Kegel ist, ohne dabei anzugeben, wie er entsteht. Das Mangelhafte wird ergänzt durch die Angabe über das Entstehen des Kegels, eigentlich aber nur über die Entstehung des Mantels, da die Grundfläche und die Spitze dabei als gegeben vorausgesetzt ist. Die zweite Definition gibt den Anfang von Eukl. XI, ὅρ. 18 wieder, aber mit Bezugnahme auf den Mantel. Die in die unrichtige Zeile gerathenen Worte in Z. 24 hat Hultsch schon als solche bezeichnet.

Die Erklärungen von βάσις, κορυφή und ἄξων eines Kegels in den §§ 85—87 schliessen sich an die Definitionen des Kegels im § 84 an und die erste und letzte unterscheiden sich dadurch von den bei Eukl. XI, ὅρ. 19 u. 20 gegebenen; κορυφή wird von Euklid VI, ὅρ. 4 nur gebraucht, nicht erklärt. Der Schluss des § 87 τουτέστι μένουσα passt nicht zum Vorhergehenden und ist mit Recht von Hultsch eingeklammert.

§ 88 u. 89 bilden einen einzigen Satz und Hultsch, der richtig für ἄνισος ἀνίσους verlangt, hätte λέγεται am Schlusse von § 89 nicht unbeanstandet lassen sollen. Es wurde offenbar beigesetzt, als man den einen Satz in zwei zerrissen hatte. Da ferner das in § 88 erwähnte τρίγωνον nicht das im § 84 erwähnte ὀρθογώνιον τρίγωνον sein kann, so glaube ich, dass eine Lücke anzunehmen ist, und das Ganze ursprünglich lautete: *Ἰσοσκελὴς δὲ κῶνος λέγεται ὁ τμηθεὶς διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ γενομένου τριγώνου ἴσας ἔχων τὰς πλευράς, σκαληνὸς δὲ κῶνος ὁ ἀνίσους.*

Die §§ 90—92 lehnen sich an die 2. Hälfte von Eukl. II, ὅρ. 18, und die darin erwähnten Schnittfiguren sind auch richtig angegeben, aber auffallend ist die Vertauschung von μείζων und ἐλάττων in den Zeilen 14 und 19. Hultsch bemerkt hierüber nichts; vielleicht liegt ein Versehen eines Ueberarbeiters der ursprünglichen Arbeit vor.

§ 93 über κόλουρος κῶνος ist oberflächlich, § 94 über die ἐπιφάνεια κώνου konnte, ähnlich wie im § 36, genauer gefasst werden.

Was von den Kegelschnitten in § 95 gesagt wird, ist nicht zu beanstanden, besonders, wenn man Z. 3 u. 4, S. 27 ὀρθογωνίου, ἡ δὲ ἀμβλυγωνίου, ἡ δὲ ὀξυγωνίου. ὀξυγωνίου μὲν οὖν κτλ. liest. Konnte aber in den §§ 91 u. 92 ἐλάττων und μείζων verwechselt werden, so ist hier die Vertauschung des Genitivs mit dem Nominativ noch weniger unmöglich. Die schon wiederholt bemerkte Schwäche im Ausdruck verräth das Wort μέρος für εἶδος. Das Folgende über die Namen Ellipse, Parabel, Hyperbel zeigt, dass die Stelle in einer Zeit geschrieben wurde, in der diese von Apollonius (c. 247 v. Chr.) herrührenden Namen (vgl. Pappus, coll. p. 250 ed. Commandin, p. 30 ed. Gerhardt) noch nicht feststanden und die ältere Ausdrucksweise noch verbreitet war. Einen Grund diese Stelle einzuklammern, wie Hultsch es that, vermag ich nicht zu finden.

In § 96 wird die Definition des (geraden) Cylinders in schönerer Form gegeben als bei Euklid XI, ὅρ. 21; auch die ὅρ. 22 u. 23 sind gut angereiht und nur Z. 15 ἴσων ungenau für ἀπεναντίον περιαγομένων gesetzt. Der Schluss hat wahrscheinlich ursprünglich gelautet: τομαὶ δὲ κυλίνδρου αἱ μὲν παραλληλόγραμμα, αἱ δὲ κύκλοι, αἱ δὲ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, wobei das letzte Wort τομαί fraglich ist, da es aus dem am Anfang stehenden entnommen werden kann. ὀξυγωνίων aber und nicht ὀξυγώνιοι, wie Hultsch vorschlägt, wird zu lesen sein, weil die Ellipse ὀξυγωνίου κώνου τομή heisst, nicht aber ὀξυγώνιος κώνου τομή.

Der § 97 enthält keine Erklärung, sondern nur eine Bemerkung, die sich an die Erwähnung der τομαί anschliesst, und schon dadurch wird man veranlasst, eine Glosse zu vermuthen. Darin wird man bestärkt durch den Ausdruck στιγμή für Punkt, der zwar im § 115 wiederkehrt, aber auch dort den Verdacht der späteren Zuthat vermehrt.

Die Erklärung des Wulstes (σπεῖρα, κρίκος) im § 98 ist richtig, ebenso die Unterscheidung der 3 Arten desselben und die Bemerkung, dass es auch Schnitte dieser Wulste gibt. Z. 3 auf S. 28 hätte also Hultsch nicht mit einklammern sollen. Dagegen gehören die ἐκπρίσματα, zu welcher Cylinder zuge-

schnitten werden müssen, um einen viereckigen Wulstenrahmen zu erhalten, nicht hieher und Hultsch hat mit Recht diese Stelle eingeklammert.

§ 99 bildet den Uebergang zu den nur von Ebenen begrenzten Körpern.

Im § 100 wird der Erklärung der Pyramide nach Euklid XI, ὅρ. 12 eine zweite, ähnliche beigefügt und darauf die der *ἰσόπλευρος πυραμίς* oder des *τετράεδρον* nach Eukl. XI, ὅρ. 26. Die Klammern in Zeile 14 und 20 hat Hultsch mit Recht gesetzt, aber es sind solche auch in Zeile 17 u. 18 um die Worte *τουτέστιν ἁπλῶς εὐθυγράμμου* zu setzen, die nach § 40 überflüssig sind und überdies den Begriff der Ebene nicht enthalten, der dort beigefügt ist.

Die folgenden §§ 101 bis 115 sind vollständig in Verwirrung gerathen; denn es ist offenbar, dass der 2. Absatz des § 101 *Εἰσὶ πέντε ταῦτα κτλ.* erst nach § 104 einen Sinn hat und andererseits sind § 105 und 106 die offenbare Fortsetzung von dem 2. Abschnitt des § 101. Ich vermuthe, dass die ursprüngliche Ordnung gewesen ist: § 104. 102. 103. 101, 1. [101, 2.] 105. [106.] 107. [108.] 110. [111.] 112—114. 109. [115, 1.] 115, 2, wobei die Klammern die späteren Zusätze andeuten. Nach dem § 99 folgen nämlich auf die *πυραμίδες*, die *κύβοι* und auf diese die (übrigen regulären) *πολύεδρα*, dann die *πρίσματα* u. d. a. Die Reihenfolge der regulären Körper entspricht denn auch der bei Euklid XI, ὅρ. 25—29 mit Ausnahme des Tetraeders, das nicht ohne Grund sofort an die Pyramiden angereiht ist, wodurch zugleich eine Ordnung nach der Zahl der Flächen erzielt wird. Der Text der Erklärungen weicht von Euklid nur durch Weglassung von *ἴσων* ab, das aber aus dem *ἰσοπλεύρων* durch Ausdehnung dieses Wortes auf alle Kanten leicht entnommen werden kann. Die Bezeichnung des *κύβος* auch als *ἑξάεδρον* im § 104, die bei Euklid fehlt, hat nichts Auffälliges, dagegen halte ich den Zusatz bei § 103 über das Fünfeck des Dodekaeders als eine müssige Zuthat für unächt. Der § 101, 2 ergibt sich als spätere Zuthat durch die Anwendung der Worte *ἴσων καὶ ὁμοίων*, die in den bisherigen Erklärungen nicht gebraucht sind, ferner durch das Wort *Ἑλλήνων*, welches ein dem eigentlichen Griechenland angehöriger Autor, als welchen wir den Verfasser der Definitionen nach den

übrigen Darlegungen annehmen dürfen, wohl nicht gebraucht haben würde. Dazu kommt die eigenthümliche Fassung, die auf S. 28 Z. 27 und S. 29 Z. 4 einen causalen Nexus herstellt, wo er nicht passt und endlich am Schluss eine neue Eintheilung der *εὐθύγραμμα στερεά* aufstellt, welche an die ursprüngliche zunächst anknüpft, sie in den §§ 105 und 106 unterbricht, endlich im § 111 sie wieder aufnimmt. Diese 3 §§ 105, 106, 111 sind also nach meinem Dafürhalten derselben Hand zuzuschreiben, welche § 101, 2 beigefügte und im § 100 *τουτέστι ἁπλῶς εὐθυγράμμου* einsetzte.

Vor dem § 107 stand jedenfalls eine Erklärung der *πρίσματα* und zwar höchst wahrscheinlich wie im § 100, ursprünglich zuerst die Definition Euklids XI, ὅρ. 13 und dann vielleicht eine 2., der 2. im § 100 ähnliche. Diese verdrängte, wie es scheint, der § 105, welchen der Bearbeiter um seiner neuen Eintheilung willen einsetzte. Man könnte zwar § 105 als einen Theil des ursprünglichen Textes ansehen wollen, aber die Verwendung des Wortes *εὐθύγραμμον* lässt diesen § von § 106 nicht trennen; und dieser gehört unzweifelhaft der neu eingeschobenen Eintheilung an.

Der Ausdruck *πρίσματα παραλληλόπλευρα* im § 107 ist Euklid fremd, der *στερεὸν παραλληλεπίπεδον* sagt, z. B. XI, *πρότ.* 25, aber auch diesen Namen nicht definirt.

Dass auf § 107 sofort § 108 folgte, ist nicht unmöglich; da aber im § 115, 2 am Schluss die Definition der parallelen Ebenen nach Euklid gegeben wird, so halte ich § 108 für eine Glosse zu dem vorhergehenden *ἐπίπεδα παράλληλα*, und dies umsomehr, als eine 2. Erklärung folgt, die so, wie sie lautet, falsch ist, aber einem vollständiger ausgedrückten Lehrsatz entnommen sein kann.

§ 109, in welchem von *κάθετος* die Rede ist, unterbricht die Erklärung der *πρίσματα* zu stark, als dass er an der ursprünglichen Stelle stehen könnte. Ich halte es für wahrscheinlicher, dass § 109 erst nach § 114 stand, worin mich der Umstand bestärkt, dass der Ueberarbeiter so einen Anlass fand, von *ἐφάπτεσθαι* zu reden, wie es im § 115, 1 der Fall ist. Ueberdies schliesst sich an § 107 in ganz einfacher Weise der § 110 an, bei welchem in Z. 21—22 zu schreiben scheint: *ὅσα ἑκά-*

στην τῶν γωνιῶν ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ὀρθῶν περιεχομένην ἔχει εὐθυγράμμων.

Von § 111 ist schon oben gesagt, dass er einem Glossator oder einem Ueberarbeiter der Definitionen zugehört. Der § 112 spricht von *δοκός*, während im § 99 die Form *δοκίδες* gebraucht ist; ob daraus vermuthet werden darf, dass im Plural die Diminutivform lieber gebraucht wurde, steht dahin. Dass bei Eukllid weder von *δοκός* noch von *πλινθίς* (§ 113) und *σφηνίσκος* oder *βωμίσκος* (§ 114) die Rede ist, kann keinen Verdacht gegen die Aechtheit begründen; Spuren von weniger wissenschaftlicher Auffassung der geometrischen Gestalten haben sich ja schon wiederholt gezeigt und wahrscheinlich haben Aufgaben aus dem Leben dazu geführt, an sich überflüssige Namen, die nur specielle Fälle der Parallelepipeda bezeichnen, wegen des häufigen Gebrauches auch in die wissenschaftliche Terminologie mit aufzunehmen.

Nach den Erklärungen der verschiedenen Arten der *πρίσματα* konnte sehr wohl § 109 und 115, 2 angefügt werden, wie nach § 65 die §§ 66—74. Entnommen ist § 109 aus Euklid XI, *ὅρ.* 3 und *πρότ.* 11. — § 115, 2 enthält Euklid XI, *ὅρ.* 3. 4 und 8. — § 115, 1 hat für den ersten Augenblick nichts Bedenkliches, vielmehr gibt das *ἁπτομέναις* in § 109 einen Anlass vom *ἅπτεσθαι* zu sprechen; allein es ist der Ausdruck *στιγμή* für Punkt wie oben bei § 97 so auch hier als einer Glosse zugehörig zu vermuthen, ferner gehört das Berühren von Punkt mit Punkt, Gerade mit Geraden, Gerade mit Kreis, Kreis mit Kreis, letzteres beides nach Euklid III, *ὅρ.* 2 und 3 in die ebene Geometrie und nicht in die stereometrischen Betrachtungen; ich halte also diesen Theil für ein späteres Einschiebsel.

Mit § 116 beginnen die Erklärungen über die Beziehungen der Figuren zu einander und zuerst kommt die Rede auf *ὁμοιότης* und *ἰσότης*, wobei nicht unpassend auf die Aufgabe bei Euklid VI, *πρότ.* 25 hingewiesen wird und auf die Lösung der gleichen Aufgabe für die Körper.

Der § 117 geht näher auf die *ἰσότης* ein, welche nach der gegebenen Erklärung mit unserem Begriff der Congruenz zusammen stimmt. Euklid, der die Congruenzfälle der Dreiecke behandelt, z. B. I, *πρότ.* 4, spricht dabei nichts von den Drei-

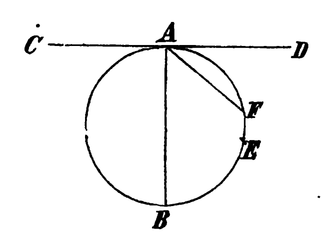
ecken als ganzen Figuren, sondern nur von der Gleichheit der einzelnen Theile. XI, ὅρ. 10 gebraucht er den Ausdruck *ἴσα τε καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματα*, welche Verbindung durch das Congruenzzeichen für immer in den Zeichen wenigstens fortbesteht, während mit Congruenz ein eigener Name sich gebildet hat. — Ueber die Bedeutung der Worte *ἢ κατὰ μέρος ἢ κατὰ σχηματισμόν* bin ich nicht im Klaren. Sie scheinen aber nur ein anderer Ausdruck für *ὅλα ὅλοις* zu sein. In nicht wissenschaftlicher Sprechweise, wie sie öfter schon bei dieser Arbeit begegnete, konnte, was Theil für Theil zusammenstimmt, oder was in der Gestaltung überhaupt zusammenstimmt, als gleich d. h. congruent bezeichnet werden. Die Worte S. 32, Z. 8—10 *λέγεται δὲ ἴσον καὶ τὸ ἰσοπερίμετρον ... μονοεμβαδῷ* sehen einer Glosse sehr ähnlich, können aber als eine gelegentliche Bemerkung auch vom ursprünglichen Verfasser herrühren; zu schreiben ist am Ende derselben *ὥστε καὶ τῷ ἐμβαδῷ καὶ τὸ μόνῳ τῷ ἐμβαδῷ*. — 117, 2 enthält nichts, was nicht zum ersten Theil von § 117, 1 passte; § 117, 3 enthält von Euklid III, ὅρ. 1 die erste Hälfte, mit einer zwar nicht nöthigen aber auch nicht unrichtigen Erläuterung. Dagegen hat das, was § 117, 4 aus Euklid III, ὅρ. 4 und 5 enthält, Hultsch mit Recht als spätere Zuthat bemerklich gemacht. § 117, 5 endlich gibt Euklid XI, 10 wieder, wobei es als eine Verbesserung im Ausdruck zu bezeichnen ist, dass es heisst *ὑπὸ ἴσων ἐπιπέδων περιεχόμενα καὶ ὁμοίως κειμένων* statt des euklidischen *ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα*. Ich glaube, dass auch bei Euklid stand *ὑπὸ ὁμοίων καὶ ὁμοίως κειμένων ἐπιπέδων περιχόμενα;* denn zwei Ikosaeder z. B. können beide 20 congruente Dreiecke zur Begrenzung haben und doch nicht congruent sein, indem bei dem einen 5 Dreiecke statt auswärts eine Ecke zu bilden, eine solche einwärts bilden.

§ 118, 1 enthält zuerst eine Erklärung der *ὅμοια σχήματα*, die nur für die Dreiecke und gleichseitigen Vielecke passt, ohne dass jedoch dies bemerkt ist, an zweiter Stelle Euklid VI, ὅρ. 1, endlich Euklid VI, ὅρ. 2 aber mit ungeschickter Vertauschung der *λόγων ὅροι* mit *λόγοι*. Es ist schwer zu entscheiden, ob hier Fehler eines Copisten oder des Autors vorliegen; ich vermuthe aber das Letztere. Wenig Sorgfalt im Ausdruck ist schon wiederholt hervorgetreten. — § 118, 2 gibt Euklid III, ὅρ. 11 mit Ausdehnung auf die Kugel, welche letztere auch ein späterer

Zusatz sein könnte. — § 118, 3 gibt Euklid XI, ὅρ. 9 mit Weglassung von ἴσων τὸ πλῆθος dagegen mit dem richtigen Beisatz ὁμοίως κειμένων, der bei Euklid fehlt und vielleicht nach ὁμοίων einzusetzen ist. Vergl. oben § 117, 5. — § 118, 4 enthält eine Bemerkung über die Aehnlichkeit der Kreise, ähnlich der über die Gleichheit § 117, 3. An diese schliesst sich eine weitere an über die Aehnlichkeit der Kreissegmente, die nach § 118, 2 überflüssig ist und auch den eigenthümlichen Ausdruck ὅσα ἔχει τὴν ὁμοίαν κλίσιν enthält. Gleichwohl dürfte sie noch ächt sein und ebenso auch der Schluss, den Hultsch einklammerte. Das Gesagte ist richtig, wenn auch wenig erheblich.

Der § 119 über μέγεθος hat keinen ähnlichen bei Euklid, der den Begriff μέγεθος V, ὅρ. 1 ss. ohne Definition gebraucht. Entsprechend dem sonstigen Inhalt der Schrift ist nur die Raumgrösse definirt als das ins Unendliche vermehrbare und theilbare.

§ 120, 1 gibt Euklid ὅρ. 1 wieder in einer etwas nachlässigen Form, da vor μεγέθους μέγεθος fehlt, zu καταμετρῆται zu ergänzen ist ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος, wie Hultsch bemerkte, der eben desshalb καταμετρῇ lesen will, und endlich ἰσάκις beigefügt ist, ohne dass seine Bedeutung klar gemacht ist. Ich vermuthe nach dem unten folgenden Beispiel, welches ein Drittel des rechten Winkels als einen solchen Theil des rechten Winkels bezeichnet, wie hier das Wort Theil gemeint sei, dass die Gleichheit des Quotienten mit dem Nenner des Theils durch ἰσάκις ausgedrückt sein soll, insofern ein n^{tel} n mal im Ganzen enthalten ist. — § 120, 2—4 enthalten Erläuterungen zum Begriffe μέρος, wie ähnliche schon im § 2 sich ergeben; muss man auch theilweise mehr errathen, was der Autor meint, so halte ich doch keine Stelle für unächt, auch die nicht, welche Hultsch einklammerte. Denn versteht man unter γωνία κερατοειδής den von der Tangente *AD* und einem Bogen *AE* des Halbkreises *AB* bei *A* gebildeten Winkel, so ist dieser Winkel *DAE* ein Theil des rechten Winkels *BAD*, den die Normale *CD* mit *AB* bildet, aber doch kein Mass desselben, da, wenn man irgend eine Sehne, z. B. *AF* zieht



und dadurch einen geradlinigen Winkel herstellt, *DAE* kleiner ist als jeder solche Winkel und also auf keine Weise einem geradlinigen Winkel gleich gemacht werden, folglich auch kein Mass eines geradlinigen Winkels sein kann.

§ 121 ist gleich Euklid V, ὅϱ. 2. — § 122 ist ein blosser Uebergang, der gar keine Ueberschrift haben sollte.

§ 123, 1 gibt Euklid V, ὅϱ. 4. § 123, 2 und 3 begegnen einem Einwurf bezüglich der Punkte. S. 34, Z. 22 ist aber mit Dasypodius ἄϱα für γὰϱ zu schreiben, und S. 35, Z. 3 scheint vor τοῦ σημείου πεϱὶ einzusetzen zu sein. Von Interesse ist die Auffassung der Geraden als Inbegriff von unendlich vielen Punkten in der Art, dass die einzelnen Strecken derselben eine bestimmte Anzahl von Punkten enthalten, während doch andererseits an der Ausdehnungslosigkeit des Punktes festgehalten wird.

§ 124 enthält Eukl. V, ὅϱ. 5. 7 u. 9. Der Text ist verdorben. In Z. 9 könnte man statt ἰσάκις ἢ πολυπλάσια schreiben ἰσάκις πολυπλάσια ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, wahrscheinlicher aber ist in Z. 11 nach ἢ ἅμα einzusetzen ἴσα ᾖ ἢ ἅμα und ἢ in Zeile 9 als Ueberrest einer versuchten Ergänzung zu streichen. Das von Hultsch Z. 10 eingeklammerte ἄλλων ὧν ἔτυχε scheint das Euklidische καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν vertreten zu sollen und ist also möglicher Weise ächt. Dagegen ist der Schluss von ἐνταῦθα an ein späterer Zusatz zu dem Wort ὅϱοι, dessen Gebrauch von den Zahlen der Proportion aus dem Gebrauch in der Geometrie für die Grenzen der Figuren erklärt wird; dass aber von den Zahlen hier nicht geredet werden soll, sagt § 122. In der letzten Zeile scheint οὕτω τοῦ τοῦ θ' πϱὸς τὸν ϛ' λόγον zu lesen zu sein.

Gleiches wie bei § 124 ist der Fall bei § 125. Hier enthalten die Abschnitte 1 und 5 Eukl. V, ὅϱ. 10 und 6, nur ist Z. 10 τοῦ τοῦ δευτέϱου, Z. 11 τοῦ τοῦ τετάϱτου, Z. 13 ἢ τὸ τϱίτον πϱὸς τὸ τέταϱτον zu lesen. Die Abschnitte 2—4 und 6 aber enthalten Zusätze, die von dem ursprünglichen Verfasser der Definitionen schwerlich ausgehen, da dieser von den Zahlen in einer anderen Schrift handelte und dort wohl nicht die Differenzen der Glieder zum Beleg für die Verdopplung (Quadrirung) des Verhältnisses angeführt hat. Es sind dies wohl Anhängsel eines Mannes, der bei der Lektüre der ursprünglichen

Schrift sein eigenes Wissen dazu bemerkte. Man wird an den Verfasser von § 101, 2 erinnert. Im Abschnitt 6 kann auch die Hinweisung auf Euklid V, *πρότ.* 8 keine bessere Ansicht erwecken. Wieviel Aehnliches würde bei den übrigen Erklärungen sich finden, wenn der ursprüngliche Verfasser solche Zusätze beabsichtigt hätte! Allerdings fügt auch dieser hie und da Erläuterungen bei, aber diese sind besser mit dem übrigen Text verbunden.

§ 126 = Eukl. V, *ὅρ.* 12.

§ 127, 1 enthält, was bei Eukl. V, *ὅρ.* 3 u. 8 steht, aber mit Recht als Euklidisch angezweifelt werden kann. August wenigstens klammert es in seiner Ausgabe des Euklid ein; vorher geht eine noch allgemeinere Erklärung von *λόγος*, als sie bei Euklid sich findet. — § 127, 2—6 entspricht Euklid V, *ὅρ.* 14. 15. 16. 17. 13; 127, 7 ist eine Verstümmlung von *ὅρ.* 18 u. 19 und *ὅρ.* 20 scheint ganz ausgefallen zu sein. Es ist der Schluss der Arbeit überhaupt in grosse Unordnung gerathen, da Dasypodius statt § 127, 4—7, 128 und 129 nach 2 Verweisungen auf das 5. und 10. Buch Euklid's die §§ 48, 49, 46, 47 und 23 dessen gibt, was Hultsch unter dem Namen *variae collectiones* zusammenfasste, und § 131 bis 133 gar nicht hat.

Soweit auf so unsicherem Boden Vermuthungen möglich sind, glaube ich, dass die Worte *τὰ ἄλλα ὁ στοιχειωτὴς ἐν τῷ πέμπτῳ τῆς καθόλου στοιχειώσεως διορίζει*, die Dasypodius nach 127, 3 bringt, von einem Bearbeiter des ursprünglichen Werkes herrühren, der zu bequem war, das aus Euklid Bekannte abzuschreiben, der aber dafür die Stelle aufnahm, die Hultsch als § 48 der *variae collectiones* gegeben hat, und die wahrscheinlich neben § 127, 1 stand. Hierauf könnte der § 49 der *variae collectiones* im ursprünglichen Text gestanden haben und in den Handschriften, welche Hultsch benutzte nach § 127 durch denselben Zufall ausgefallen sein, durch welchen § 127, 7 verstümmelt wurde. In gleicher Weise scheint derselbe Bearbeiter an Stelle der §§ 128 und 129 die Worte gesetzt zu haben *Περὶ συμμέτρων καὶ ἀσυμμέτρων ὁ στοιχειωτὴς ἐν τῷ δεκάτῳ τῆς στοιχειώσεως βιβλίῳ πολλὰ παραδίδωσι*, und dann lieber die Stellen aufgenommen zu haben, die Hultsch in den §§ 46, 47 und 23 der *variae collectiones* gibt und von denen die ersten beiden sich vielleicht an § 128, der letzte an § 129 anschloss.

§ 128 enthält nach einer Verweisung auf die Einleitung in die Arithmetik Eukl. X, ὅϱ. 1 u. 2; § 129 entspricht im Wesentlichen Euklid X, ὅϱ. 3—6. 8. 9. In Z. 11 scheint statt *εἰσί τινες εὐθεῖαι* zu schreiben *τί εἰσιν εὐθεῖαι καὶ*, in Z. 14—15 scheint *τὰ δὲ ἀπ' αὐτῆς σύμμετρα* als späterer Zusatz zu tilgen und in Z. 15 *τούτῳ* statt *τούτων* zu schreiben zu sein. Da nur die *ῥητά* behandelt werden, so ist der § über die *ἄλογα* vielleicht verloren gegangen.

Was von den §§ 130—133 noch von dem ursprünglichen Autor der Definitionen herrührt, ist schwer zu bestimmen. Dass Manches einen ganz unwissenden Menschen verräth, hat Hultsch *metrol. script. rell.* I. S. 48—50 dargethan. Andererseits sieht es einem Autor, der zu verschiedenen Paragraphen gelegentliche Erläuterungen beifügte, nicht unähnlich, dass er nach der Angabe des Commensurabeln auf die Masse überhaupt zu sprechen kommt. So könnte also möglicher Weise noch Folgendes ächt sein: S. 38, 18—21, aber statt *παλαιστή* wäre *παλαιστῆς* zu schreiben und *βῆμα* und *ὀϱγυιά* wären wegzulassen. Von S. 40, 5—9 könnte ächt sein *Μετὰ τὸν δάκτυλον ἔστιν ὁ παλαιστὴς ὃν καὶ τέταϱτόν τινες καλοῦσι διὰ τὸ δ' ἔχειν δακτύλους· μετὰ τοῦτον ἡ σπιθαμὴ παλαιστῶν γ'. εἶτα ἐν κεφαλαίῳ ὁ πούς ἔχει παλαιστὰς δ'. εἶτα ὁ πῆχυς ἔχει πόδας δύο, παλαιστὰς η'.* Endlich könnte noch ächt sein S. 40, Z. 15—23.

Ueberblickt man nun das Ganze, so zeigt sich, dass die ursprüngliche Arbeit wenigstens eine, wahrscheinlich aber mehrere verschiedene Ueberarbeitungen erfahren hat, die von geringem Werthe sind, dass aber auch schon die ursprüngliche Arbeit von keinem ganz der Sache und der Sprache mächtigen, klaren Kopf gefertigt wurde. Dass Solches von Hero, dem berühmten Mechaniker und Geometer stammen sollte, ist mir unwahrscheinlich, man müsste denn annehmen, dass der in Construktionen und Beweisen vorzügliche Mann es mit den Definitionen nicht eben genau nahm.

Ueber die Terminologie der Fruchtformen.

Von J. Kober.

Bis in unsere Zeit wurde der lateinischen und griechischen Sprache allgemein die ausschliessliche Fähigkeit zugesprochen, die Denkkraft der Jugend so zu entwickeln, wie es ein höherer Beruf und eine selbständige Erhaltung der Wissenschaften erfordert. „Keine Bildung ohne alte Sprachen“ ist noch heute die Losung der Vertreter der alten Zeit.

Mit diesem Grundsatze hat die Gegenwart durch die Entwicklung der Realschule zu einer höhern allgemeinen Bildungsanstalt im Principe gebrochen, indem sie eine höhere Bildung ohne Latein und Griechisch für möglich erklärt, den Stoff zu derselben aus den neueren Sprachen, der Mathematik, den Naturwissenschaften, der Geschichte und Geographie etc. entnimmt und so die alten Sprachen durch die „Bildungselemente der Neuzeit“ zu ersetzen sucht*).

Unter diesen Bildungselementen nehmen die Naturwissenschaften eine hervorragende Stelle ein. Die Aufsuchung von

---

) Es ist unbegreiflich, wie Universitätsfacultäten die Realschulen als Fachschulen, bestimmt zur Aneignung der nützlichen, praktischen Kenntnisse) bezeichnen können, während z. B. das preussische Regulativ für die Realschulen ausdrücklich sagt: „Sie sind keine Fachschulen, sondern haben es, wie das Gymnasium, mit allgemeinen Bildungsmitteln und grundlegenden Kenntnissen zu thun.“ Aehnlich im sächsischen Regulativ von 1860: „Die Realschulen haben die Aufgabe, gleich den Gelehrtenschulen eine allgemeine Ausbildung der Jugend zu vermitteln. Der Unterschied liegt nur darin, dass die Realschule die Bildungselemente der Neuzeit verarbeiten soll.“ (Anm. d. Verf.)

*) Vergl. diese Zeitschr. Bd. I. S. 523 u. 524, besonders die dort citirten Stellen der Akademischen Gutachten z. B. S. 76 (Halle) u. S. 67 (Breslau). D. Red.

Ursache und Wirkung, die logische Gruppirung der Einzelwesen, die Auffindung natürlicher Verwandtschaft, die Erkenntniss der Harmonie der Theile eines Wesens wie des Naturganzen etc. liefern ein Bildungsmaterial, das sich getrost jedem andern zur Seite stellen kann.

Die botanische Terminologie, die durch Linné zu einem so hohen Grade von Bestimmtheit und Consequenz entwickelt worden ist, ist wesentlich berufen, die logische Bildung des Schülers zu fördern, nämlich ihn an klare scharfe Begriffe und an richtige Einordnung der Wahrnehmungen unter dieselben zu gewöhnen. Die Vergleichung einer Pflanze mit der Beschreibung hat einige Aehnlichkeit mit dem Uebersetzen aus einer fremden Sprache, aber sie hat vor letzterem den nicht geringen Vorzug voraus, dass sie, unfähig zur blossen Gedächtnisssache erniedrigt zu werden, den Schüler nöthigt, bei jedem Worte nach dem durch eine strenge Definition gegebenen Begriffe zu fragen und zugleich das mit den Augen Gesehene mit dem Wortlaute der Definition in Einklang zu bringen*). Dabei wird man durch verständige Beschränkung auf das Nothwendige die Gefahr vermeiden, durch Ueberhäufung mit Definitionen und durch Einlernung von Begriffen, für welche nicht die genügende Menge von Anschauung geboten werden kann, des Schülers Interesse abzuschwächen: derselbe Gesichtspunkt, aus dem man in neuerer Zeit z. B. das Auswendiglernen der lateinischen Genusregeln in den untersten Klassen verwirft.

Um so besser wird man die unumgänglich nothwendigen Benennungen einüben und ausbeuten können.

Aber leider lässt sich nicht leugnen, dass die Behandlungsweise der Naturgeschichte in Realschulen und Gymnasien häufig das Bildungsmoment aus den Augen lässt, beim Unterrichte wie

) Es ergiebt sich, wie nöthig es ist, dass der Schüler die Pflanze selbst in den Händen habe), um mit der Beschreibung die durch seine Sinneswahrnehmungen gebotene Anschauung verknüpfen zu können. Zugleich leuchtet ein, dass ohne Anschauung vorgelesene oder vorgesagte Beschreibungen keinen Nutzen bringen, zumal da sie von der Energie der Aufmerksamkeit des Schülers zu viel verlangen. Anm. d. Verf.

*) Vergl. unsre Bemerkungen Bd. I. S. 311. D. Red.

in den Lehrbüchern in der That nur eine Anhäufung nützlicher Kenntnisse erstrebt und so den Gegnern der modernen Bildung die Waffe in die Hand drückt.

Von der natürlichen Logik, die in so reichem Masse von der Naturgeschichte geboten wird, ist oft keine Spur zu finden; scheint es doch hin und wieder, als ob gerade dieser Unterricht dem folgerichtigen Denken zuwider arbeite. Als Beispiel für diese Behauptung sei hier die Terminologie der Früchte besprochen, die fast in jedem Lehrbuche einen Beleg gibt von unglaublicher Vernachlässigung der gesunden Logik.

Betrachten wir z. B. den betreffenden Abschnitt in der bekannten, sonst so verdienstvollen, Synopsis der Botanik von Leunis (2. Aufl.).

In § 84 ist zu lesen: „Frucht (Fructus) heisst der vollkommen ausgebildete zur Reife gelangte Fruchtknoten." „Im weiteren Sinne versteht man unter Frucht die Summe aller veränderten Blüthentheile zur Zeit der Reife des Samens oder den zu einer neuen Pflanze entwicklungsfähigen Samen mit seinen Umhüllungen." Diess entspricht allerdings dem gewöhnlichen botanischen Sprachgebrauche, wenn aber durch diese doppelte Begriffserklärung des Wortes „Frucht" nicht dem gesunden Denken grundsätzlich der Krieg erklärt sein soll, so muss weiterhin in jedem einzelnen Falle angegeben sein, ob Frucht im engeren oder weiteren Sinne aufzufassen sei. Darüber bleibt aber (wie es ziemlich allgemein Sitte ist) das Buch selbst im Unklaren. So heisst es z. B. in Bezug auf Castanea in § 269 „Kapsel 1—3samig" und in § 617 „Hüllfrucht mit 1—3 . . . den Rosskastanien ähnlichen Früchten".

Aus später folgenden Aeusserungen ist zu entnehmen, dass unter „Frucht im weiteren Sinne" die „falschen oder eingehüllten Früchte (Scheinfrüchte)" zu verstehen sind, die in der folgenden Uebersichtstabelle den Gegensatz zu den „echten Früchten" bilden.

Diese dem gewöhnlichen botanischen Sprachgebrauche entnommene Tabelle lautet in § 100:

I. Echte Früchte.

A. Trockenfrüchte,

a) aufspringend und den Samen ausstreuend;

1) aus mehreren verwachsenen Fruchtblättern gebildet, 2 bis mehrfächrig*), meist rundlich, stets vielsamig. **Kapsel,** *Capsula.*

2) aus zwei Fruchtblättern gebildet, 2fächrig, an zwei gegenständigen Nähten die Samen auf der Scheidewand tragend,

a) wenigstens über dreimal länger als breit. **Schote,** *Siliqua.*

b) höchstens etwas über doppelt länger als breit. **Schötchen,** *Silicula.*

3) aus einem Fruchtblatte gebildet, einfächrig,

a) mehrsamig,

aa) nur mit einer Naht, meist zu mehreren zusammen, jede mit einer Längsspalte aufspringend. **Balgkapsel,** *Folliculus.*

bb) mit zwei Nähten aufspringend. **Hülse,** *Legumen.*

b) einsamig; Fruchthülle den Samen locker umschliessend. **Schlauchfrucht,** *Utriculus.*

b) nicht aufspringend, aber in mehre Theile sich spaltend;

1) sich senkrecht theilend,

a) Fruchtknoten oberständig, sich in 2 oder mehre Früchtchen theilend. **Spaltfrucht** oder **Nüsschen,** *Schizocarpium.*

b) Fruchtknoten unterständig, sich in zwei Hälften theilend. **Doldenfrucht,** *Diachaenium.*

2) sich wagerecht theilend u. durch Querwände gegliedert,

a) aus 2 Fruchtblättern gebildet. **Gliederschote,** *Siliqua lomentacea.*

b) aus einem Fruchtblatte gebildet. **Gliederhülse,** *Lomentum.*

c) weder aufspringend noch sich in Früchtchen theilend;

1) unterständige Schliessfrucht der Korbblüther. **Achäne,** *Achaenium.*

2) oberständig; Umhüllung (?) der Frucht

a) geflügelt. **Flügelfrucht,** *Samara.*

b) nicht geflügelt,

aa) holzig oder lederartig, nicht mit dem Fruchtgehäuse verwachsen. **Nuss,** *Nux.*

bb) meist verwachsen oder eng anschliessend, spreuartig. **Gras-** oder **Schalfrucht,** *Caryopsis.*

---

*) Ist nicht Druckfehler, obwohl in § 101 bemerkt ist, dass die Kapsel ein-bis vielfächrig sein kann.

B. Saftige oder fleischige Früchte;
  1) mit einer Steinschale im Innern. **Steinfrucht,** *Drupa.*
  2) ohne Steinschale,
    a) Frucht nicht mit dem Kelche verwachsen, ober- oder unterständig. **Beere,** *Bacca.*
    b) Frucht mit dem Kelche verwachsen, unterständig. **Kürbisfrucht,** *Pepo.*

II. Falsche oder eingehüllte Früchte (Scheinfrüchte).

A. Frucht einzeln;
  a) 5fächeriges, pergamentartiges Samengehäuse. **Apfel,** *Pomum.*
  b) kein fächeriges Samengehäuse;
    1) der fleischige Fruchtboden oben offen, mit steifborstigen Schliessfrüchtchen im Innern. **Hagebutte,** *Stegocarpus.*
    2) der fleischige, eingebogene oder fast gänzlich geschlossene Fruchtboden der Feige. **Feigenfrucht,** *Syconium.*

B. Früchte gehäuft (Sammelfrüchte);
  a) fleischig und saftig, beerenartig;
    1) Früchtchen durch die fleischig entwickelten Deckblätter und Blüthenhüllen zusammenhängend. **Scheinbeere,** *Sorosis.*
    2) Früchtchen in den fleischigen Fruchtboden eingesenkt. **Erdbeere.**
    3) Früchtchen mit verwachsenen fleischig gewordenen Schuppen (bei Wachholdern). **Beerenzapfen,** *Galbulus.*
  b) mit ziegeldachigen, ledrigen oder verholzten Schuppen (zapfenartig);
    1) mit nackten, meist geflügelten Samen in ihren Achseln. **Zapfenfrucht,** *Conus.*
    2) mit Schliessfrüchtchen in ihren Achseln (bei Kätzchenbäumen). **Fruchtzapfen,** *Strobilus.*

Der Leser wolle gefälligst die folgenden Citate mit den Definitionen der Tabelle vergleichen.

Kapsel. Nach § 541 ist die (einfächrige) Frucht der Primulaceen eine „Kapsel“. Von Amarantus heisst es in § 403 „Kapsel einsamig“. Nach § 358 ist die Frucht von *Tilia* eine „Kapsel, lederartig, nicht aufspringend“. Nach § 448 ist die Frucht von *Reseda* eine „einfächrige an der Spitze offene Kapsel“.

Schote. In § 436 bei den Cruciferen heisst es: „Frucht eine Schote, aufspringend oder gegliedert oder nussartig“.

Hülse. In § 286 heisst die Frucht von *Onobrychis* eine Hülse, in § 277 die Frucht der Papilionaceen eine „Hülse ein-,

seltner zweifächrig". Die nicht aufspringenden Früchte von *Arachis* und *Ceratonia* sind gleichfalls Hülsen genannt.

Balgkapsel. Nach § 386 haben die Succulenten „eine Kapsel oder hülsenförmige Früchtchen", nach § 391 die Crassulaceen „3—12 Früchtchen, balgkapselartig". In § 456 (Ranunculaceen) heisst es: „Früchtchen nussartig oder hülsenförmig, selten eine aufspringende (!) Kapsel", bei *Trollius* aber „Kapseln zahlreich", bei *Nigella* „Kapseln 5—10 verwachsen", bei *Paeonia* endlich „2—5 Balgkapseln".

Schlauchfrucht. Nach § 404 haben die Chenopodiaceen eine „geschlossene Schlauchfrucht oder Karyopse (Nüsschen)". (Nüsschen ist nach der Tabelle identisch mit Spaltfrucht.)

Spaltfrucht (Nüsschen) und Doldenfrucht. Nach § 347 ist die Frucht der Geraniaceen „aus 5 Früchtchen gebildet, fünffächrig", nach § 348 die der Tropäoleen „aus 3 einsamigen Schliessfrüchtchen gebildet", nach § 352 die der Malvaceen „in einzelne Früchtchen zerfallend" und in der Beschreibung der Gattung *Malva* heisst es: „Kapsel kreisrund, vielfächrig; Fächer einsamig und ... abgesonderte Früchtchen, Nüsschen oder Spaltfrüchte darstellend". Bei den Stellaten § 499 heisst es: „meist 2knöpfige Schliessfrüchtchen (Doppelachäne)", bei den Umbelliferen in § 474: „Frucht aus 2 Früchtchen gebildet", bei den Borragineen in § 508 „4 getrennte Nüsschen", bei den Labiaten in § 521 „4 Fruchtknoten" und in § 252 „mit 4 Früchtchen im Kelche". Wo bleibt die Spaltfrucht?

Flügelfrucht. In § 105 ist diese Frucht abgebildet, mit der Erklärung: „Flügelfrucht des Ahorn, welche sich in 2 einseitig geflügelte Schliessfrüchtchen trennt".

Die Nuss ist nach der Definition oberständig; gleichwohl wird die Frucht der Cupuliferen und Santalaceen Nuss genannt.

Nach § 104 hat die Rose Schalfrüchte, nach § 297 Schliessfrüchte. Bei den Sanguisorbeen heisst es in § 296 „Nüsschen 1—3samig", bei den Ranunculaceen in § 456 „Früchtchen nussartig", in § 251 „Schliessfrüchtchen", bei den Polygoneen in § 597 „Karyopse nussartig".

So wird den Definitionen zum Trotz mit den Namen „Schalfrucht, Schliessfrucht, Nuss" rein willkürlich geschaltet.

Steinfrucht. Die Frucht von *Cornus* ist nach § 472 „eine Steinfrucht mit je einem Steine in jedem der zwei Fächer". Also

ist der zweifächrige je einsamige Stein mit 2 Steinen verwechselt; nach § 105 entsteht die Steinschale durch Erhärtung der inneren Fruchthaut, wie können nun durch Erhärtung einer Haut zwei getrennte Steinschalen entstehen?

Beere. Nach § 67 heisst der Fruchtknoten unterständig, wenn er „ganz mit dem Kelche verwachsen ist". Wie kann nun eine „nicht mit dem Kelche verwachsene" Frucht unterständig sein? Und selbst angenommen, man betrachte bei *Ribes* nur den oberhalb des Fruchtknotens befindlichen Becher als Kelch (was freilich auch gegen die Definition verstossen würde), so ist doch sicher, dass man den Beeren der *Rubiacinae* nicht andere Verwachsungsverhältnisse zuschreiben kann, als denen der Cucurbitaceën. Zum Ueberfluss wird in § 256 die vom Kürbis nur durch geringere Grösse und Samenzahl verschiedene Frucht von *Bryonia*, einer echten Cucurbitacee, der Definition zum Trotz Beerenfrucht genannt und weiter in § 426 hat *Bryonia* „beerenartige Früchte."

Was soll es heissen, wenn Früchte „hülsenförmig, balgkapselig, beerenartig, nussartig" genannt werden? Soll es dasselbe heissen, wie Hülse, Balgkapsel, Beere, Nuss? Dann wären die Früchte der Succulenten „Hülsen" u. s. f. Oder soll es heissen „gestaltet wie eine Hülse"? während in der Definition von Hülse gar nicht von der Gestalt gesprochen wird?

Apfel. In § 248 heisst die Frucht der Mispel Steinapfel, die des Apfelbaumes Kernapfel, in § 300 die Frucht von *Crataegus* „beerenförmig mit 2—5 in das Fleisch eingesenkten Steinen", die von *Mespilus* „Steinfrucht (!) an der Spitze mit verbreiterter Scheibe", von *Sorbus* „beerenartige Frucht".

Hagebutte. Wenn mit dem Worte „Schliessfrucht" überhaupt ein bestimmter Begriff verbunden ist, so kann damit nur nach obiger Tabelle die „unterständige" Achäne gemeint sein. Nach § 104 hat die Rose „Schalfrüchte", nach § 297 „Schliessfrüchte".

Feigenfrucht. Oben heisst es „Frucht einzeln", in § 604 „eine Nuss oder Schlauchfrucht, in einen fleischigen Blüthenboden eingesenkt", weiter unten „die Samen sitzen an der innern Wand des . . . Fruchtbodens", nach § 107 ist die Feigenfrucht „ein in sich geschlossener, bei der Reife fleischiger, auf seiner Innenwand viele kleine, sehr saftreiche Früchtchen (Schliessfrüchtchen) tragender Fruchtstand".

Beerenzapfen. Bei der Feige ist die „Frucht einzeln", beim Wachholder aber „gehäuft"? Uebrigens hat der Wachholder so gut wie die übrigen Nadelhölzer keine wirkliche Frucht, sondern nackte Samen.

Wir sind weit entfernt, dem verdienten Verfasser des mit bewundernswerthem Fleisse ausgearbeiteten Werkes die angeführten Widersprüche zur Last zu legen; es handelte sich nur darum, an einem allgemein bekannten Beispiele die allgemein übliche Vernachlässigung der Logik deutlich bloss zu legen und zu zeigen, dass der gegenwärtige Zustand nicht haltbar ist.

Der Zweck der Terminologie, nämlich die Beschreibungen abzukürzen, ist gänzlich aus den Augen verloren.

Die Grundursache der Verwirrung ist, dass die Wissenschaft sich nicht entschliessen konnte, mit dem Sprachgebrauche entschieden zu brechen, sondern sich bemühte, die volksüblichen Namen auf wissenschaftliche Weise zu begründen und zu erklären.

Nun bedeutet aber „Frucht" im Volksmunde nichts weiter, als einen Pflanzentheil von abgeschlossener Entwicklung, der sich essen oder wenigstens ähnlich verwenden lässt. Daher heissen Kartoffeln, Rüben, Kohlrabi u. s. w. auch Feld- oder Gartenfrüchte. Eine lange Frucht mit nutzbarem Samen nannte man Schote (Raps, Erbse), eine rundliche dagegen Kapsel (Mohn, Lein*), eine lange Frucht mit nutzbarer Schale hiess Hülse (doch werden Hülse und Schote oft principlos durch einander gebraucht), eine harte Frucht (oder auch Same) mit essbarem oder nutzbarem Samen hiess Nuss (Wallnuss, Haselnuss, Muskatnuss), die kleinen saftigen Früchte, die vorerst einer genaueren Unterscheidung nicht werth waren, hiessen Beeren (Vogelbeere, Zwieselbeere, Elsebeere, Faulbeere, Wachholderbeere). Die grossen nützlicheren hatten keine Collectivnamen (ausser dem Worte Obst für die Baumfrüchte; erst spät ist das Wort Steinobst entstanden), sondern sie erschienen wichtig genug, um jede Species, ja sogar Varietäten, mit besonderem Hauptwort zu bezeichnen z. B. Apfel und Birne, Pflaume und Schlehe, Kürbis und Gurke, Kastanie, Olive, Citrone u. s. w.

*) Schade, dass die Terminologen das in manchen Gegenden übliche Wort „Knoten" für die Leinfrucht nicht gekannt haben, sonst würde dasselbe auch als besondere Fruchtform gelten.

Man beachte, dass derselbe Sprachgebrauch, um desswillen man sich scheut, den Kürbis zu den Beeren zu zählen, es lächerlich findet, die Gurke Kürbis-, oder die Birne Apfelfrucht oder die (echte) Kastanie oder Eichel Nuss zu nennen.

Wie haben nun die neueren Terminologen, unter denen leider kein Linné war, die Aufgabe, die volksthümlichen Fruchtnamen zu definiren, gelöst?

Kapsel soll aus mehreren Fruchtblättern gebildet (am liebsten mehrfächrig) sein. Warum? Weil die aus einem Fruchtblatte gebildeten Kapseln nicht rundlich zu sein pflegen. Consequenter Weise müsste man bei den Beeren denselben Unterschied machen, aber für die aus mehreren Carpellen gebildete Beere von *Ribes* und *Convallaria* hat man dasselbe Wort, wie für die aus einem Carpell entstandene Frucht von *Rubus* und *Berberis*. Die langen Kapseln werden von den meisten Autoren Schoten genannt, mögen sie ein- oder mehrfächrig sein z. B. *Chelidonium, Corydalis, Vanilla, Catalpa*.

Hülse heisst zwar nicht nach der Definition, aber nach dem Sprachgebrauche der Botaniker nur die (in Bau und Entwicklung eigenthümliche) Frucht der Leguminosen. Das Wort ist völlig entbehrlich, zumal da die Definition gar nicht allgemein gelten kann, denn die Frucht ist weder bei allen Leguminosen mehrsamig, noch einfächrig, noch in beiden Nähten oder überhaupt aufspringend. Man denke an *Onobrychis, Astragalus, Cassia, Arachis, Trifolium, Coronilla, Hippocrepis.* Und will man bloss die regelmässig aufspringenden Leguminosen-Früchte Hülsen nennen, so hat das Wort weder Sinn noch Werth.

Schote und Schötchen nennt der Sprachgebrauch trotz der Definition eigentlich nur die Frucht der Cruciferen; was sich aber über diese allgemein gültig sagen lässt, gehört in die Beschreibung des Familiencharakters. Die übliche Definition passt nicht für eine ganze Reihe von Cruciferen *(Myagrum, Isatis, Crambe, Raphanus u. a.)*, da diese Früchte weder zweifächrig noch aufspringend genannt werden können. Man muss sogar die ursprüngliche Definition des Wortes ändern, um es, wie gewöhnlich geschieht, von der Frucht von *Corydalis, Chelidonium* und einigen andern Pflanzen mit langer einfächriger Kapsel brauchen zu können. Mit gleichem Rechte könnte man ein

Substantiv bilden für die fachspaltige Kapsel oder die mit centralem Samenträger u. s. w.

Schlauchfrucht *(Utriculus)* ist ein nur desshalb fabricirtes Wort, weil man die einsamige oder aus einem Carpell gebildete Frucht nicht Kapsel zu nennen beliebt.

Balgfrucht *(Folliculus)* bezeichnet auch nur eine besondere Form der Kapsel; der Name ist also unzulässig. Wenn man indess dafür das gleichbedeutende Wort „Balgkapsel" setzt, worin die Silbe „Balg" adjectivisch aufzufassen wäre, so kann das Wort geduldet werden, weil diese Form der Kapsel in mehreren Familien vorkommt und die Benennung dafür eine wirkliche Abkürzung bietet.

Hinsichtlich der Spaltfrüchte ist viel Unklarheit entstanden, weil man sich nicht an eine strenge Definition von Frucht gehalten hat. Wenn man unter Frucht das einzelne Pistill (Fruchtknoten) zur Zeit der Samenreife versteht, so ist kein Zweifel, dass man den Umbelliferen nicht zwei, den Labiaten und Borragineen nicht vier Früchte zuschreiben darf. Denn wenn auch bei letzteren öfters schon während der Blüthe die vier Theile des Fruchtknotens getrennt erscheinen, so sind sie doch nothwendig alle vier mindestens mittelst des leitenden Zellgewebes mit dem Griffel eng verbunden, bilden also offenbar nicht getrennte Fruchtknoten (noch weniger getrennte Pistille), also auch zusammen nur eine Frucht.

Beere und Kürbisfrucht. Der gemeine Mann ist nicht geneigt, Kürbis und Citrone Beere zu nennen, weil er, wie schon erwähnt, mit dem Worte Beere den Begriff „klein" verbindet. In dieser Auffassung befangen haben die Botaniker das Wort „Kürbis" zu einer besonderen Fruchtform gestempelt, ohne zu bedenken, dass der gemeine Sprachgebrauch die Gurke oder Melone eben so wenig Kürbis nennt, wie den Kürbis Beere. Der gekünstelte Begriff der Kürbisfrucht wird sofort wieder aufgehoben, wenn von der (kleinen) Frucht der *Bryonia* die Rede ist, die man überall Beere nennt. Ebenso würde auch der Erfinder des Worts *Hesperidium* (für die grossen Aurantiaceen-Früchte) keinen Anstand genommen haben, eine kleine Frucht derselben Familie Beere zu nennen. Um die Verwirrung noch grösser zu machen, nennt man die Aurantiaceen-Frucht mit einsamigen Fächern sogar *Pomum*.

Steinbeere (Steinfrucht) wird definirt als eine Frucht, deren innere Schichten härter sind, als die äusseren, und so die Steinschale bilden. Sofort wird die Mispel, der Definition von Apfelfrucht zum Spott, Steinfrucht genannt, ohne dass man nach der Entwicklungsgeschichte oder der Natur dieser Steine fragt. Man möchte sich wundern, dass Niemand die Weinbeere eine Steinfrucht genannt hat.

Bei den nicht aufspringenden trocknen Früchten vermisst man besonders den Linné'schen Grundsatz, Eigenthümlichkeiten der Tracht und Gestalt mit Adjectiven, nicht mit Substantiven zu bezeichnen. Weil die Frucht der Gramineen anders aussieht, als die der Compositen, glaubte man ihr einen andern Namen geben zu müssen, und endlich glückte es, in der Verwachsung des Samens mit der Fruchtschale ein Unterscheidungsmerkmal zu finden. Wohin sollte dieses Princip führen, wenn man es auf die Blumenkrone oder auf die Blätter anwenden wollte? Und mit grösserem Rechte, als für diese Früchte, würde man für die Blätter von *Conium*, *Tropaeolum*, *Tragopogon*, *Tamarix* u. s. w. besondere Substantive zu erfinden haben; man nennt aber mit richtigem (Linné'schen) Tacte auch die Nadeln der Coniferen „Blätter".

Die Verwachsung der Fruchtschale mit dem Samen, die als Merkmal der *caryopsis* angegeben wird, ist, auch wenn ihre Existenz sich nachweisen lässt, ein so unwichtiges Merkmal, dass sie nicht zu einem besonderen Namen berechtigen kann. Dazu kommt der praktische Grund, dass die Untersuchung dieser Verwachsung bei den kleinen Schliessfrüchten z. B. der Cyperaceen und Typhaceen mehr Schwierigkeit bietet, als zum Zwecke der Bestimmung zulässig ist.

So wie man sich scheute, Kürbis nnd Stachelbeere mit demselben Worte zu bezeichnen, so glaubte man auch Haselnuss und Getreidekorn oder Compositenfrucht verschieden benennen zu müssen, obgleich man sich sagen konnte, dass die grössere oder geringere Härte der Schale nicht zu einer logischen Unterscheidung geeignet ist. Eben so wenig darf man ober- und unterständige Früchte mit verschiedenen Namen bezeichnen; hat man doch für die ober- und unterständige Beere (z. B. *Atropa* und *Ribes)* oder Steinbeere *(Olea* und *Cornus)* denselben Namen. Ob die Frucht grösser oder kleiner ist, kann eben so

wenig zu besonderen Namen berechtigen: sollte es denn gerade bei der Frucht auf die Grösse ankommen, während es doch allgemein als Narrheit gelten würde, wenn Jemand wegen der auffallend verschiedenen Grösse für die Kronen von *Cucurbita* und *Bryonia* verschiedene Namen einführen wollte?

Die einzige Gruppe, für die man mit einigem Rechte einen besonderen Namen gelten lassen könnte, bilden die aus mehrfächrigem Fruchtknoten entstehenden einsamigen Schliessfrüchte, aber auch hier ist die besondere Bezeichnung entbehrlich. In Anbetracht, dass dann derselbe Name, wie für *Corylus* und *Tilia*, auch für *Ulmus* und *Fraxinus* angewandt werden müsste, verschwindet der erstrebte Vortheil.

Flügelfrucht ist völlig unpassend: die flügelartigen Erweiterungen der Fruchtschale sind gänzlich Nebensache. Warum nicht auch eine „Schnabelfrucht" einführen für *Sinapis*, *Geranium* etc.? Consequenter Weise müsste man der geflügelten Spaltfrucht des Ahorn, der an der Spitze geflügelten Schliessfrucht von *Fraxinus*, der ringsum geflügelten Schliessfrucht von *Ulmus* auch die geflügelten Kapseln von *Begonia* und *Thlaspi* anreihen!

Die Früchte in trockene und saftige einzutheilen führt auf Inconsequenzen, da sich zwischen beiden keine genügend scharfe Grenze ziehen lässt; man pflegt z. B. die Mandel zu den saftigen, die Rosskastanie zu den trocknen Früchten zu rechnen. Julius Sachs*) geht noch weiter und bildet eine besondere Gruppe aus den aufspringenden saftigen Früchten (Rosskastanie, Wallnuss**), Eselsgurke), aber abgesehen von dem Mangel der natürlichen Verwandtschaft zwischen diesen Fruchtformen, so gibt es viele Kapseln mit weicher, mehr oder minder saftiger Schale (z. B. *Paeonia*, *Evonymus*), die alle Zwischenstufen vertreten zwischen der saftigen und der trocknen Frucht.

Die logischen Schwächen der Frucht-Terminologie sind schon vor einem Vierteljahrhundert von Schleiden aufgedeckt worden; dennoch haben weder seine schlagenden Gründe, noch sein Fruchtsystem, welches die Grundzüge des weiter unten aufgestellten bildet, allgemeine Würdigung gefunden.

---

*) In seinem empfehlenswerthen Lehrbuche der Botanik.

**) Vergleiche die Schlussworte dieser Abhandlung.

Wir glauben dargethan zu haben, dass durch die gerügten Missbräuche die Schule eben so sehr oder noch mehr geschädigt wird, als die botanische Wissenschaft, und dass auch in Rücksicht auf die Schule eine Abhülfe dringend nöthig ist.

Wir schlagen daher folgende, dem Pädagogen schon durch ihre Einfachheit sich empfehlende, Frucht-Terminologie vor.

Frucht ist das einzelne Pistill zur Zeit der Samenreife. Wollte man Frucht als die ganze Blüthe zur Zeit der Samenreife definiren (was an sich statthaft wäre), so müsste man bei den Labiaten den Kelch, bei den Chenopodiaceen das Perigon, bei Trifolium die Krone, bei den Gräsern die Spelzen, nicht aber bei der Eichel den Becher mit zur Frucht rechnen. Will man aber Frucht definiren als „den reifen Samen mit den ihn umgebenden Hüllen," so geräth man auf Wiedersprüche: muss man doch das ganze Distelköpfchen, die Deckblätter des Maiskolbens, die Blattscheide des Aronstabs, die Deckblätter von *Nigella damascena*, die Stengelblätter von *Colchicum* u. s. w. zur Frucht rechnen.

Wenn eine Blüthe mehrere Pistille hat, so liefert sie auch mehrere Früchte, die wir mehrfache Frucht nennen wollen z. B. Rosaceen, Crassulaceen, Ranunculaceen, Alismaceen.

Im Gegensatze zu den eingeschlossenen Samen versteht man unter Fruchtschale das, was aus der Wand des Fruchtknotens entsteht.

Die Entwicklung des Pistills zur Frucht ist in der Regel auch dem Schüler leicht zur Anschauung zu bringen, da sich häufig auf derselhen Pflanze Blüthen und reife Früchte zugleich finden.

Auf die Benennung der Fruchtformen darf kein Merkmal Einfluss üben, das schon am Fruchtknoten sichtbar ist (und schon erwähnt wurde). Es ist daher fehlerhaft, für ober- und unterständige Früchte verschiedene Namen zu bilden, da sich von selbst versteht, dass aus einem unterständigen Fruchtknoten eine unterständige Frucht werden muss. Eben so wenig kann es auf die Anzahl der Fächer ankommen, da der einfächrige Fruchtknoten eine einfächrige Frucht erwarten lässt; in den wenigen Fällen, wo die Fächerzahl in der Frucht eine andere ist, als im Fruchtknoten (es können nämlich entweder neue

(unechte) Scheidewände entstehen oder echte verschwinden), muss diess in der speciellen Beschreibung besonders erwähnt werden.

Die in Frage kommenden Umänderungen des Fruchtknotens bestehen theils in der gleich- oder ungleichmässigen Entwicklung der Schichten der Fruchtschale, theils in der regelmässigen Zertheilung der Fruchtschale bei der Reife d. h. im Aufspringen.

Wir theilen daher die Früchte ein in

A. Aufspringende Früchte.

1. **Kapsel.** Die Frucht springt auf und lässt die Samen frei ausfallen; z. B. Frucht der meisten Leguminosen und Cruciferen, vieler Ranunculaceen, der Spiräaceen, Violarien, Crassulaceen, Liliaceen, Scrophularineen, Primulaceen etc.

Sie springt auf umschnitten (*Anagallis, Amarantus*), mit Zähnen (Sileneen), Löchern (*Papaver, Campanula, Lobelia),* mit einer oder mehren Spalten, (je nach der Zahl der Samenträger oder Fruchtblätter), und zwar längs der Samenträger (der Ränder der Fruchtblätter) d. h. wandspaltig (Ranunculaceen, Leguminosen*), Cruciferen), oder in der Mitte zwischen je zwei Samenträgern d. h. fachspaltig (*Viola, Cistus*) oder unter Losreissung der Klappen von den Scheidewänden d. h. wandbrüchig (*Cobaea*).

Ob die Kapsel ober- oder unterständig ist, ein- oder mehrfächrig, mit centralem (*Lychnis*), achsenständigem (Solaneen) oder wandständigem (Leguminosen) Samenträger, kann schon beim Fruchtknoten wähnt werden.

2. **Spaltfrucht.** Die Frucht zerfällt in Stücke, welche je einen (selten zwei) Samen enthalten und in der Regel geschlossen bleiben, seltner abermals aufspringen und dann nach Art der Kapseln den Samen ausfallen lassen.

a) längstheilige Spaltfrucht: Die Spaltung erfolgt in der Richtung der Blüthenachse z. B. zweitheilig (Umbelliferen, Stellaten, Ahorn), dreitheilig (*Tropaeolum, Euphorbia*), viertheilig (Labiaten, Borragineen), fünftheilig (Geraniaceen), vieltheilig (*Malva, Althaea*).

b) quertheilige Spaltfrucht: Die Spaltung erfolgt senkrecht auf die Richtung der Blüthenachse z. B. einige Papilionaceen und *Raphanus*-Arten. Die Scheidewände sind nothwendiger Weise stets unecht.

---

*) Die Leguminosenfrucht kann als gleichzeitig wandspaltig und fachspaltig gelten.

Die Theile, in welche die Spaltfrucht zerfällt, nennen wir Theilfrüchte; der Name Früchtchen würde auch zulässig sein, wenn man nur consequent der Verwechslung mit kleinen Früchten vorbeugen wollte.

B. Nicht-aufspringende Früchte.

3. **Steinbeere.** Die Schichten der Fruchtschale sind verschiedenartig ausgebildet, die äusseren weicher, saftiger, die inneren härter, trockener.

Sie ist einfächrig bei Amygdaleen, *Juglans*, *Cocos*, zweifächrig bei *Cornus*, *Coffea*, *Olea* (bei letzterer auch durch Fehlschlagen einfächrig).

4. **Beere.** Alle Schichten der Fruchtschale fleischig-saftig oder die äusseren härter; z. B. *Vitis*, *Vaccinium*, *Ribes*, Caprifoliaceen, Viburneen, Aurantiaceen, Cucurbitaceen.

5. **Schliessfrucht.** Alle Schichten der Fruchtschale sind trocken und ungefähr gleichartig, häutig, lederig oder hart.

Die Schliessfrüchte sind fast immer einsamig (zweisamig bei *Almus*), meist ursprünglich einfächrig und einsamig (Gramineen, Cyperaceen, Compositen, Dipsaceen, Polygoneen, Chenopodiaceen), seltner durch Fehlschlagen von Samenknospen und Verdrängung leerer Fächer (Cupuliferen, *Tilia*, *Fraxinus*).

Mehrfache Schliessfrüchte finden sich bei Rosaceen, Ranunculaceen, Alismaceen.

Ausser diesen fünf Namen verdienen nur noch die nackten Samen (Coniferen) und die Scheinfrüchte, Nachahmungen der wirklichen Frucht durch andere Blüthentheile (auch Deckblätter), besondere Erwähnung. Bei jeder Scheinfrucht muss angegeben werden, aus welchen Blüthentheilen sie entstanden ist; diess gehört aber nur in die Beschreibung der Familie oder Gattung, nicht in die Terminologie. So bildet eine Scheinfrucht z. B. bei *Taxus* der Samenmantel, bei *Fragaria* ein Theil des Blüthenbodens (der Fruchtknotenträger), bei *Rosa* der Blüthenboden (Kelch), bei *Beta*, *Spinacia*, *Hippophaë* das Perigon, bei *Avena* und *Hordeum distichon* u. a. die Spelzen (Perigon), bei den Pomaceen der allerdings schon in der Blüthe mit den Fruchtknoten verwachsene Blüthenboden (Kelch).

Fruchtstände (Samenstände) entsprechen den Blüthenständen. Dieselben können auch Scheinfrüchte bilden in Folge

abnormer Entwicklung einzelner Theile, wie z. B. des Blüthenstengels bei *Ficus*, der Deckblätter bei *Juniperus*, der mit den Deckblättern verschmolzenen Perigone von *Morus*, *Ananassa*, *Artocarpus*, gewissermassen auch die Deckblätter der Cupuliferen*), Betulineen und Abietineen. Alles dies gehört aber in die Beschreibung der betreffenden Familie oder Gattung.

Es wird zwar niemals gelingen, durch logische Eintheilung die reiche Mannigfaltigkeit der Natur vollständig zu erfassen (ebenso wenig wie in den Sprachen eine Regel unbedingte Gültigkeit hat). Das schadet aber keineswegs: die wenigen Fruchtformen, die nicht ins System passen, beschreibt man besonders. So heisst es z. B. bei *Reseda:* Frucht kapselartig, nicht aufspringend, sondern von Anfang an an der Spitze offen, zuletzt die Samen ausstreuend.

Mit „kapselartig, beerenartig“ kann man nämlich Früchte bezeichnen, die ungefähr aussehen wie Kapseln oder Beeren auszusehen pflegen.

Die Schale der Kapseln ist zwar gewöhnlich trocken und hart, indessen entsprechen der Definition auch Früchte mit weicher, mehr oder weniger saftiger Schale, wie z. B. die Früchte von *Evonymus* und *Aesculus*. Die Frucht von *Momordica*, die nach Art der Beeren mit Brei erfüllt ist, aber die Samen mit dem Breie ausspritzt, wird man am besten weder Kapsel noch Beere nennen, sondern in der Familien- oder Gattungs-Charakteristik besonders beschreiben.

Die W a l l n u s s kann trotz der zerreissenden äusseren Schale nicht als aufspringend gelten, weil sie bloss die äussere Schicht der Fruchtschale abwirft, im Uebrigen aber geschlossen bleibt. —

*) z. B. Scheinkapsel bei *Fagus* und *Castanea*.

Proben aus einer neuen, auf der Grassmann'schen Ausdehnungslehre*) fussenden Bearbeitung der Elementar-Mathematik.

Vom Gymnasiallehrer V. Schlegel in Waren (Mecklenburg).

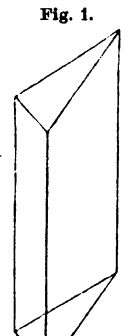
1.

Ableitung der Sätze des Pappus und Pythagoras.

Einleitende Sätze: 1. Wenn eine Strecke parallel mit sich selbst so fortrückt, dass einer ihrer Endpunkte ein geschlossenes Polygon beschreibt, so ist die algebraische Summe der von ihr beschriebenen Parallelogramme gleich Null. (Denn wenn p die Strecke ist, $a, b, c, \ldots m$ die Seiten des Polygons, so ist $a + b + c + \ldots + m = 0$, also erhält man durch combinatorische Multiplication mit p die Gleichung $ap + bp + cp + \ldots + mp = 0$ als Ausdruck des Satzes.)

2. Wenn ein Polygon so fortrückt, dass seine Ecken gleich lange und parallele Strecken beschreiben, so ist die algebraische Summe der von seinen Seiten beschriebenen Parallelogramme gleich Null. (Ist nur ein andrer Ausdruck von 1.) (Fig. 1.)

Fig. 1.



Es seien nun die Parallelogramme, die von den Seiten eines Dreiecks bei vier successiven Bewegungen beschrieben werden, mit $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{A}_3\mathfrak{B}_3\mathfrak{C}_3$, $\mathfrak{A}_4\mathfrak{B}_4\mathfrak{C}_4$ bezeichnet, so hat man allgemein, wenn das Dreieck durch die vierte Bewegung in seine ursprüngliche Lage zurückkehrt:

$$\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{A}_3 + \mathfrak{A}_4 = 0. \quad \mathfrak{A}_1 + \mathfrak{B}_1 + \mathfrak{C}_1 = 0.$$
$$\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_3 + \mathfrak{B}_4 = 0. \quad \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{C}_2 = 0.$$
$$\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2 + \mathfrak{C}_3 + \mathfrak{C}_4 = 0. \quad \mathfrak{A}_3 + \mathfrak{B}_3 + \mathfrak{C}_3 = 0.$$
$$\mathfrak{A}_4 + \mathfrak{B}_4 + \mathfrak{C}_4 = 0.$$

*) Siehe H. Grassmann, lineale Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathem. 1844, Geometr. Analyse geknüpft an die von Leibnitz erfundene geometr. Charakteristik, 1847 und Ausdehnungslehre 1862. Vergl. Hankel, Vorlesungen über die complexen Zahlen Lpz. 1867. S. 16.
Annm. d. Red.

a) Setzt man nun $\mathfrak{C}_2 = 0$, $\mathfrak{B}_3 = 0$ (Fig. 2), so erhält man:

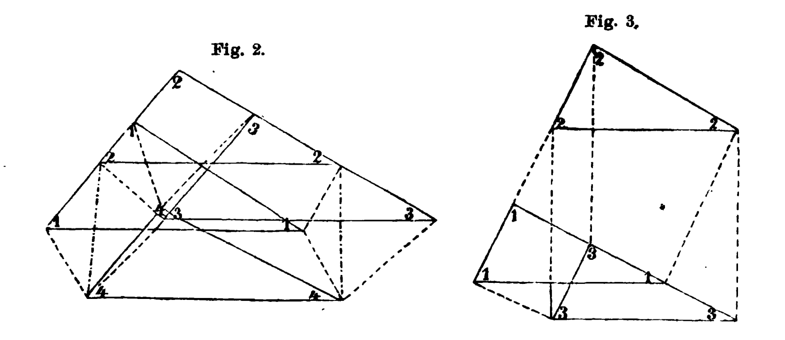
$$\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{B}_1 + \mathfrak{C}_1 = 0.$$

$$\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_4 = 0. \qquad \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{B}_2 = 0.$$

folglich:
$$(\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2) + (\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2) = -\,\mathfrak{C}_1$$

oder, da $(\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2) = -\,\mathfrak{B}_4$ ist:
$$(\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2) = (\mathfrak{B}_4 - \mathfrak{C}_1)$$

Sucht man in der Figur das Parallelogramm $(\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2)$ $\left(\begin{smallmatrix}2 & 2\\ 4 & 4\end{smallmatrix}\right)$, sowie $\mathfrak{B}_4$ $(4\,{}^{3}_{4}\,3)$ und $\mathfrak{C}_1$ $(1\,{}^{1}_{4}\,4)$, so findet sich, dass die letzte Formel den Satz des Pappus ausdrückt.


Fig. 2. Fig. 3.

b) Nimmt man nur drei Bewegungen an, sodass
$$\mathfrak{A}_4 = \mathfrak{B}_4 = \mathfrak{C}_4 = 0,$$

und setzt:
$$\mathfrak{A}_2 = 0,\ \mathfrak{B}_1 = 0 \text{ (Fig. 3)},$$

so folgt:
$$\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{C}_1 = 0.$$

$$\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2 + \mathfrak{C}_3 = 0 \qquad \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{C}_2 = 0.$$

folglich:
$$(\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{B}_2) + (\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2) = 0;$$

oder, da $(\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2) = -\,\mathfrak{C}_3$ ist:
$$(\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{B}_2) = \mathfrak{C}_3.$$

Sind insbesondere die 3 Bewegungen den Seiten des Dreiecks an Länge gleich, so gehen die Parallelogramme in Rhomben über, und, wenn das Dreieck rechtwinklig ist, in Quadrate. In diesem Falle stellt dann die letzte Formel den Satz des Pythagoras dar.

2.

Ableitung einiger Sätze von den Transversalen im Dreieck.

Ein Punkt X sei durch 3 feste Punkte A, B, C so bestimmt, dass $X = mA + nB + pC$; $(m + n + p = 1)$.
Bezeichnen wir durch

X_1 den Durchschnittspunkt von XA und BC
X_2 - - - XB - CA
X_3 - - - XC - AB.

Dann liegen auf je einer Geraden die Punkte:

XAX_1; XBX_2; XCX_3;
BCX_1; CAX_2; ABX_3.

Diese Beziehungen mögen dargestellt sein durch die Formeln:

$$X = \lambda_1 A + \mu_1 X_1;\ (\lambda_1 + \mu_1 = 1);\ X_1 = \frac{\varrho_1}{\mu_1} B + \frac{\sigma_1}{\mu_1} C;\ (\varrho_1 + \sigma_1 = \mu_1)$$
$$X = \lambda_2 B + \mu_2 X_2;\ (\lambda_2 + \mu_2 = 1);\ X_2 = \frac{\varrho_2}{\mu_2} C + \frac{\sigma_2}{\mu_2} A;\ (\varrho_2 + \sigma_2 = \mu_2)$$
$$X = \lambda_3 C + \mu_3 X_3;\ (\lambda_3 + \mu_3 = 1);\ X_3 = \frac{\varrho_3}{\mu_3} A + \frac{\sigma_3}{\mu_3} B;\ (\varrho_3 + \sigma_3 = \mu_3).$$

Hieraus folgt sogleich:

$$X = \lambda_1 A + \varrho_1 B + \sigma_1 C;\quad (\lambda_1 + \varrho_1 + \sigma_1 = 1);$$
$$X = \lambda_2 B + \varrho_2 C + \sigma_2 A;\quad (\lambda_2 + \varrho_2 + \sigma_2 = 1);$$
$$X = \lambda_3 C + \varrho_3 A + \sigma_3 B;\quad (\lambda_3 + \varrho_3 + \sigma_3 = 1).$$

Da aber derselbe Punkt X aus den drei gegebenen Punkten nur auf eine Weise bestimmbar ist, nämlich durch die Formel

$$X = mA + nB + pC;$$

so muss sein:

$$\lambda_1 = \sigma_2 = \varrho_3 = m;$$
$$\lambda_2 = \sigma_3 = \varrho_1 = n;$$
$$\lambda_3 = \sigma_1 = \varrho_2 = p.$$

Die obigen Gleichungen gehen hiernach über in:

$$X = mA + (n + p)\, X_1;$$
$$X = nB + (p + m)\, X_2;$$
$$X = pC + (m + n)\, X_3;$$
$$X_1 = \frac{n}{n + p} B + \frac{p}{n + p} C;$$
$$X_2 = \frac{p}{p + m} C + \frac{m}{p + m} A;$$
$$X_3 = \frac{m}{m + n} A + \frac{n}{m + n} B.$$

Specielle Fälle: a) Sind von den drei Zahlen mnp zwei, z. B. n und p einander gleich, so heisst die durch A und X_1 bestimmte Gerade (resp. die Strecke $A - X_1$) Transversale. Eine Transversale im Dreieck der Punkte ABC halbirt also eine Seite. Denn es ist nun:

$$X_1 = \frac{1}{2}(B + C),$$

also durch combinatorische Multiplication mit B (oder C):

$$X_1 B = \frac{1}{2}\, CB.$$

Die Formeln für X_2 und X_3 lauten aber jetzt:

$$X_2 = \frac{n}{m+n}\, C + \frac{m}{m+n}\, A;$$

$$X_3 = \frac{n}{m+n}\, B + \frac{m}{m+n}\, A;$$

d. h.: Die Strecke $(C - A)$ wird durch X_2 in demselben Verhältnisse getheilt, wie $(B - A)$ durch X_3, oder: Zwei durch einen beliebigen Punkt einer Transversale (AX_1) und die zwei Eckpunkte BC gezogene Geraden theilen die Seiten $(A - B)$ und $(A - C)$ in gleichem Verhältniss.

Die letzten beiden Formeln für X lauten:

$$X = nB + (m + n)\, X_2; \qquad X = nC + (m + n)\, X_3;$$

d. h.: Die Strecken $(B - X_2)$ und $(C - X_3)$ werden durch X ebenfalls in gleichem Verhältniss getheilt.

b) Ist $p = m = n$, so zeigen die Formeln für $X_1\, X_2\, X_3$, dass die drei Geraden (AX_1), (BX_2), (CX_3) sämmtlich Transversalen sind; d. h.: die drei Transversalen eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkte; oder: die Verbindungslinie des Durchschnittspunktes zweier Transversalen mit der dritten Ecke halbirt die dritte Seite.

Die Formeln für X zeigen, dass die drei Transversalen durch X im Verhältniss von $1:2$ getheilt werden. — Auch ist X der Mittelpunkt für die 3 Punkte ABC.

Aus den Formeln für $X_1\, X_2\, X_3$ folgt durch combinatorische Multiplication:

$$BX_1 = \frac{p}{n+p}\, BC; \qquad CX_1 = \frac{n}{n+p}\, CB;$$

$$CX_2 = \frac{m}{p+m}\, CA; \qquad AX_2 = \frac{p}{p+m}\, AC;$$

$$AX_3 = \frac{n}{m+n}\, AB; \qquad BX_3 = \frac{m}{m+n}\, BA;$$

oder:

$$BX_1 : CX_1 = -(p : n);$$
$$CX_2 : AX_2 = -(m : p);$$
$$AX_3 : BX_3 = -(n : m);$$

und durch Multiplication dieser drei Formeln:

$$(BX_1)\cdot(CX_2)\cdot(AX_3) = -(CX_1)\cdot(AX_2)\cdot(BX_3);$$

oder: $(BX_1)\cdot(CX_2)\cdot(AX_3) = (X_1C)\cdot(X_2A)\cdot(X_3B);$

d. h.: Verbindet man einen Punkt der Ebene mit den drei Ecken eines Dreiecks, so ist auf den Seiten des Dreiecks das Product der drei ungeraden Abschnitte gleich demjenigen der drei geraden.

3.

Lösung der biquadratischen Gleichung (für den Schulgebrauch).

Gegeben sei die reducirte Gleichung:

$$c_1 + c_2\, y + c_3\, y^2 + y^4 = 0.$$

Wir setzen

$$c_3 = \mu - \nu$$

und bestimmen μ und ν so, dass die Gleichung die Form einer Gleichung 2. Grades annimmt. Dann folgt:

$$y^4 + \mu\, y^2 = \nu\, y^2 - c_2\, y - c_1,$$

oder: $\left(y^2 + \frac{\mu}{2}\right)^2 = \nu\, y^2 - c_2\, y - c_1 + \frac{\mu^2}{4}$

Die rechte Seite der Gleichung muss, um der zweiten Potenz einer Summe zu gleichen, die Form haben:

$$\alpha^2 y^2 - 2\,\alpha\beta y + \beta^2.$$

Daraus folgen die Bedingungen:

$$\nu = \alpha^2; \quad c_2 = 2\,\alpha\beta; \quad \frac{\mu^2}{4} - c_1 = \beta^2,$$

oder, da $\nu = \mu - c_3$ ist:

$$\alpha = \pm\sqrt{\mu - c_3}; \quad \beta = \pm\frac{c_2}{2\sqrt{\mu - c_3}}; \quad \beta^2 = \frac{c_2^2}{4\,(\mu - c_3)} = \frac{\mu^2 - 4c_1}{4}.$$

Hieraus folgt weiter: $c_2{}^2 = (\mu - c_3)\,(\mu^2 - 4c_1),$

oder: $\mu^3 - c_3\mu^2 - 4c_1\mu + (4c_1c_3 - c_2{}^2) = 0.$

Ist aus dieser Gleichung eine der 3 Wurzeln μ_1, μ_2, μ_3 bestimmt, so erhält man weiter:

$$y^2 + \frac{\mu}{2} = \pm (\alpha y - \beta)$$

oder:

$$\begin{cases} y^2 - \sqrt{\mu - c_3} \cdot y + \left(\frac{\mu}{2} + \sqrt{\frac{\mu^2}{4} - c_1}\right) = 0. \\ y^2 + \sqrt{\mu - c_3} \cdot y + \left(\frac{\mu}{2} - \sqrt{\frac{\mu^2}{4} - c_1}\right) = 0. \end{cases}$$

Hiermit ist die Reduction auf den zweiten Grad vollendet.

Anwendung: Ein gleichschenkliges Dreieck soll berechnet werden, wenn die Basis a und die Summe der beiden Höhen s gegeben ist.

Ist φ der Basiswinkel, so hat man:

$$h_1 = \frac{a}{2}\, tg\, \varphi; \quad h_2 = a \cdot sin\, \varphi;$$

also

$$s = a\left(\tfrac{1}{2}\, tg\, \varphi + sin\, \varphi\right),$$

oder, wenn wir $\frac{a}{s} = m$ setzen:

$$\frac{1}{m} = \tfrac{1}{2}\, tg\, \varphi + sin\, \varphi.$$

Setzen wir $tg\left(\frac{\varphi}{2}\right) = x$, so ist

$$tg\, \varphi = \frac{2x}{1 - x^2}; \quad sin\, \varphi = \frac{2x}{1 + x^2};$$

die Gleichung lautet also:

$$\frac{1}{m} = \frac{x}{1-x^2} + \frac{2x}{1+x^2};$$

oder:

$$x^4 - mx^3 + 3mx - 1 = 0.$$

Setzt man $x = y + \frac{m}{4}$, so folgt:

$$y^4 - \frac{3m^2}{8} y^2 + \left(3m - \frac{m^3}{8}\right) y - \left[\frac{3m^4}{256} - \frac{3m^2}{4} + 1\right] = 0.$$

Wendet man nun die oben gegebene Methode an, und setzt noch

$$\mu = z + \frac{c_3}{3},$$

so heisst die cubische Gleichung in z:

$$z^3 - (3m^2 - 4)\, z - 8m^2 = 0.$$

Ueber eine Ungenauigkeit bei der Erklärung der Präcession.

Von Dr. Bermann, Conrector am Gymnasium zu Liegnitz.

Es ist auffallend, dass in unserer mit scharfer Kritik sonst doch aufs Beste versorgten Zeit selbst in solchen Werken, welche die grösste Anerkennung und allgemeinste Verbreitung erlangt haben, bei der Angabe der von der Wissenschaft schon lange in aller Vollkommenheit ermittelten Ursachen des Vorrückens der Nachtgleichen sich eine Ungenauigkeit vorfindet, die meines Wissens trotz ihrer Handgreiflichkeit bis jetzt noch keine ausdrückliche Berichtigung erfahren hat, vielmehr auch in viele der zum Schulgebrauch bestimmten Lehrbücher (der mathematischen Geographie oder der Physik) übergegangen ist. Letzteres kann allerdings weniger befremden; denn wenn selbst in der zehnten Auflage eines so gediegenen Lehrbuchs der Physik, wie es das von Eisenlohr anerkanntermassen ist, wenn in der kosmischen Physik von Prof. J. Müller zu lesen steht, dass die Präcession durch die Sonne (allein) und (nur) die Nutation durch den Mond bewirkt werde, so darf man sich nicht wundern, dass nach dem Vorgange solcher Autoritäten weniger berühmte Autoren unserm nächsten Nachbar im Weltraume, dem wir doch so vielfach zu Dank verpflichtet sind, die schuldige Anerkennung versagen, dass er auch bei der Präcession ganz ebenso wie bei der Ebbe und Fluth die Hauptrolle spiele, dass seiner bescheidenen Dimensionen ungeachtet seine Mitwirkung auch hier in demselben Verhältniss wie dort die grössere sei, über doppelt so gross als die der zwar mächtigen, dafür aber auch in weiter Entfernung von uns thronenden Beherrscherin unseres Planetensystems. Die Astronomen sind allerdings gerechter; sie sprechen von einer Lunisolarpräcession*) und räumen somit dem Monde die ihm zu-

*) Die sog. allgemeine oder die „beobachtete“ Präcession setzt sich bekanntlich zusammen aus der durch Mond und Sonne bewirkten Lunisolarpräcession und demjenigen (allerdings sehr geringen und gegenwärtig negativen) Theil, der von der Einwirkung der Planeten auf die Ekliptik herrührt.

kommende Stelle vor der Sonne ein; aber auch hier ist mir*) kein populäres oder selbst höher gehaltenes, doch für weitere Kreise bestimmtes Lehrbuch zu Gesicht gekommen, in welchem dieses Factum mit klaren Worten ausgesprochen wäre. Nur davon, so fand ich es, war in diesen astronomischen Werken die Rede, dass die Praecession von der gemeinsamen Wirkung beider Weltkörper herrühre; im Uebrigen wurde, wie es bei der grösseren Einfachheit dieser Wirkung auch natürlich war, die der Sonne vorzugsweise betont, so dass bei dem Leser die irrige Ansicht, dass diese Wirkung die überwiegende sei, leicht hervorgerufen werden konnte. Dem gegenüber verdient hervorgehoben zu werden, dass schon Newton den Sachverhalt deutlich angegeben hat. Er sagt *(Principia etc. Prop. 39, Probl. 20): Vis autem lunae ad mare movendum erat ad vim solis ut 4,4815 ad 1 circiter. Et vis lunae ad aequinoctia promovenda est ad vim solis in eadem proportione.* Allerdings ist das von ihm angegebene Verhältniss zu gross, was seinen Grund in der zu seiner Zeit noch mangelhaften Kenntniss der Massen und Abstände der betreffenden Himmelskörper hat.

Im Folgenden will ich eine von der angegebenen Unterlassungssünde freie Darstellung und zwar, der Tendenz dieser Zeitschrift entsprechend, in der Weise zu geben versuchen, welche ich als die für den Schul-Unterricht angemessenste erachte. Es kommt mir demnach nicht in den Sinn, auf die mathematische Theorie der Präcession resp. Nutation eingehen zu wollen. Dem Mathematiker wird es ja bekannt sein, wo diese zu finden ist, und er weiss es auch, dass die bezüglichen Untersuchungen, die wir den Koryphäen der Wissenschaft, einem Laplace, Bessel u. a. verdanken, zu den schwierigsten im Gebiete der kosmischen Mechanik gehören. Selbstredend ist hier nur von einer ganz elementaren Darstellung die Rede. — Ich setze voraus, dass im physikalischen (oder auch mathematischen) Unterricht der obersten Classe, wenigstens einer Realschule**) die mathematische Geo-

---

*) mit Ausnahme der Astronomie von F. W. Herschel (übers. v. Nikolai S. 390). D. Verf.

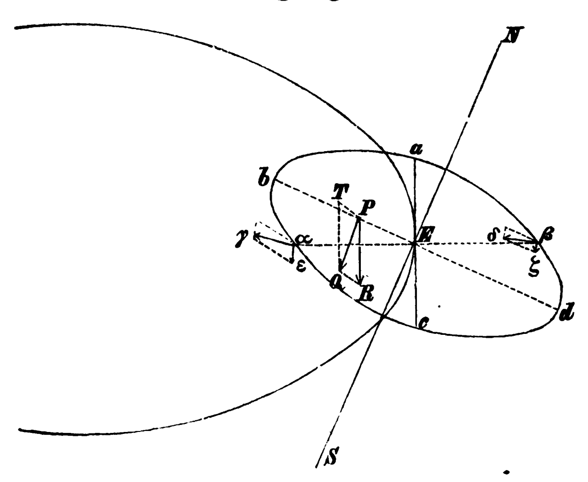
**) Für das preuss. Gymnasium wird leider die hier nur schwer ganz zu entbehrende sphärische Trigonometrie als zu hoch liegend erachtet*). D. Verf

*) Für das sächsische auch und in Folge dessen auch die astronomische Geographie Vergl. Hft. 1. S. 48 u. Hft. 2. S. 142 u. 148. D. Red.

graphie nicht fehle, dass ihr in dem zweijährigen Cursus dieser Classe bei zwei Stunden wöchentlich doch mindestens ein volles Quartal gewidmet werde. Demgemäss nehme ich auch an, dass unser Thema nicht bloss nebenbei behandelt, etwa als Beispiel zugezogen werde, wenn im mechanischen Theile der Physik von der rotirenden Bewegung und ihren Gesetzen die Rede ist. Sollte es überhaupt, da ja an populären Astronomieen, zur Privatlectüre geeignet, kein Mangel ist, nicht zweckmässig sein, vom Unterricht in der mathematischen Geographie bei der Kürze der für ihn zu Gebote stehenden Zeit alles nicht unmittelbar oder mittelbar auf unsern Wohnplaneten Bezügliche auszuscheiden (z. B. das die physische Beschaffenheit anderer Weltkörper Betreffende), dafür aber gelegentlich auch etwas schwierigere Stoffe eingehender zu erörtern, natürlich nur solche, die zur Uebung des Abstractionsvermögens und zur Anregung des selbständigen Denkens besonders geeignet sind? Und gerade unser vorliegendes Thema möchte ich als ein derartiges bezeichnen. Im Hintergrunde scheint mir bei diesem Verfahren auch noch ein anderer mehr pädagogischer als didaktischer Vortheil zu stehen, den ich, obgleich er keineswegs für die Auswahl des Lehrstoffs wesentlich massgebend sein kann, doch nicht ganz unerwähnt lassen möchte. Dem Lehrer der exacten Unterrichtsfächer tritt ja im Allgemeinen gewiss noch öfter als seinem philologischen Berufsgenossen die Wahrnehmung entgegen, dass begabtere Schüler (der oberen Classen) ihr erlangtes elementares Wissen überschätzen. Durch das tadelnde oder beschämende Wort diesen Wissensdünkel curiren zu wollen, muss uns aus gewichtigen pädagogischen Gründen in den meisten Fällen unthunlich erscheinen. Bei der Betrachtung eines solchen Thema's ist uns aber nicht bloss die Gelegenheit geboten, sondern wird uns geradezu zur Pflicht, es zum Bewusstsein des Schülers zu bringen, wie bescheiden und unzulänglich das Wissen sei, mit welchem die Schule ihn ausrüsten könne, es ihn erkennen zu lassen, wie Grosses der menschliche Geist bereits seit Jahrhunderten in dem Gebiete der Wissenschaft geleistet habe, zu dessen Eingang dieser Unterricht ihn hinführen, zu dem derselbe ihm nur den Eintritt ermöglichen wolle. Bescheidenheit ist ja eine der werthvollsten Gaben, die wir dem sei es zur Hochschule, sei es zu einem praktischen Beruf abgehenden Jüngling mit auf den Weg geben können.

Doch zur Sache! — Betrachten wir eine um eine Axe rotirende Scheibe, deren Mittelpunkt wir als fest annehmen. Es lässt sich zeigen — am besten eignet sich dazu der von Poggendorf verbesserte Bohnenbergersche Apparat —, dass wenn eine einwirkende Kraft die Rotationsaxe derselben ihrer (der Kraft) Richtung parallel zu stellen strebt (wenn z. B. bei alleiniger Einwirkung der Schwere — des Gewichts der Scheibe oder eines Uebergewichts — die Axe der senkrechten Stellung genähert wird), eine Drehung dieser Axe in einer Kegelfläche in einem der Rotation entgegengesetzten Sinne erfolgt. Dass zugleich bei hinlänglich rascher Rotation die in Folge des Strebens der Scheibe, in ihrer ursprünglichen Drehungsrichtung zu verharren, auftretenden Kräftepaare, welche ja eben die angegebene Fortbewegung der Axe bewirken, eine Aenderung der Neigung unserer Scheibe oder ihrer Axe gegen die Richtung der einwirkenden äusseren Kraft verhindern, alles dieses findet sich in den meisten grösseren Lehrbüchern der Physik (u. a. bei Eisenlohr, Aufl. 10 auf S. 85) elementar erläutert. — Substituiren wir nun für den Ueberschuss der sphäroidischen Erde über die mit dem Polar-Halbmesser beschriebene ihr concentrische Kugel den unter bekanntem Winkel gegen die Ekliptik geneigten Aequatorialring von entsprechender Masse, so wirken auf jeden Punkt derselben die Anziehungen der Sonne, die wir als unter sich parallel ansehen können, und die des Mondes, bei denen uns wenigstens mit grosser Annäherung ein Gleiches gestattet sein wird. Denken wir uns den Ring in der Stellung, wo seine Knotenlinie ac eine Tangente der Erdbahn ist, etwa in der des Wintersolstitiums (s. Figur a. f. Seite), so wird — um zunächst nur von der Wirkung der Sonne zu reden — Halbkreis abc als der der Sonne nähere von dieser stärker als adc angezogen, ein beliebiger Punkt α desselben mithin stärker als sein Gegenpunkt β. Zerlegen wir die beiden diesen Punkten entsprechenden Attractionen $\alpha\gamma$ und $\beta\delta$ nach der Ringebene und senkrecht gegen dieselbe, so kommen die ersteren Componenten für uns nicht weiter in Betracht, während letztere ($\alpha\varepsilon$, $\beta\zeta$) den um E beweglichen Durchmesser nach entgegengesetzten Richtungen drehen, so dass er in der Richtung der stärkeren Kraft $\alpha\varepsilon$ vom Kraft-Ueberschuss $\alpha\varepsilon - \beta\zeta$ nach der Ekliptik hin bewegt wird. Die Resultirende PQ sämmtlicher an den Punkten des Halbkreises abc angreifenden

Kraft-Ueberschüsse geht durch einen zwischen dem Schwerpunkt des Halbkreises*) und dem Punkte *b* liegenden Punkt *P*. Zerlegen wir sie so, dass die eine Seitenkraft *PT* wieder in die Ringebene fällt, während die andere *PR* senkrecht gegen die Ekliptik gerichtet ist, so können wir uns den Sachverhalt so vorstellen, als ob die um *ac* bewegliche Ringebene durch die Kraft *PR* zur Ekliptik senkrecht hinabgezogen würde oder als ob eine



äussere Kraft vorhanden wäre, welche die Axe des Rings parallel zu ihrer (der Kraft) Richtung zu stellen strebte. Unter dem Einflusse einer solchen Kraft muss aber, wie oben gezeigt wurde, da der Ring mit einer im Vergleich zu derselben sehr bedeutenden Geschwindigkeit rotirt, die Erdaxe ohne Aenderung ihrer Neigung gegen die Ekliptik sich rückläufig (d. h. in dem der Rotation entgegengesetzten Sinne) in der Fläche eines Rotationskegels fortbewegen, dessen Axe dem Pol der Ekliptik zugewendet sein wird. — Denken wir uns sodann die Erde in ihrer Aequinoctialstellung, bei welcher die verlängerte Knotenlinie *ac* durch den Mittelpunkt der Sonne geht, so kann für diesen Moment, wo die Attractionsrichtungen der Sonne in die Ebene des Aequatorialrings fallen und der Durchmesser, welcher die der Sonne zugewendete und die von ihr abgewendete Ring-

*) Der Abstand des Schwerpunktes vom Mittelpunkte der Erde würde $\frac{4r}{3\pi}$, nahe $^3/_7$ des Erdradius betragen.

hälfte scheidet, auf der Knotenlinie senkrecht steht, von einer drehenden Einwirkung der Sonne keine Rede sein. In jeder mittleren Stellung der Erde wird die Drehkraft der Sonne um so kleiner sein, je weiter sich die Erde von den Solstitialpunkten entfernt, indem eine auf dem (nach dem Erdcentrum gezogenen) Leitstrahl der Erdbahn in seinem Endpunkt senkrechte Ebene den Ring in zwei Halbkreise theilt, von denen der eine, als der Sonne näher, stärker als der andere angezogen wird, die aber um so weniger mit den durch die Knotenlinie bestimmten Halbkreisen übereinstimmen, je grösser die Entfernung der Erde von den Solstitialpunkten ist. Ueberdiess wächst auch der Winkel, den die Attractionen mit ihren auf der Ringebene senkrechten Seitenkräften bilden, von $66\frac{1}{2}^0$ in den Solstitien bis zu 90^0 in den Aequinoctien. Um die bezüglichen Verhältnisse für die andere Jahreshälfte zu verfolgen, hat man in unserer Figur nur die Benennungen der beiden Pole (der Rotationsaxe des Rings) zu vertauschen, wodurch sich in der Sache selbst nichts ändert.

Obgleich sich hiernach also die Drehkraft der Sonne von ihrem Maximum in den Solstitien bis zum momentanen völligen Verschwinden in den Aequinoctien continuirlich ändert, so wird die Gesammtwirkung doch die angegebene bleiben: es wird sich die Erdaxe rückläufig drehen, es werden die Knoten des Aequators in der Ekliptik zurückgehen. (Nahe liegt hier die Vergleichung mit der Pendelbewegung, bei welcher die einwirkende Kraft sich ja auch fortwährend ändert und für einen Moment $= 0$ ist; doch kann dieselbe nur mit grosser Vorsicht angewendet werden, indem alle weiteren Analogien fehlen.)

Der Mond wirkt in gleicher Weise wie die Sonne, aber stärker. Setzen wir die Masse des Monds $= 1$, so ist die der Sonne $M = 25879500$; setzen wir ferner den mittleren Abstand ☾♁ $= 1$, so ist ∂ (☉♁) $= 379{,}3$ im Mittel. Mithin allerdings*) wegen $\frac{M}{\partial^2} = 180$ die Attraction der Sonne 180 mal so gross als die des Mondes; gehen wir aber zu den Drehkräften oder den oben besprochenen Attractions*differenzen*, so stellt sich die Sache ganz anders. Denken wir uns z. B. — ohne Berück-

*) Nur um den Zusammenhang der Darstellung nicht zu sehr zu stören, habe ich Obiges besonders angegeben. Im *Wesentlichen* sind es ja dieselben Betrachtungen wie bei der Erklärung von Ebbe und Fluth.

sichtigung der Schiefe der Mondbahn — den Augenblick, wo die Drehkräfte beider Himmelskörper im Maximum sind, also Solstitialstellung der Erde und zugleich den Mond (in der Ekliptik) in einer der Syzygien. Denken wir uns ferner die Attractionen für jede (zugewandte und abgewandte) Hälfte des Aequatorialrings zu je einer Mittelkraft vereinigt und die nahezu in die Schwerpunkte der Halbkreise fallenden Angriffspunkte der beiden Mittelkräfte auf die Ekliptik projicirt, so haben wir (ε Schiefe der Ekliptik, e Abstand einer solchen Angriffspunkts-Projection vom Erdcentrum, f Anziehung der Einheit der Masse in der Einheit der Entfernung und μ Masse des rotirenden Ringes)

1) für die Drehkraft der Sonne

$$K\odot = \frac{\frac{1}{2} f M \mu \sin\varepsilon}{(\partial - e)^2} - \frac{\frac{1}{2} f M \mu \sin\varepsilon}{(\partial + e)^2} = \frac{\frac{1}{2} f M \mu \sin\varepsilon}{\partial^2}\left[1 + \frac{2e}{\partial}\cdots - \left(1 - \frac{2e}{\partial}\cdots\right)\right]$$
$$= \frac{2 f M \mu \sin\varepsilon}{\partial^3},$$

2) für die des Monds

$$K☾ = \frac{\frac{1}{2} f \mu \sin\varepsilon}{(1-e)^2} - \frac{\frac{1}{2} f \mu \sin\varepsilon}{(1+e)^2}$$
$$= \tfrac{1}{2} f \mu \sin\varepsilon \left[1 + 2e + 3e^2 + \cdots - (1 - 2e + 3e^2 \cdots)\right] = 2 f e \sin\varepsilon,$$

wenn wir, da $\frac{e}{\partial}$ annäherungsweise $= \frac{3}{7}\cdot\frac{1}{60}\cdot\frac{1}{400} = \frac{1}{56000}$, $e = \frac{3}{7}\cdot\frac{1}{60} = \frac{1}{140}$ ist, nur die 1. Potenz von $\frac{e}{\partial}$ und die beiden ersten Potenzen von e berücksichtigen.

Demnach ist $\frac{K☾}{K\odot} = \frac{\partial^3}{M} = \frac{379{,}3^3}{25879500} = 2{,}1$ im Mittel (Grenzwerthe dieses Verhältnisses $= 1{,}36$ und $3{,}19$), ganz wie für Ebbe und Fluth. In demselben Verhältniss wird sich demnach die Lunisolarpräcession, deren jährlicher Betrag (gegenwärtig) $50''{,}3$ ist, auf die Einwirkungen beider Weltkörper vertheilen. Die Sonne allein würde nur eine Präcession von $16''{,}2$ jährlich hervorrufen.

Dass die Präcession so sehr langsam vor sich geht, rührt von der relativen Schwäche der Drehkräfte, sowie davon her, dass der Aequinoctialring noch die im Verhältniss zu seiner eignen Masse so bedeutende der ganzen Erde mitzubewegen hat.

Hinsichtlich der Nutation würde ich, da das Bezügliche in den meisten astronomischen und andern Lehrbüchern (namentlich auch in Gehlers physikalischem Wörterbuch unter „Vorrücken der Nachtgleichen") längst in vollkommen befriedigender Weise

ausgeführt ist, nur auf diese Werke verweisen können; doch möge mir noch gestattet sein anzugeben, was ich aus dem hierüber Mitgetheilten für den Unterricht auswählen möchte. Es wird meines Erachtens die Angabe genügen, dass diese Schwankung der Erdaxe, in Folge deren ein Punkt derselben um seine mittlere, nur der mehrfach beschriebenen Axen-Fortbewegung folgende Lage als Brennpunkt in 18,6 Jahren eine Ellipse beschreibt, deren grosse Axe 18″,44, die kleine aber 13″,72 beträgt, — welche Bewegung sich in der scheinbaren der Fixsterne gleichsam abspiegelt, — davon herrühre, dass die im Mittel unter 5° 8′ 47″ (zwischen den Grenzen 5° 0′ 1″ und 5° 19′ 35″) gegen die Ekliptik geneigte und überdies stark (Excentricität = $^1/_{18}$) elliptische Mondbahn in beständiger seitlicher Drehung begriffen ist, ganz ähnlich wie der Aequatorialring, so dass ihre Knotenlinie in rückläufiger Richtung binnen 18,6 Jahren einen vollen Umlauf zurücklegt. (Zweckmässig dürfte hier eine kurze Erläuterung sein, wie die störende Kraft der Sonne diese Bewegung hervorruft, um so mehr als sie der Präcession doch in vielfacher Hinsicht entspricht.) Mit der Länge der Knoten ändert sich in dieser Periode die Neigung der Mondbahn gegen den Aequator von $\varepsilon - \iota$ bis $\varepsilon + \iota$ (ι Schiefe der Mondbahn) — und es wird eine gute Uebung für Schüler sein, zu ermitteln, für welche Lagen der Mondbahn der Maximal- und der Minimalwerth dieser Neigung stattfindet. Die Richtungen (und Grössen) der vom Monde ausgehenden Attractionen sind demnach in steter Aenderung begriffen — und d a h e r jenes Schwanken der Erdaxe, durch welches Aus- und Einbiegungen der Kegelfläche hervorgerufen werden, die von derselben Axe bei ihrer rückläufigen Drehung beschrieben wird, in Folge dessen ferner auch die Aequatorialebene innerhalb der 18,6 Jahre um 9″ zu beiden Seiten ihrer mittleren Neigung gegen die Ekliptik oscillirt. Die Wirkung des Mondes kann demnach als aus zwei Theilen, einem constanten und einem periodisch veränderlichen, bestehend angesehen werden. Der erstere ist es, welcher in Gemeinschaft mit der Einwirkung der Sonne die jährlich 50″,3 betragende Lunisolarpräcession bewirkt, während durch den letzteren die Nutation hervorgerufen wird. — Die genaueren Formeln für Präcession und Nutation gehören nicht in die Schule.

Die Kugelgestalt der Erde.

Vom Gymnasial-Oberlehrer Fahle in Neustadt.

Oft genug habe ich das überschriebene Thema vor Schülern sowohl der niedern als der obern Klassen entwickeln müssen und dabei Gelegenheit genommen, in den betreffenden Lehrbüchern nachzuschlagen, um durch Verbindung der Lehrweise anderer Collegen mit meiner eigenen den nicht leichten Stoff fasslicher und zugänglicher zu machen. Was ich gefunden, konnte mich, wie ich es weiter unten beweisen werde, durchaus nicht befriedigen; allein erst bei Gelegenheit einer Revision unserer Anstalt durch einen höhern Vorgesetzten kam das Unzulängliche der bisherigen Leistungen klarer ans Licht, da Widerspruch ja stets zur genauern Untersuchung auffordert. So habe ich denn nachgeschlagen: die kleinen Leitfaden von Seidlitz, Voigt, Nieberding und Daniel, die etwas grösseren Compendien von Bender, Daniel und Guthe, die ausführlichen Lehrbücher von Klöden und Schneider, die Compendien der mathematischen Geographie von Boymann und Hoffmann und endlich das grössere Werk über populäre Astronomie „Die Wunder des Himmels von Littrow". Es ist nicht uninteressant, den verschiedenen Darstellungen eine nähere Beleuchtung zuzuwenden.

Seidlitz und Bender führen die Kugelgestalt der Erde als eine Thatsache an, und lassen jede weitere Erörterung fallen; ersterer sagt in der Ausgabe von 1865: „die Erde ist ein fast kugelförmiger Weltkörper, welcher sich um sich selbst und die Sonne bewegt und von derselben Licht und Wärme erhält, ein Planet."; letzterer in seinem Lehrbuche der Geographie (Soest bei Nosse 1853): „Alle Himmelskörper und somit auch die Erde haben eine kugelförmige Gestalt und bewegen sich in kreisähnlichen Bahnen." Ein solches Verfahren ist jedenfalls besser als jenes, welches geradezu falsche Vorstellungen gibt, indess wird doch selten selbst eine untere Klasse existiren, in der

nicht von Seiten mehrerer Schüler die Frage aufgeworfen wird „woher weiss man das“ um so eher, als gerade hier zum ersten Male der falsche Schein so überwältigend hervortritt wie niemals wieder. Man wird also wohl der Gründe nicht entrathen können. Ohne Zweifel haben desshalb Nieberding, Voigt und Daniel in ihren Leitfaden der Thatsache die landesübliche Begründung hinzugefügt. Voigt sagt: „Man erkennt dieses (die Kugelgestalt) daraus, dass 1) Reisen um die Erde gemacht sind, und dass man stets nach einer Hauptrichtung fahrend wieder auf denselben Punkt zurückgekommen ist, von dem man ausgefahren war; 2) dass von Gegenständen in der Ferne gesehen nur immer die höchsten Spitzen sichtbar sind, wenn auch nichts die Aussicht hindert, und dass dieselben immer mehr sich uns zeigen, je mehr wir uns ihnen nähern.“ [Voigt, Leitfaden für den geogr. Unterricht nach den neuern Ansichten, Berlin 1868].

Wenn Nro. 2 den Schülern gehörig erläutert werden soll, so muss offenbar nur die Meeresfläche im Auge behalten werden; Nro. 1 soll heissen, es sind von der Richtung von Westen nach Osten oder umgekehrt Reisen um die Erde gemacht worden, und man ist immer die eingenommene Richtung verfolgend dennoch an dem Ausgangspunkt der Reise wieder angelangt; das beweist zum mindesten, dass die Erde im Osten und Westen ein im Raume abgegrenzter Körper ist. — Nieberding [Leitfaden bei dem Unterrichte in der Erdkunde an Gymnasien, Paderborn 1870] lehrt § 2: „Die Gestalt der Erde ist kugelförmig, am Nord- und Südpole ein wenig abgeplattet. Die runde und kugelförmige Gestalt der Erde lässt sich erkennen a) daraus, dass man auf dem Meere und bei freier Aussicht auch auf dem Lande von entfernten hohen Gegenständen zuerst die Spitzen, und je näher man kommt, immer mehr erblickt; b) daraus, dass, wenn wir weiter nach Süden oder Norden vorgehen, uns immer andere Sterne am Himmel sichtbar werden, oder die bisher gesehenen in anderer Stellung erscheinen; so steigt, je weiter man gen Norden vorgeht, desto höher der Polarstern empor; c) daraus, dass der Schatten der Erde bei einer Mondfinsterniss kugelförmig erscheint; d) endlich ist die Erde fast nach allen Richtungen umschifft worden, zuerst von Ferd. Magelhaens 1519.“ Man sieht, der Verfasser hat dem alten „*terra est rotunda et globosa*“ noch eine Erinnerung geweiht, im Uebrigen die Bemerkung

unter a) fasslicher und klarer hingestellt als Voigt; *alinea* d) ist zum Theil ganz unrichtig und b) und c) in der gewählten Form, namentlich bei Schülern der untern Klassen, unbrauchbar. — Auch Daniel [Leitfaden für den Unterricht in der Geographie 27. Aufl., Halle 1864] kann nicht befriedigen. Es heisst bei ihm: Die Erde ist eine Kugel aus folgenden Gründen: 1) „Wenn man sich hohen Gegenständen aus der Ferne nähert, so erscheinen ihre obern Theile zuerst, ihre untern zuletzt; umgekehrt, wenn man weggeht, verschwinden die untern zuerst und die obern zuletzt. 2) Bei Mondfinsternissen wirft die Erde immer einen kreisförmigen Schatten auf den Mond (oder richtiger, das Stück eines Kreises). Einen immer kreisförmigen Schatten wirft nur eine Kugel. 3) Wenn man in einer und derselben Richtung fortreist (zu Wasser und zu Lande), so kommt man auf den Ausgangspunkt zurück. 4) Die Sonne und die übrigen Sterne gehen nicht überall zu gleicher Zeit auf, also ist die Erde von Osten nach Westen gekrümmt; bei einer Reise von Norden nach Süden kommen einem andere Gestirne zum Vorschein, folglich ist sie auch in der Richtung von Norden nach Süden gekrümmt. 5) An den übrigen Himmelskörpern insgesammt hat man eine Kugelgestalt wahrgenommen.

So sprechen sich die Leitfaden und Compendien für die untern und mittlern Klassen über die Kugelgestalt der Erde aus: im allgemeinen sind die Ausdrücke wie „rund", „gekrümmt" zu vage und unbestimmt, im besondern aber die sogenannten Beweise nicht zwingend, weil sie sich allzu sehr von der für die betr. Altersstufen nothwendigen Anschaulichkeit entfernen und auch nur Nebensächliches berühren. Ausführlichere Lehrbücher wie die von Guthe, Klöden, Schneider und Daniel geben meistentheils dieselben Gründe, wenn auch mit einiger Kritik. Diese ist jedoch vollständig ungenügend. Hören wir zuerst Schneider (Glogau, Flemming 1857]. Der Verfasser gibt gleich zu Anfang folgende Definitionen: „Die Erdoberfläche erscheint überall von jedem Standpunkte, besonders wo keine Erhebungen die Aus- und Umsicht mehr oder minder behindern, also auf weiten Ebenen, auf dem weiten Spiegel des Meeres, als eine vom Horizonte begrenzte kreisrunde Scheibe, kreisrund ist überall der Erdoberflächentheil, den wir von jedem beliebigen Standpunkte aus überschauen, in dessen Mitte wir uns überall

an jedem Standpunkte zu befinden meinen, der sich mit jedem Schritte, den wir thun, verändert. Betrachten wir aber die verschieden gestalteten Körper von allen Seiten, so bietet nur die Kugel von jeder beliebigen Seite betrachtet einen kreisrunden Oberflächentheil zur Anschauung dar; wir können darum aus dem an allen Punkten der Erde kreisrunden Horizont oder Gesichtskreis, aus dem Umstande, dass überall, wo keine Hindernisse entgegentreten, die Erde als eine kreisförmige Scheibe erscheint, schliessen, dass die Erde eine Kugel ist. Die Erde ist eine Kugel wegen des überall kreisrunden Horizontes, wegen des von jedem Standpunkte aus zu erschauenden kreisrunden Erdoberflächentheils.“ Und weiter in § 3: „Steig einen hohen Gegenstand, einen Thurm, einen Berg hinan, mit der steigenden Höhe nimmt der Raum zu, den du überschauen kannst, wird der Gesichtskreis, wird die Aussichtsweite, das ist die Entfernung des Horizontes von deinem Standpunkte, grösser und grösser und zwar, treten keine Hindernisse entgegen, nach allen Seiten gleichmässig grösser..... Die Erde ist eine Kugel wegen der überall bei vermehrter Erhebung des Standortes nach allen Seiten hin gleichmässig zunehmenden Aussichtsweite.“ Die übrigen 7 Deduktionen des Verfassers bringen uns kaum etwas Neues, was nicht in den vorher schon angeführten Punkten enthalten; wir haben aber schon an diesen beiden ersten über und über genug. Der kreisrunde Horizont hat gar mit der Kugelgestalt der Erde nichts zu thun, wir sehen überall nach allen Seiten gleichviel, und die Orte im Raume, die gleiche Entfernung von einem festen Punkte haben, bilden bekanntlich eine Kugel. Wäre die Erdoberfläche eine vollkommene Ebene, so würde demnach der Horizont kreisrund sein. Die Himmelskugel erscheint uns nach oben hin weniger hoch zu sein, also abgeflacht, weil wir nach oben des hellern Lichtes halber nicht so weit sehen, und diese umgekehrte Probe wird vollends den Unsinn klären, der mit dem kreisrunden Horizonte getrieben ist. Der Verfasser ist nämlich nicht der einzige, der das angezogene Moment verwerthet, früher war es in allen Lehrbüchern zu finden, und wurde auch gläubig ohne weiteres Besinnen hingenommen. Keine Frage, Schneider muss sein erstes Argument ganz fallen lassen und das zweite corrigiren. Wie, werden wir weiter unten sehen.

Guthe (Lehrbuch der Geographie für die mittlern und obern Klassen höherer Bildungsanstalten, Hannover 1868) spricht sich also aus: „Die gewöhnlich für die Kugelgestalt der Erde angeführten Beweise sind folgende: 1) Der Horizont, d. h. die Begrenzungslinie des auf einmal sichtbaren Theiles der Erdoberfläche, erscheint überall da, wo nicht Unebenheiten der Erdoberfläche ihm eine unregelmässige Gestalt geben, kreisrund, was nur geschehen kann, wenn die Erde eine Kugel ist. Denn wengleich sich noch viele andere Gestalten denken lassen, bei denen für gewisse Stellen der Horizont ein Kreis ist, so leistet doch nur die Kugel dies für alle Punkte. Freilich aber wird es auf dem Festlande wohl nur wenige Oertlichkeiten geben, an denen sich solche Beobachtungen anstellen liessen, und auf dem Meere bietet die Ausführung desselben die grössten Schwierigkeiten dar. (Es ist kaum glaublich, wie ein so tüchtiger Mann wie Guthe solche Worte schreiben kann!) 2) Wenn man sich hohen Gegenständen aus der Ferne nähert, so erblickt man zuerst nur die Spitze derselben, und bei fortschreitender Annäherung treten allmählich auch die untern Theile hervor. Damit wird allerdings bewiesen, dass die Erde eine gekrümmte Oberfläche hat, aber es bedarf doch genauerer Beobachtung dieses scheinbaren Aufsteigens ferner Gegenstände, um daraus zu erweisen, dass die Erde eine Kugel ist. 3) Die Gestalt des Erdschattens ist stets kreisförmig. Auch dieser Grund ist nicht vollständig überzeugend, denn z. B. ein Cylinder kann unter Umständen einen kreisrunden Schatten werfen; doch erscheint es von vorn herein wenig wahrscheinlich, dass die Erde sich stets so gegen den Mond stellen sollte, dass ihr Schatten sich nur als Kreis zeigte. 4) An vielen Himmelskörpern hat man durch genaue Beobachtungen nachweisen können, dass sie Kugelgestalt haben; sie wird dadurch für die Erde wenigstens sehr wahrscheinlich. 5) Man hat die Erde öfter mit Schiffen umfahren, oder auch theilweise zu Lande, theilweise zu Schiffe umreist. Daraus folgt freilich nur, dass ihre Oberfläche eine in sich zurücklaufende krumme Fläche ist.“ In einer historischen Anmerkung heisst es dann noch: „Die Lehre, dass die Erde eine Kugel sei, ist wohl zuerst von den Pythagoräern ausgesprochen und von Aristoteles und den Alexandrinern wissenschaftlich ausgebildet. Später suchten christliche Schriftsteller z. B. Kosmas Indopleustes (6. Jahrh.) die Erde

wieder als eine Scheibe darzustellen und noch im 8. Jahrhundert wurde Erzbischof Vigilius von Salzburg abgesetzt, weil er glaubte, es gebe Gegenfüssler. Indess haben die Araber, als Erben griechisch-römischer Bildung, den Satz von der Kugelgestalt der Erde stets festgehalten und ihn später den Europäern wieder überliefert." In dem mitgetheilten Auszuge ist jedenfalls die kritisch-deducirende Lehrweise merkwürdig, merkwürdiger jedoch, dass die Kritik selbst so wenig produktiv geworden. Man sieht, der Verfasser ist mit den Ausführungen selbst unzufrieden, bescheidet sich indess, auch nur das geringste Bessere an die Stelle zu setzen. Nicht viel besser sieht es mit den Deductionen über unsern Gegenstand in dem grössern Werke von Daniel und in dem von Klöden aus. Beide führen namentlich an die Erscheinung des kreisförmigen Horizontes und die Erweiterung desselben mit Erhöhung des Standpunktes des Beobachters, so wie was bis jetzt noch nicht vorgekommen, den frühern flüssigen Zustand des Erdkörpers. Es ist daher an der Zeit sich in den Leitfaden der sogenannten mathematischen Geographie umzusehen. Hier muss man, da dieselben in diesem Punkte doch wissenschaftliche Darstellung in Anspruch nehmen, gewiss vollkommenen Aufschluss finden. Bei Boymann (Astronomie und math. Geographie, Anhang zur Physik) heisst es: „Für die Kugelgestalt der Erde sprechen eine Menge von Erscheinungen. 1) Wenn wir uns auf dem Meridiane fortbewegen, so erheben sich die Sterne vor uns immer mehr über unserm Horizonte, während die Sterne hinter uns tiefer zum Horizonte hinabsinken. 2) Wenn wir nach Osten fortschreiten, so gehen uns die Sterne früher auf und unter, dagegen später, wenn wir nach Westen fortschreiten. 3) Bei jeder Ortsveränderung nach einer beliebigen Richtung beschreibt unser Zenith am Himmel einen Kreisbogen, dessen Länge der auf der Erde zurück gelegten Wegestrecke proportional ist, der Art, dass 15 geog. Meilen immer 1^0 entsprechen [ein wunderbarer Cirkel; jedenfalls wird man fragen, woher weiss man denn diese Thatsache, doch nicht aus 1. und 2.]. 4) Bei der Annäherung erblicken wir auf dem Lande die Gipfel der Berge, die Spitzen der Thürme früher als ihren Fuss; auf dem Meere die Masten der Schiffe früher als ihren Rumpf. Alle diese Erscheinungen lassen sich nur durch Annahme der Kugelgestalt der Erde erklären. [Die Erde ist aber keine Kugel, sondern

ein Sphäroid.] Dazu kommt die Kreisform des Horizontes, indem derselbe bei Zunahme der Standhöhe sich überall kreisförmig erweitert. 6) Die Erdumschiffung (zuerst von Magellan 1519—1522), indem man von einem Orte abfahrend und immer in derselben Richtung (Ost-West) fortsegelnd, denselben Ort wieder erreichte. 7) Die Mondfinsternissse, indem die Erde einen runden Schatten auf den Mond wirft. 8) Die Kugelgestalt der übrigen Himmelskörper, bezüglich welcher die Erde wohl keine Ausnahme macht."

Hoffmann (Mathematische Geographie. Paderborn Schoeningh, 1870) hat ungefähr dieselbe Darstellung; es mag daher genug sein, seine beiden ersten Punkte hier aufzuführen. Der genannte Verfasser sagt: „Die wichtigsten Gründe, die für die Kugelgestalt der Erde sprechen, sind folgende: 1) Der Horizont erscheint bei ungehinderter Aussicht an allen Punkten der Erdoberfläche kreisförmig begrenzt. 2) Der natürliche [?] Horizont erweitert sich, wenn wir uns von der Erdoberfläche erheben; alle Punkte des natürlichen Horizonts erscheinen gleichmässig erniedrigt, während der neu erscheinende Horizont immer die kreisförmige Gestalt behält. Wenn die Erdoberfläche eine Ebene wäre, so müsste bei jeder Erhebung von derselben der Horizont derselbe bleiben, und er müsste sich nur durch die Anwendung optischer Mittel allein erweitern lassen." Die übrigen 6 Punkte haben für uns keine weitere Bedeutung. Man sieht sofort, dass Nro. 1 bei Nro. 2 geradezu überflüssig oder aber irreleitend ist.

Wir greifen endlich zu Littrow [Wunder des Himmels 1866] nnd finden daselbst aus der scheinbaren Drehung der Sonne und der andern Fixsterne um die Erde innerhalb 24 Stunden den Schluss gezogen, dass die Erde kein endlos ausgedehnter Körper sei, sowie dass sie nicht auf einem festen Fundament gewissermasen ruhen könne, weil sonst dieses Fundament selbst wieder ein anderes Fundament und so fort haben müsse. Dann heisst es wörtlich wie folgt: „Der Theil der Erde, den wir vom Gipfel hoher Berge übersehen können, erscheint uns in der Gestalt eines Kreises, über dessen Mittelpunkt wir selbst zu stehen glauben. Immer sehen wir die äussersten Gegenstände der Erde, die unsern Gesichtskreis begrenzen, in gleicher Entfernung von unsern Augen und alle gleich tief unter uns. Die schärfsten Messungen mit dazu geeigneten Instrumenten bestätigen diese Erscheinung vollkommen, und auf der hohen See tritt sie, selbst

auf den ersten Blick, als eine nicht weiter zu bezweifelnde Thatsache hervor. Die Schiffer nehmen bei allen ihren Beobachtungen auf diese Erscheinung Rücksicht, die bei ihnen unter der Benennung der Depression des Horizontes bekannt ist." Dann folgen Raisonnements über Grösse der Erde, über Folgen aus der Kugelgestalt und sodann zum Schlusse Beweise für die Kugelgestalt aus der Ansicht ferner Gegenstände, aus Reisen in der Richtung des Meridianes und um die Welt, aus Mondfinsternissen und aus der Gestalt anderer Gestirme. Auch die Littrow'sche Darstellung ist nicht klar genug und ohne die plane Verständlichkeit, die ein so populäres und nach der Breite hin angelegtes Werk haben sollte. In den meisten grössern Werken und so weit uns aus dem eigenen Schulunterrichte erinnerlich in allen ältern Compendien spukt also der kreisrunde Horizont herum, ohne dass klar ausgesprochen wäre, worauf es denn eigentlich ankommt. Littrow hat das richtige Wort „Depression des Horizontes" aber nicht allein, sondern ebenfalls noch mit unrichtigen Vorstellungen vermischt. Auf dem Festlande sind natürlich keine Beobachtungen anzustellen, auf dem Meere tritt die Erscheinung nicht, wie Littrow sagt, auf den ersten Blick hervor, sondern eine Sinnestäuschung anderer Art erschwert dieselbe. Jede Ebene erscheint dem Beobachter in der Ferne in die Höhe gezogen, gleich wie die Baumreihen in einer Allee schon bei kurzer Entfernung sich zu berühren scheinen. Das Meer geht in die Höhe, und auf dem Meere muss also der Beobachter gewissermassen in dem Scheitel des wenn auch sehr niedrigen Kegels sich befinden, dessen Basis nach oben oder höher als der Standpunkt des Beobachters liegt. Der Schein des unbewaffneten Auges ist für das bewaffnete Auge nicht vorhanden. Genaue Messungen constatiren auf allen Punkten des Meeres, dass der Horizont herabgerückt ist d. h. die Punkte des Horizontes liegen tiefer als der Standpunkt des Beobachters, liegen alle in derselben Ebene und in einem Kreise; sie, die Horizontalpunkte, entstehen also gewissermassen geometrisch, wenn ich eine Kugel mit einer Ebene durchschneide. Kürzer ausgedrückt: die Kugelgestalt der Erde ist für das bewaffnete und gehörig ausgerüstete Auge des Menschen sichtbar, da dasselbe auf allen Punkten des Meeres eine Kugelmütze überschaut, die von einem Kreise begrenzt ist. Daraus folgt denn ebenmässig, dass diese

Kugelmütze nicht durch optische Instrumente, also durch Fernrohre, wohl aber durch Erhöhung des Standpunktes vergrössert werden könne, oder aber in nachlässiger Form, dass der kreisrunde Horizont mit Erhöhung des Standpunktes sich gleichmässig erweitere.

Alle andern in den Lehrbüchern beigebrachten Beweisgründe sind diesem wirklich erschaubaren gegenüber kaum von einiger Bedeutung; sie beweisen höchstens in ihrer Gesammtheit, dass die Erde keine Ebene sei, und dass sie für sich allein im Raume befindlich. Es ist daher auch dem kürzesten Leitfaden nicht gestattet, den von der Depression des Horizontes abgeleiteten Beweis auszulassen. Da aber die Gestalt der Erde für viele Untersuchungen und Thatsachen unmittelbare Voraussetzung ist, so ziemt es sich, in jedem Lehrbuche eine sachgemässe Darstellung zu geben, um so mehr, als hier zum ersten Mal die Ueberwindung des falschen Scheines der überkommenen Vorstellungen des „Oben und Unten," wie schon eingangs bemerkt, nicht ganz leicht ist und geradezu vollbracht werden muss. Vielleicht wird die nachfolgende Darstellung billigen Wünschen entsprechen.

Ueber die Kugelgestalt der Erde ist geschichtlich anzumerken, dass dieselbe früh genug für die Schwierigkeit des Gegenstandes festgehalten wurde, freilich nicht aus durchschlagenden Gründen. Was von Anaximander erzählt wird, der der Erde eine Kugelgestalt zugeschrieben haben soll, und von Diogenes Laertius, der ihr die Gestalt eines Cylinders oder eines Pfeilers gegeben, ist wenig sicher und klar: Näheres und Besseres wissen wir von Aristoteles und Plinius. Der erstere beruft sich auf das an allen Orten abwärts gerichtete Streben aller Dinge und auf das Zeugniss der Sinne bei Mondfinsternissen und beim Aufsteigen der Gestirne über dem Horizonte; der letztere spricht ebenfalls von der nach dem Mittelpunkte der Erde gerichteten Schwerrichtung, von den Unebenheiten auf der Erde, die keinen Einfluss auf ihre Gestalt auszuüben vermöchten, von der Kugelgetalt des Wassertropfens und von den Erscheinungen bei Annäherung von Schiffen. Es ist klar, dass diesen Meinungen des Alterthums auch noch die philosophische Ansicht zur Seite trat, nach welcher die vollkommenste Gestalt, die Kugelgestalt, auch dem vollkommensten Körper, der Erde nämlich, zugesprochen werden müsse. Die Alexandrinischen Gelehrten haben so die

Kugelgestalt der Erde aus diesen Gründen ungezweifelt angenommen, wobei noch hinzugefügt werden mag, dass der Name „Horizont“ zum ersten Male in den Phänomena des Verfassers der math. Elemente, des Euklid vorkommt; nach ihnen haben die Araber diese Lehre dem lateinisch-deutschen Mittelalter überliefert. Dieses kümmerte sich jedoch wenig um solche Theorien. Doch sind 3 Facta bemerkenswerth. Im 6. Jahrhundert suchte Kosmas Indopleustes auf die scheibenförmige Gestalt der Erde zurückzugreifen, und im 8. wurde Erzbischof Vigilius von Salzburg abgesetzt, weil er an Antipoden glaubte, im 34. Gesange der Hölle endlich spricht Dante deutlich diese Antipodenlehre aus. In der neuern Zeit zweifelte man wohl nicht an der Kugelgestalt; Newton sucht sie zu erweisen unter der Annahme von der flüssigen Beschaffenheit des Erdkörpers und später ward sie genauer durch Gradmessungen bestimmt.

In der Sache selbst sind die folgenden Punkte zu berücksichtigen:

1) Die Erde ist kein im Meere schwimmender Körper. Die scheinbare Bewegung der Gestirne in der Richtung von Osten nach Westen, also ihr Aufgang im Osten und ihr Untergang im Westen, ebenso das Aufsteigen neuer Gestirne im Süden und das Verschwinden bekannter bei Reisen auf demselben Meridian in der Richtung von Norden nach Süden und umgekehrt, endlich die wirklich ausgeführten Reisen um die Erde in der Richtung von Westen nach Osten, bei denen man immer zum Ausgangspunkte zurückkehrte, beweisen unbestreitbar, dass die Erde ein im Raume für sich bestehender, durchaus abgeschlossener Körper ist.

2) Ueberall auf dem Meere erblickt man die Erdoberfläche als eine Kugelmütze oder eine Calotte in der geometrischen Bedeutung dieses Wortes, einen Oberflächentheil also, den man erhält, wenn man eine Kugel mit einer Ebene durchschneidet. Diese Erscheinung hat mehrere andere zur Folge. Die Kugelmütze entsteht natürlich durch die Tangenten vom Augenpunkte des Beobachters an die Erdoberfläche, die Berührungspunkte liegen alle tiefer als der Standpunkt des Beobachters und in einer Ebene (einem Kreise) — Depression des Horizontes. — Die Kugelmütze, welche überschaut wird, kann sich nicht durch Fernröhre vergrössern, wohl aber durch Erhöhung des Standpunktes. Bei einer Höhe von 10′ ist der sph. Radius der Calotte ungefähr eine

Meile, bei einer Höhe von 25000′ dagegen circa 44 Meilen. (Wenn also der oben citirte Hoffmann ausser einem wahren und einem scheinbaren Horizonte, welches beide Ebenen sind, noch einen sogenannten natürlichen Horizont unterscheidet, so ist mit letzterem offenbar die vom Beobachter überschaute Calotte gemeint und der dort gewählte Beweis nach dieser Erklärung nicht ganz unrichtig.)

3) Die Erde war ehedem feurig-flüssig. Mit je 100′, die man zum Mittelpunkte der Erde hinabsteigt, nimmt die eigene Wärme des Erdkörpers um 1° des Thermometers zu. Diese Erfahrung hat man in allen Ländern und unter allen Breiten gemacht bis zu einer Tiefe von 3000′ (wir geben natürlich runde Zahlen). In einer Tiefe von 6 deutschen Meilen muss also die Substanz der Erde die Hitze des am schwersten schmelzbaren Eisens haben. Es ist also der Schluss erlaubt, dass das grosse Erdinnere feurig-flüssig oder zum mindesten zäh-flüssig sei, dass ferner die Erdrinde durch Erkaltung entstanden sei, auf welchen Schluss ihre Beschaffenheit und ihre Entstehungsgeschichte unmittelbar hinweist, dass also die ganze Erde einmal eine feurig-flüssige Masse gewesen, welche als im Raume für sich bestehend, die Kugelform annehmen, und weil sie um ihre Axe, also von Westen nach Osten rotirte, nothwendig an den Polen sich abplatten musste. Die Erde ist mithin ein kugelförmiger Körper, ein Sphäroid oder ein Rotations-Ellipsoid.

(Zur weiteren Erklärung kann man die Laplace'sche Hypothese über unser Sonnensystem hinzunehmen unter ausführlicher Angabe der Versuche von Plateau in Gent und Faraday in London zur Versinnlichung dieser Hypothese.)

4) Diese Anschauungen und hypothetischen Grundlagen sind durch directe Messungen bestätigt worden. Wenn die kugelförmige Erde inmitten der scheinbaren Himmelskugel ruht, so müssen Längen bestimmter Himmelsbogen den Längen ähnlicher Erdbogen allüberall entsprechen, oder höchstens Unterschiede erweisen, die den grössern Durchmesser des Aequators mit Rücksicht auf den Polardurchmesser constatiren, d. h. den Grössenausdruck der Erdabplattung ergeben. (Das Nähere hierüber ist historisch mitzutheilen.)

Kleinere Mittheilungen.

Randbemerkungen zu einzelnen Aufsätzen dieser Zeitschrift.

(Mathematischer Sprechsaal.)

1. Zu dem Aufsatze von Becker. (Hft. II. S. 89—97.)

Von Dr. Stammer in Düsseldorf.

Die Verwechselung von Fläche und Perimeter der Polygone und des Kreises scheint mir sehr unwesentlich, jedenfalls von keinem grossen Nachtheile zu sein.

Warum wir Deutschen nicht das Wort gleich für äquivalent behalten sollen, sehe ich nicht ein. Es hat in der Mathematik einmal die Bedeutung erlangt. Das Zeichen = in der Algebra bedeutet ja auch nur „gleich gross"; in der Geometrie bezieht es sich nicht auf die Gestalt, sondern nur auf die Grösse eines begränzten Raumstückes.

Die Begriffe Lage und Richtung sind nicht mit einander zu verwechseln. — Richtung wird bestimmt durch den Winkel, den die Gerade mit einer festen Geraden bildet oder durch eine andere Gerade, welcher sie parallel sein soll; die Lage dagegen bestimmt den Ort derselben vollständig; sie ist z. B. gegeben durch die Richtung und einen Punkt. Den Begriff der Richtung aufzugeben, weil damit der der Bewegung verbunden sein soll, dazu ist gewiss kein Grund vorhanden.

Wäre es nicht zweckmässig zwischen den Worten senkrecht und lothrecht denselben Unterschied festzusetzen, wie zwischen perpendikular und vertikal? Dann verschwände das Loth ganz aus der Geometrie. Gegen die Normale zu kämpfen ist überflüssig; sie ist einmal eingeführt und lässt sich in der analytischen Geometrie nicht mehr wegschaffen.

Ferner erscheint es dringend wünschenswerth, ganz bestimmte Entscheidung zu treffen, wie die Indices im mündlichen Vortrage zu bezeichnen sind. Die Franzosen haben hierin längst über den Gebrauch entschieden: a', $a a''$ heissen *a prime, seconde,* während a_1, a_2, a_r mit *a premier, a deuxième, a* $r^{\text{ième}}$ ausgesprochen werden. Ganz verkehrt aber erscheint es, wenn Heis $x_{,,}$, $x_{,,,}$ statt x_2, x_3 schreibt.

2. Zu Schwarz's Aufsätze „Ueber die Stellung des Multiplikators". (Hft. II. S. 112.)

Von Demselben.

Ich muss gestehen, dass ich sehr befremdet war, hier diese Frage nochmals angeregt zu sehen, nachdem ich gewähnt, dieselbe sei längst entschieden. Mit der hier aufgestellten Behauptung sind gewiss die wenigsten Mathematiker einverstanden:

$a + b$ heisst doch: a soll um b vermehrt werden.
$a - b$ ebenso: Von a soll b abgezogen werden.
$a : b$ bedeutet: a soll durch b dividirt werden.

Hiernach bleibt für die Multiplikation nichts weiter anzunehmen, als dass die erste Zahl der Multiplikandus ist. Zu diesem Bedenken kommt noch die Bildung eines Produktes von mehr Factoren: $abcd$ ist doch $\left[(ab)c\right]d$; wie will man die Bedeutung erklären, wenn der Multiplikator vorstehen soll? Ueberhaupt ist ja die Reihenfolge aller Operationen von links nach rechts.

Dagegen halte ich die Bedenken des Verf. nicht bedeutend genug, um eine Aenderung des allgemeinen Gebrauchs zu bewirken: 1) Das Fremdwort sind wir in der Mathematik gewohnt. 2) Sprache und Schrift brauchen nicht nothwendig übereinzustimmen, wie man ja im Deutschen 47 nicht „vierzig sieben" ausspricht. 3) Die Ausdrücke $3x$, $4x$ betrachtet man wie benannte Zahlen.

Allerdings muss man dann von Heis den §. 15 zum Theil vor dem §. 14 durchnehmen.

3. Ueber Parallellinien.

Vom Conr. Dr. Bolze in Cottbus.

In dieser Zeitschrift tauchte schon mehrere Male die Erklärung auf: „Parallellinien sind solche, welche sich in einem unendlich weit entfernten Punkte schneiden." — Diese Erklärung ist falsch. — Beweis: Zwei Parallellinien sind nach rechts eben so parallel, wie nach links, also müssen sie sich nach links eben so gut in einem unendlich weit entfernten Punkte schneiden, wie nach rechts; folglich haben sie zwei Punkte mit einander gemein. Zwei gerade Linien, welche zwei Punkte gemein haben, decken sich; folglich decken sich zwei Parallellinien ihrer ganzen Ausdehnung nach, wenn die aufgestellte Erklärung richtig ist.

Eine zweite Bemerkung ist zu machen über den Begriff Richtung. Richtung ist nur vorhanden bei Bewegung. Nun sind aber unsere mathematischen Linien so ruhig, dass bei ihnen unmittelbar an irgend welche Bewegung gar nicht zu denken ist. Hierbei wird nicht in Abrede gestellt, dass sie in übertragener Bedeu-

tung das Bild oder Gleichniss einer Richtung angeben können; aber die übertragene Bedeutung ist keineswegs die unmittelbare und ursprüngliche. Man muss überhaupt mit dem Begriffe Richtung vorsichtig umgehen. Dem deutschen Sprachgebrauche ist folgender Satz vollkommen angemessen: „Mein Freund wird von Stettin, ich werde von Cottbus nach Berlin reisen; wir haben ja dieselbe Richtung. Hernach trennen wir uns wieder. Er reist vom Wollank'schen Weinberge, ich vom Kreuzberge aus, jeder genau und scharf nach Westen. Nun kommen wir nie wieder zusammen, wir haben keine gleiche Richtung mehr, denn es fehlt uns die Uebereinstimmung in Bezug auf das Ziel." — Von Parallellinien darf man erst gar nicht sagen, dass sie einerlei Richtung haben, denn man denkt dabei doch immer im innersten Herzen an den unmöglichen in unendlicher Entfernung liegenden Punkt. Falsch ist demgemäss der Beweis von der Gleichheit der Gegenwinkel, welcher folgendermaassen lautet (ich nehme ihn aus Kambly, er findet sich aber eben so in vielen anderen Büchern): „Da die beiden parallelen Linien dieselbe Richtung haben, so haben sie auch denselben Richtungsunterschied gegen eine dritte Linie; folglich sind die Gegenwinkel einander gleich." — Ist das ein Beweis? Heisst das etwas Anderes, als: „Da die Gegenwinkel gleich sind, so sind sie gleich"?

Es ist überhaupt zu beklagen, dass in jüngster Zeit so vielerlei neue Erklärungen und Beweisführungen auftauchen. Unsere Vorfahren haben wirklich schon recht gut und tüchtig gearbeitet. Mögen wir doch mit unserer Weisheit zurückhaltend sein, wenn das Bessere schon da liegt, so dass wir es nur aufzunehmen brauchen.

Bemerkungen über die mathematische Terminologie.

Vom Rector Dr. Zerlang in Witten a. d. R.

1. Der Begriff gleichschenkliges Dreieck ist pleonastisch, wenn man nur zwei gleiche Dreiecksseiten Schenkel nennt. Eine Erweiterung des Begriffs Schenkel zum Gegensatz der Basis ist nothwendig.

2. Der Name Ring für die Differenz zweier concentrischer Kreise scheint unzweckmässig, da durch denselben der Rotationskörper eines Kreises um eine feste Achse ausser ihm bezeichnet wird. Reif ist der Rotationskörper eines Kreissegments um eine feste Achse ausser ihm. — Kreiszone wäre für den ersten Begriff passender.

3. Sprachwidrige Ausdrücke sind: Abgestumpfte Pyramide oder a. Kegel für Pyramiden- oder Kegelstumpf. Streng genommen ist auch Kreishälfte richtiger als Halbkreis.

Ebene und körperliche Geometrie, ebene und sphärische Trigonometrie gehören ebenfalls hierher.

Dann wäre es zweckmässig gewesen, bei der Einführung der neuen Masse statt Quadratmeter u. s. w. Meterquadrat u. s. w. zu sagen, weil auch hier das Quadrat das bestimmte, Meter das bestimmende Wort ist.

Die Ausdrücke Paraboloid, Ellipsoid, Hyperboloid bedeuten sprachlich etwas anderes als sachlich.

Ebenso ist unrichtig „relative Primzahlen“ statt „relativ prime Zahlen.“

4. Die Erklärung: Ein Quadrat ist ein rechtwinklig-gleichseitiges Parallelogramm leistet in Bezug auf Pleonasmen, was nur möglich ist, und verstösst dabei gegen die Regel, dass der zu erklärende Begriff dem nächst höheren unterzuordnen ist. Aehnlich ist es mit den übrigen Parallelogrammsarten.

Classificirt man die Parallelogramme folgendermassen:

Rechtecke	gleichseitige	d. h.	Quadrate,
	ungleichseitige	- -	Oblongen,
Schiefecke	gleichseitige	- -	Rhomben,
	ungleichseitige	- -	Rhomboide,

so sind die angedeuteten Fehler vermieden.

5. In den Ausdrücken „gerader Cylinder oder Kegel“ wird das Wort gerade in einem andern Sinne, als in der Planimetrie gebraucht, was nicht zu billigen ist. Normaler Cylinder und Kegel sind richtiger. Der Gegensatz zu gerade ist krumm, nicht schief. Als Gegenvorstellungen zu einem geraden Cylinder oder Kegel drängen sich Körper auf, welche ringförmig gestaltet sind oder das Aussehen eines Rinderhorns haben.

6. Bei Eintheilungen von Begriffen und bei Theilungen begegnet man in mathematischen Büchern häufig dem Verbum zerfallen. z. B. die Parallelogramme zerfallen in u. s. w., der Kreis zerfällt in 360^0 (Heis, Sammlung von Beispielen und Aufgaben u. s. w. 23. Auflage Seite 402.) Nun hat das Wort zerfallen entschieden den Sinn: sich selbstthätig in seine Bestandtheile auflösen, vergehen, so dass seine Anwendung in obigen Beispielen zu verwerfen ist. Schwer dürfte auch in Heis Sammlung u. s. w. Seite 178 zu rechtfertigen sein, wenn daselbst gesagt wird, dass die arithmetischen Programme von Professor Zirkel in Bonn eine sorgfältige Bearbeitung erlitten haben.

In manchen Lehrbüchern der Arithmetik, z. B. Kambly, Aufl. 12 Seite 27 sind die Zahlen mit Vorzeichen behaftet. Der Sprachgebrauch hat sich dafür entschieden, dass dasjenige, womit man behaftet ist, ein Uebel, ein Leiden ist.

Bisweilen findet man für auflösen und Auflösung die einfachen Verba lösen und Lösung, welche mehr der Chemie angehören. Das Pronomen sich hat eine in manchen Fällen reflexive und reciproke Bedeutung, z. B. in: sich schlagen. Dagegen ist

sich lieben sehr verschieden von einander lieben. Darum ist es in der Mathematik geboten, das Pronomen sich nur in einem Sinne, im reflexiven, zu gebrauchen. Man darf nie sagen: Zwei Gerade schneiden sich, sondern einander. Nur Curven können sich schneiden.

Eben so wenig scharf ist es, wenn man Parallelen dieselbe Richtung zuspricht, da sie doch nur gleiche Richtung haben.

7. Es wird unmöglich sein, den beiden Begriffen Grundlinie und Höhe eines ebenen Dreiecks ihre Berechtigung zu nehmen; leicht aber ist sie zu bestreiten. Statt Grundlinie muss es unzweifelhaft Grundseite heissen. Sodann ist der Begriff Höhe kein planimetrischer, sondern ein stereometrischer. Die Linie ist nur lang, die Fläche lang und breit. Der Körper ist dazu noch dick. Der geographische Ausdruck für die mathematische Dicke ist Höhe. Grundlinie und Höhe eines Dreiecks sind lediglich seine Länge und Breite.

8. Der Begriff „schräge.“ Den Wörtern „schräge, abschrägen, Schragen,“ sowie den verwandten: „Schrank, Schranke, schrankeln, schränken, verschränkt“ ist die Grundbedeutung gemeinsam: quer oder kreuzweise darüber oder davor legen oder gelegt. Wird das Wort schräge so gefasst, so kann es als zusammenfassender Ausdruck für convergent und divergent gebraucht werden, der sich andererseits in die Begriffe normal und schief gliedert. Schräglinien sind dann der Gegensatz zu Parallellinien, und in einem Trapeze sind zwei Parallel- und zwei Schrägseiten. Dabei gewönne die Kürze des Ausdrucks, ohne dass die Deutlichkeit Schaden leidet.

Ueber die Theilbarkeit einer Zahl durch 7.

Von Demselben.

Wenig bekannt scheint folgende Regel zu sein:

Eine Zahl ist durch 7 theilbar, wenn der Unterschied ihrer doppelten Einer und der ihnen voranstehenden Zahl durch 7 theilbar ist.

Beweis: Bedeutet e die Einer und a den ihnen voranstehenden Zifferncomplex einer Zahl n, so ist

$$\begin{aligned} n &= 10a + e \\ &= 7a + 3a + 7e - 6e \\ &= 7(a + e) + 3(a - 2e) \text{ oder} \\ &= 7(a + e) - 3(2e - a). \end{aligned}$$

Die Theilbarkeit von $a - 2e$ oder $2e - a$ durch 7 bedingt somit die Theilbarkeit von n durch 7.

Natürliches Beispiel einer Fläche.

Von Demselben.

Es macht dem Schüler, welcher Mathematik zu lernen anfängt, in der Regel Schwierigkeit, sich einen richtigen Begriff von einer Fläche zu bilden, weil er die dritte Dimension, die Dicke, nicht leicht los wird. Das passendste Beispiel zur Erläuterung des Begriffs Fläche dürfte wohl der Schlagschatten sein. Er bringt klares Licht in die Sache.

Materialien zu Schüleraufgaben.

Von Rector Dr. Zerlang in Witten.

1.

Ueber eine besondere Art planimetrischer Aufgaben.

Dem Lehrer der Mathematik in den oberen Klassen einer höheren Schule bieten sich ganz ungesucht aus der Physik, der Geodäsie u. s. w. Aufgaben, welche neben ihrem mathematischen Werthe auch durch ein sachliches Interesse auf den Schüler einen bestimmten Reiz ausüben, sie aufzulösen. Uebler ist der Lehrer in den mittleren Klassen daran, wenn er seinen Schülern durch eine angewandte Aufgabe, ähnlich wie in der Arithmetik durch zweckmässig eingekleidete Gleichungen, für die Anfangsgründe der Planimetrie gewissermassen ein persönliches Interesse einflössen will. Die gangbaren Aufgabensammlungen bieten ausser einigen geodätischen Aufgaben hierzu wenig Material. Aschenborn's Lehrbuch der Geometrie enthält mehrere schätzenswerthe einfache Aufgaben aus dem Gebiete des Eisenbahnwesens. Wahrscheinlich wird auch jeder Lehrer für seine Person im Besitze einzelner Aufgaben der bezeichneten Art sein, von denen zu wünschen wäre, dass sie Gemeingut für den mathematischen Unterricht würden. Sicher würde diese Zeitschrift ihnen gern ihre Spalten öffnen*). Gleichzeitig füge ich einige einschlägige Aufgaben bei.

1. In einem von zwei einerseits eines in gerader Linie in ihrer Nähe vorbeifliessenden Flusses gelegenen Dörfern bricht Feuer aus. Die Bewohner des anderen Dorfes wollen das Feuer löschen helfen, doch unterwegs aus dem Flusse Wasser mitnehmen. An welchem Punkte muss dies geschehen, damit der Weg der kürzeste sei?

2. Unter welchen Winkeln müssen drei gleich breite Lineale abgeschnitten werden, wenn aus ihnen ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck zusammengesetzt werden soll?

---

*) Dazu ist eben obige Rubrik angelegt. D. Red.

3. Bei einem Spieltische mit quadratischer, längs der Mitte zusammenlegbarer Platte den Drehpunkt zu bestimmen.

4. Von einem Punkte einer geradlinigen Eisenbahn aus ein bogenförmiges Geleise nach einer seitwärts gelegenen Drehscheibe zu legen.

5. die gemeinsame Grenze zweier Grundstücke, welche eine gebrochene Linie bildet, gerade zu legen.

6. Von welchem Punkte eines schräge vor einem Hause vorbeiführenden geraden Weges erscheint die Hausfront am grössten?

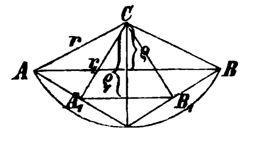
7. Einen Papierbogen so zu formen, dass, wenn man denselben durch eine Parallele zu den kleinen Seiten halbirt, die Hälften dem ganzen ähnlich sind.

2.

Ueber die Berechnung der Zahl π.

Die Methode, π dadurch zu bestimmen, dass man den Kreisumfang einerseits als Wachsthums-, andererseits als Verminderungsgrenze eines ein- resp. umbeschriebenen regulären Polygons mit unendlich vielen Seiten auffasst, führt zu Formeln, welche zwar die Berechenbarkeit von π zeigen, aber die wirkliche Berechnung sehr erschweren. Schlägt man den umgekehrten Weg ein und fasst den Kreis auf als die Grenze eines regulären Polygons mit verschwindender Radiendifferenz, so wird die Berechnung von π ohne Vergleich kürzer und leichter, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

1. Aufgabe: Aus den Radien ϱ und r eines regulären n ecks die Radien ϱ_1 und r_1 des ihm isoperimetrischen $2n$ ecks zu construiren und zu berechnen.



Auflösung: Halbire den Centriwinkel des n ecks und verbinde die Mitten der Sehnen seiner halben Bogen unter sich und mit dem Centrum, so ist das Dreieck aus diesen drei Seiten das Bestimmungsdreieck des gesuchten $2n$ ecks, wie leicht ersichtlich ist.

Sodann ist 1) $\varrho_1 = \varrho + \frac{1}{2}(r - \varrho) = \frac{1}{2}(\varrho + r)$ und

2) $r_1 = \sqrt{r\varrho_1}$.

Folgerung. Heissen die den Radien entsprechenden Durchmesser δ, d, δ_1, d_1 und der constante Umfang des Polygons P, so ist auch

$$1)\ \frac{\delta_1}{P} = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{P} + \frac{d}{P}\right) \text{ und}$$

$$2)\ \frac{d_1}{P} = \sqrt{\frac{d}{P} \cdot \frac{\delta_1}{P}}$$

2. Aufgabe: Das Verhältniss des Kreisumfangs zum Durchmesser, $\frac{P}{D} = \pi$, zu berechnen.

Auflösung. Setzen wir die Seite des regulären Sechsecks $= 1$, so ist $\frac{\delta}{P} = 0{,}28867$, $\frac{d}{P} = 0{,}33333$. Durch die Endgleichungen in der obigen Folgerung erhalten wir dann mit leichter Mühe folgende Verhältnisse:

Seiten-anzahl	6	12	24	48	96	192	384	768
$\frac{\delta}{P}$	0,28867	0,31100	0,31649	0,31785	0,31819	0,31828	0,31830	0,31831
$\frac{d}{P}$	0,33333	0,32197	0,31922	0,31853	0,31836	0,31832	0,31831	0,31831

Das Grenzverhältniss $\frac{D}{P} = \frac{1}{\pi}$ ist also 0,31831 also $\frac{P}{D} = \pi =$ 3,14159.

Anm. Schon beim 48 eck ist in den ersten 5 Decimalen das arithmetische Verhältniss gleich dem geometrischen, so dass man von ihm ab das erstere für das letztere setzen kann, wodurch die Rechnung noch bedeutend abgekürzt wird. —

Will man behufs eines ungenaueren Näherungswerthes von π sofort das arithmetische Mittel für das geometrische setzen, so bedenke man, dass die fortlaufenden arithmetischen Mittel $a + b$ und a sind:

$$a + \tfrac{1}{2} b,$$
$$a + \tfrac{1}{4} b,$$
$$a + \tfrac{1}{4} b + \tfrac{1}{8} b,$$
$$a + \tfrac{1}{4} b + \tfrac{1}{16} b,$$
$$a + \tfrac{1}{4} b + \tfrac{1}{16} b + \tfrac{1}{32} b,$$
$$a + \tfrac{1}{4} b + \tfrac{1}{16} b + \tfrac{1}{64} b,$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$a + (\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{64} + \cdots) b = a + \tfrac{1}{3} b.$$

In unserem Falle sei $\frac{1}{3} b = \frac{1}{3}\left(\frac{d_6}{P} - \frac{\delta_{12}}{P}\right) = \frac{1}{3}(0{,}333 - 0{,}311)$ $= \frac{1}{3} .\ 0{,}022 = 0{,}007$. Dann ist $\frac{1}{\pi} = 0{,}318$, also $\pi = 3{,}141$.

Literarische Berichte.

Bretschneider, C. A., die Geometrie und die Geometer vor Euklides. Ein historischer Versuch. Leipzig, Teubner 1870. IV. 184. Tafel mit 19 Figuren.

Sehr erfreulich sind die sich mehrenden Anzeichen, dass die Geschichte der Mathematik die Aufmerksamkeit wieder auf sich zieht. Zwar sind es nur kleine Zeitabschnitte, die zunächst ausgewählt werden, aber es erwächst daraus der Gewinn, dass die Untersuchungen um so eingehender geführt werden und für ein umfassendes Werk eine feste Grundlage gelegt wird. Nachdem H. Cantor Euklid und sein Jahrhundert behandelt hat, gibt uns H. Bretschneider eine Geschichte der Geometrie vor Euklid, soweit die darüber erhaltenen Stellen sie ermöglichen und zwar unter Mittheilung dieser Stellen selbst im Original, ein Verfahren, welches nur gebilligt werden kann, wenn der Raum und die Kosten des Druckes es gestatten.

Nach einem Vorwort, das auf die Unzuverlässigkeit so vieler Angaben bei *Montuela* hinweist und einer Einleitung, welche den Stand der Kenntnisse über die Geometrie vor Euklid darlegt, handelt der 1. Abschnitt S. 5—22 von der Geometrie der Aegypter und weist nach, dass diese vornehmlich eine Reisskunst war, einer wissenschaftlichen Behandlung und Zusammenfassung der einzelnen Fälle in allgemeineren Sätzen entbehrte und von einer Lehre von Proportionen keine Spur zeigt.

Der 2. Abschnitt S. 22—35 zeigt den Uebergang ägyptischer Mathematik an die Griechen. Den Phrygier Euphorbos streicht dabei B. unbedingt aus der Zahl der Geometer, weil er identisch sei mit Pythagoras; aber es dürfte doch zu erwägen sein, ob sich Pythagoras mit einer Person identificiren konnte, die nicht wenigstens der Sage nach einst unter den Lebenden war. Ja eben daraus, dass sich Pythagoras gerade mit diesem identificirte, könnte man eher schliessen, dass er wirklich ein Geometer früherer Zeit gewesen ist. — Den weiteren Angaben wird das 4. Cap. des II. Buches von dem Commentar des Proklus zum I. Buch der Elemente Euklids zu Grunde gelegt. — Die Bemerkung, dass dieser Text bis jetzt nur 1535 gedruckt worden sei, ist nicht richtig; er findet sich mit Ausnahme

des ersten einleitenden Satzes, aber mit mehreren weiteren Sätzen am Schlusse in der Ausgabe der Elemente des Euklid von August, Berlin 1826 I, S. 290—293. — Ferner werden Stellen aus Diodor und Strabo benützt, um den Verkehr zwischen den ägyptischen Priestern und den zu ihnen kommenden Griechen darzuthun.

Der 3. Abschnitt, S. 35—67 handelt von Thales und den Geometern der ionischen Schule: *Mandraytos (Mandryatos* S. 56 ist ein Druckfehler), *Ameristos, Anaximander;* ferner von *Oinopides* aus Chios. Es wird dargethan, dass Construktionen und deren Anwendung auf das Bedürfniss des täglichen Lebens den Hauptstoff der damaligen Geometrie bildeten und der Gedanke Eigenschaften und Beziehungen der Raumgebilde lediglich um ihrer selbst willen aufzusuchen und die gefundenen zu einem System zu vereinen damals noch fern lag.

Im 4. Abschnitt S. 67—92 wird von Pythagoras gehandelt und seinen unmittelbaren Schülern, den Pythagoräern, wie B. mit Berufung auf die Gesetze der deutschen Sprache (S. 15 Anm. 2) hartnäckig schreibt. Es wird dargethan, dass in der Arithmetik Pythagoras die Lehre von den Proportionen einführte und die von den arithmetischen Progressionen, soweit sie zur Theorie der Polygonalzahlen nöthig sind, in der Geometrie aber bezüglich der Methode die Zerlegung der Figuren in besondere Gattungen rechtwinkliger Dreiecke, und die Anlegung von Flächenräumen. An dieser Stelle ist auf die Umstellung aufmerksam zu machen, die B. in den Worten des Plutarch vornahm, welche dem Pythagoras die Quadratur der Parabel beilegen. Statt *περὶ τοῦ χωρίου τῆς παραβολῆς* schreibt er nämlich *περὶ τῆς τοῦ χωρίου παραβολῆς*, womit die Schwierigkeiten beseitigt sind, die bestehen, wenn man Kenntnisse von Kegelschnitten schon dem Pythagoras beilegen will. — Der Weg, auf welchem nach B. Pythagoras seinen berühmten Satz von der Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks gefunden hat, hat viel Wahrscheinlichkeit für sich. Er ist dem Verfahren ähnlich, welches Ziegler in seinem Grundriss der ebenen Geometrie Ueb. 99 No. 1 angibt. Auch was von den übrigen Leistungen des Pythagoras und seinen Schülern gesagt wird, verdient vollste Beachtung.

Im 5. Abschnitt S. 92—136 werden die Geometer von Pythagoras bis Plato besprochen und dargethan, wie sich die Untersuchung namentlich auf 3 Aufgaben concentrirte: 1) auf Theilung eines Kreisbogens oder Winkels in eine beliebige Zahl gleicher Theile; 2) auf Uebertragung der Sätze über Flächenverwandlung, — Theilung, — Messung auf Körper; 3) auf Bestimmung des Flächeninhaltes des Kreises und einzelner Theile desselben. Was Hippokrates, Antiphon, Bryson geleistet haben, wird dargelegt und besondere Anerkennung verdient, dass B. die bisher nicht beachtete Stelle aus dem Commentar des *Simplicius* zur *physica auscultatio* des Ari-

stoteles über fehlgeschlagene Versuche der Quadratur des Kreises ausführlich mittheilt (S. 100—121) und erörtert.

Der 6. Abschnitt (S. 137—174) gibt die Leistungen Platos und der anderen Geometer von ihm bis auf Euklid, wie Theätet, Leodamas, Archytas, Dinostratus, Menächmus, Eudoxus, Hermotimus, Aristäus, Leon, Theydius. Von allen werden, wie es im ganzen Buche geschieht, die vorhandenen Angaben zusammengestellt und nach ihrer Tragweite gewürdigt. — Der Widerspruch, den B. mit Recht darin findet, dass Plato eine mechanische, ja eine instrumentale Lösung der Aufgabe, 2 mittlere Proportionalen zu finden, selbst gegeben hat und doch andere tadelte, die dasselbe thaten, dieser Widerspruch könnte auch darin seine Lösung finden, dass Plato selbst weit entfernt war, seine Lösung eine geometrische zu nennen und es daher auch anderen verdachte, wenn sie solchen Werth ihren Lösungen beilegten.

Ein Anhang endlich, S. 175—184 spricht von der Zeit und den Leistungen des Perseus, Nikomedes, Diokles, Hypsikles und Serenus. Bei ersterem wird zur Zeitbestimmung der Umstand benützt, dass die spirischen Linien von Hero dem Aelteren in seiner Geometrie erwähnt würden. Dem ist aber nicht so. In der Geometrie, die man auf Hero zurückführen kann, ist davon keine Rede, sondern in den Definitionen, die aber bei näherer Untersuchung dem Ref. als mit Unrecht dem Hero zuzuschreiben sich erwiesen haben. Näheres hierüber habe ich in dem laufenden Bande dieser Zeitschrift S. 173—191 und S. 277—291 mitgetheilt.

Hat sich nun B. vielfach durch diese in ihren Umrissen hier angedeutete Arbeit um die Geschichte der Mathematik verdient gemacht, so thut es nach einer anderen Seite hin um so mehr leid, dass B. den Philologen so wenig hold ist, dass er ihre Beihülfe auch da verschmähte oder doch nicht suchte, wo die eigenen Kenntnisse nicht ausreichten. So viel auch B. von der griechischen Sprache sich unverkennbar aneignete, so war es doch nicht hinreichend, vor zum Theil recht argen Versehen bei seinen Uebersetzungen ihn zu bewahren. Fast auf jeder Seite, die Uebersetzungen enthält, begegnen Ausdrücke, die genau genommen nicht vorkommen sollten. Nur die stärkeren Fälle sollen hier erwähnt werden.

S. 9 wird *οὐκέτι ἦν δυνατὸν ἕκαστον διακρῖναι τὰ ἴδια* übersetzt durch: „es war nicht immer möglich über die Identität derselben zu entscheiden.“ S. 12: *γραμμέων συνθέσιος* (*συνθέσεσι?*) *μετὰ ἀποδείξιος οὐδεὶς κώ με παρήλλαξεν*: „im Construiren von Linien nach Massgabe der aus den Voraussetzungen zu ziehenden Schlüsse hat mich Keiner je übertroffen.“ S. 14 wird nicht beachtet, dass ein Punkt oder wenigstens ein Kolon nach einem Satz zu setzen war; es heisst: *οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν τοῦ κώνου τομῶν* (.) *τὴν μὲν γὰρ λεγομένην ὀρθογωνίου κώνου τομὴν* u. d. ü.: „so betrachteten sie auch unter den Kegelschnitten den sogenannten

rechtwinkligen Kegelschnitt" (besser: Schnitt d. r. K.). Ebenfalls S. 14: δηλοῖ δὲ καὶ αὐτὰ τὰ ἀρχαῖα ὀνόματα τῶν γραμμῶν: „offenbar stammen davon die alten Namen der Autoren her."

S. 27 ist ein Satz unrichtig construirt: λέγομεν ὅτι παρ' Αἰγυπτίοις μὲν εὑρῆσθαι πρῶτον ἡ γεωμετρία παρὰ πολλῶν ἱστορεῖται ἐκ τῆς τῶν χωρίων παραμετρήσεως λαβοῦσα τὴν γένεσιν: „so berichten wir, dass zuerst von den Aegyptern die Geometrie erfunden ward, indem sie der Angabe der meisten zufolge aus der Vermessung der Ländereien ihren Ursprung nahm." So wird, was von Vielen berichtet wird, dem Proklus allein beigelegt. — S. 29 ist ein Kolon, wo es nicht hingehört: Πλάτων ... ἐποίησεν ἐπίδοσιν ... λαβεῖν διὰ τὴν περὶ αὐτὴν σπουδὴν ὥς που δῆλός ἐστι καὶ ... καταπυκνώσας καὶ ... ἐπεγείρων (statt: σπουδήν· ὥς που δηλός ἐστι καὶ ... καταπυκνώσας καὶ ... ἐπεγείρων): „Plato ... verschaffte ... Zuwachs durch den grossen Fleiss, den er bekanntlich auf sie verwendete. Seine Schriften u. s. w." S. 36 Z. 4 von oben ist in der Uebersetzung der Satz: καθ' ὃν καὶ οἱ ἑπτὰ σοφοὶ ἐκλήθησαν übergangen. S. 36 4. Abschnitt: τὰς δὲ ἄλλας πόλεας οἰκεομένας μηδὲν ἕσσον νομίζεσθαι, κατάπερ εἰ δῆμοι εἶεν: „Nichts desto weniger sollten die einzelnen Städte, als wären sie selbständige Gemeinden, ihre gesetzliche Einrichtung beibehalten." S. 49. Πυθαγόρας πρῶτος ἐπινενοηκέναι λέγεται τὴν λόξωσιν τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου, ἥντινα Οἰνοπίδης ὁ Χῖος ὡς ἰδίαν ἐπίνοιαν σφετερίζεται. „Pythagoras soll zuerst die Schiefe des Thierkreises erkannt haben, die dann Oinopides von Chios als eigne Entdeckung in Anspruch nahm." Bei solcher Uebersetzung begreift man, wie B. S. 65 so ungünstig über die griechischen Denker urtheilen kann. Aber etwas anderes ist es doch nachträglich einen Fund für sich in Anspruch zu nehmen, etwas anderes von vorne herein sich denselben zuzuschreiben. Ueberdies müsste viel genauer ermittelt werden, was die Denker selbst behaupteten und was man von ihnen nur erzählte. S. 49. b) Θαλῆς πρῶτος ἔφη ἐκλείπειν τὸν ἥλιον τῆς σελήνης αὐτὸν ὑποτρεχούσης κατὰ κάθετον ... βλέπεσθαι δὲ τοῦτο κατοπτρικῶς ὑποτιθεμένῳ τῷ δίσκῳ. „Thales lehrte zuerst, die Sonne werde verfinstert, wenn der Mond ... senkrecht unter ihr hinweggeht. Dies sehe man deutlich, wenn man ein Gefäss (voll Wasser) wie einen Spiegel darunter stelle." S. 49 c): τὰς δ' ἐκλείψεις εἰς τὸ σκίασμα τῆς γῆς ἐμπίπτουσαν, μεταξὺ μὲν ἀμφοτέρων τῶν ἀστέρων γενομένης, μᾶλλον δὲ τῇ σελήνῃ ἀντιφραττομένης. „Seine Finsternisse dagegen durch den Eintritt in den Schatten der Erde, welche zwischen beide Wandelsterne zu stehen kommt oder vielmehr dem Monde in den Weg tritt."

Auf S. 59 fügt B. selbst seiner Uebersetzung ein Fragezeichen hinzu. Der Text lautet ὅλως γεωμετρίας ὑποτύπωσιν ἔδειξεν, die Uebersetzung: „gab eine bildliche Darstellung (?) der gesammten Geometrie heraus." S. 62 neigt sich B. mehr zur Ansicht von

Röth, nach welcher eine „Reisskunst“ hiermit bezeichnet ist. Es liegt wohl näher zu übersetzen „zeigte überhaupt das Bildliche der Geometrie,“ d. h. was die Figuren der Geometrie bedeuten und wie man etwas geometrisch nachbilden kann.

Für die ungenaue Uebersetzung der Stelle aus Proklus auf S. 64 ist B. nicht verantwortlich; der Text, den er vor sich hatte, war zu sehr verdorben. Derselbe lautet nach der Münchner Handschrift 427, nach welcher Ref. den Commentar des Proklus in besserer Gestalt noch bekannt geben zu können hofft: *ὀνομάζει δὲ τὴν κάθετον ἀρχαϊκῶς κατὰ γνώμονα, διότι καὶ ὁ γνώμων πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ὁρίζοντι. τῆς δὲ πρὸς ὀρθὰς ἡ κάθετός ἐστιν αὕτη* (*αὐτὴ*?) *διαφέρουσα τῇ σχέσει μόνον, κατὰ τὸ ὑποκείμενον ἀδιάφορος οὖσα, ὥσπερ φασὶ καὶ ἡ κάθοδος.*

S. 71 dagegen hat sich B. um das richtige Verständniss der Stelle aus Isokrates dadurch gebracht, dass er den Schluss wegliess; es heisst die Stelle: *τήν τ' ἄλλην φιλοσοφίαν πρῶτος εἰς τοὺς Ἕλληνας ἐκόμισε, καὶ τὰ περὶ τὰς θυσίας κ. τ. λ.* B. übersetzt: „und die fremde Philosophie zuerst zu den Griechen verpflanzte.“

S. 88: *περὶ δ' Ἱππάσου μάλιστα, ὡς* (lies *ὃς*) *ἦν μὲν Πυθαγορείων·* (besser,) *διὰ δὲ τὸ ἐξενεγκεῖν καὶ γράψεσθαι* (Druckfehler statt *γράψασθαι*) *πρῶτον σφαῖραν τὴν ἐκ τῶν δώδεκα πενταγώνων, ἀπώλετο κατὰ θάλατταν, ὡς ἀσεβήσας· δόξαν δὲ ἔλαβεν, ὡς εὑρών· εἶναι δὲ πάντα ἐκείνου.* „Dies gilt ganz besonders von Hippasos, der zwar Pythagoräer war, aber weil er sich rühmte, er zuerst habe die dem Dodekaëder zugehörige Kugel beschrieben, als ein Gottloser im Meere umkam; denn er nahm den Ruhm als Erfinder für sich in Anspruch, da doch alles ihm angehörte.“ Alles was von der Ruhmredigkeit und Ruhmsucht des Hippasos hier gesagt wird, steht nicht im Text; denn *ἐξενεγκεῖν* heisst „bekannt machen“, was auch ohne alle Ruhmredigkeit geschehen kann, und *δόξαν λαβεῖν* heisst „das Ansehen erhalten, als ob etc.“ was nicht von Hippasos ausging, sondern von denen, die seine Schrift lasen. Möglich ist es wohl, dass Hippasos zu solcher Anschauung verführte, aber der vorliegende Text sagt davon nichts.

S. 98—99: *Πρῶτον δὲ φασὶν τῶν ἀπορουμένων διαγραμμάτων τὴν ἀπαγωγὴν ποιήσασθαι Ἱπποκράτην τὸν Χῖον.* „Diese Zurückführung der vorgenannten Construktion soll zuerst Hippokrates von Chios angegeben haben.“ Es wäre ganz undenkbar, wie B. die ganz allgemein gehaltenen Worte des Proklus auf die im Vorhergehenden genannte Verdopplung des Würfels hätte beziehen können, wenn nicht in der Uebersetzung des Barocius *praedictarum* stände, was im Text nicht begründet ist.

S. 102: *οὐ δαπανήσει αὐτὸ, οὐδὲ καταλήψεταί ποτε τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, εἴπερ ἐπ' ἄπειρόν ἐστι διαιρεῖν τὸ ἐπίπεδον:* „(wird man) dieselbe keineswegs erschöpfen, noch wird man je zu dem Bogen gelangen, selbst wenn man die Theilung der Fläche bis ins Unendliche treibt.“ Es muss heissen „wenn nämlich“,

denn in der Unendlichkeit der Theilungen liegt ja eben die Unmöglichkeit des Erschöpfens.

S. 103 sind die Worte des Originals *ἐν τῷ δεκαδύῳ* nicht unrichtig in *ἐν τῷ δωδεκάτῳ* umgewandelt, aber ursprünglich stand offenbar *ἐν τῷ ιβ.* —

S. 104 Anm. 1 hält B. das Wort *ἡμικύκλιον* nach *ΓΔ* für unzulässig; aber er übersetzt eben irrthümlich *ὥςτε* = „so dass" mit „aber" und bringt dadurch die Sätze in ein ganz anderes Verhältniss zu einander. Der Zusatz *ἡμικύκλιον* ist hier ebenso nothwendig, wie in der ähnlichen Stelle im § 81.

S. 105: *Ἔστι τις καὶ τοιαύτη δεῖξις διὰ τῶν μηνίσκων τετραγωνίζειν οἰομένη τὸν κύκλον ἁπλουστέρα καὶ οὐκ ἐλεγχομένη παρά τί γέγονεν ἐν αὐτῇ τὸ ψευδόγραμμα.* „Es ist daher die hier gegebene Nachweisung, die da meint, den Kreis durch Monde zu quadriren, eine unvollkommene und nicht zwingende, weil in ihr ein Fehlschluss unterläuft." B. merkt hier nicht, dass das Gesagte einen neuen, weiteren Versuch der Quadratur einleitet, der einfacher und nach der Meinung des Verf. darin, worin der Fehlschluss liegt, noch nicht überführt ist. Desshalb sagt der Verf. weiter unten *Οὐχ ὑγιὴς δὲ ἡ ἔνστασις ἡ πρὸς τὸν τοιοῦτον τετραγωνισμόν* d. h. der Einwand gegen diese Quadratur sei nicht fehlerfrei. B. übersetzt aber „eine auf solche Art bewirkte Quadratur ist daher nicht richtig."

S. 106—107: *καὶ ἴσως ὁ ἐξ ἀρχῆς τὴν μέθοδον παραδοὺς οὐκ εἶπε* d. h. und vielleicht sagte der ursprüngliche Aufsteller dieser Methode nicht; B. aber übersetzt: „Und ebenso sagt der, der die Wissenschaft schon vor Alters lehrte, nicht." Mit nicht geringerer Gewaltthätigkeit wird aus dem Schluss dieser Stelle *οὐδὲ τούτου ἀεὶ συμβαίνοντος* d. h. obwohl auch dies nicht immer zutrifft: „dass aber beides nicht immer zusammentreffe."

S. 109: *οἱ τῶν μηνίσκων δὲ τετραγωνισμοὶ . . . κατὰ τρόπον ἔδοξαν ἀποδοθῆναι* „die Quadraturen von Monden . . . scheint man im Laufe der Zeit wieder aufgegeben zu haben."

S. 111 Anm. 1 sieht B. mit Recht eine Lücke, aber er übersieht, dass oben mit dem *καὶ τὰ ἑξῆς* d. h. u. s. w. schon angedeutet ist, dass das Uebrige absichtlich weggelassen wurde.

S. 114 ist die Lücke im Text nicht, wie B. meint, zwischen *τεμνέτω τὴν ἐφ' ᾗ BK* und *ἡ δὲ ἐφ' ᾗ EZ* sondern vielmehr nach dem auf letztere Worte folgenden *ἤχθω* und zwar ist nach dem auf S. 117 Stehenden zu ergänzen: *νεύουσα μὲν ἐπὶ τὸ B, ἡμιολία δὲ δυνάμει τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, τουτέστι τῆς EK καὶ KB· ἡ δὲ EH ἤχθω* u. d. ä.

S. 117: *ἐδείχθη γὰρ καὶ αὕτη ἴση τῇ EK* „denn bewiesen wurde, dass jede der letzteren der *EK* gleich ist."

S. 119: *οὐ μέντοι οὐδὲ τὸν κύκλον ἐπεχείρησε τετραγωνίσαι* „allerdings aber suchte er den Kreis . . . zu quadriren."

S. 127: οὐ γὰρ ἀληθὲς τὸ τὰ τοῦ αὐτοῦ μείζονα καὶ ἐλάττονα, ταῦτα ἴσα εἶναι ἀλλήλοις „denn es ist nicht wahr, dass die Stücke, um welche das Mittel grösser und kleiner ist, einander gleich seien.“

Ebenfalls auf S. 127: Ἀλλ' ὁ τοῦ Βρύσωνος ... σοφιστικός, ὅτι οὐκ ἐκ τῶν οἰκείων ἀρχῶν τῆς γεωμετρίας, ἀλλ' ἔκ τινων κοινοτέρων. „Des Bryson Quadratur ist ... sophistisch ..., weil sie nicht nur aus den der Geometrie eigenthümlichen Grundsätzen, sondern auch aus allgemeineren angegriffen werden kann.“

Ebenfalls auf S. 127: τὰ δὲ τῶν αὐτῶν μείζονα καὶ ἐλάττονα ἴσα ἐστὶν „die beiderseitigen Differenzen aber gleichgross.“ Durch diese und die zweitvorhergehende Stelle wird B. veranlasst, dem Bryson auf S. 128 einen Irrthum nachzuweisen, der aber nicht diesen, sondern den Uebersetzer trifft. Bryson beschreibt ein Quadrat um einen Kreis und eines in denselben Kreis und ein drittes zwischen diese beiden und mit dem Satze „welche Grössen zugleich grösser und kleiner sind als die nämlichen Grössen, diese sind sich gleich“ setzt er den Kreis zwischen den beiden Quadraten dem Quadrat zwischen den beiden Quadraten gleich. Von einer „gehörigen Fortsetzung seines Verfahrens“ wie B. sagt, ist gar keine Rede.

S. 130 sagt B., dass Eudemos über die verwickelte Construktion des Hippokrates die Geduld verliert und die Sache auf eigene Weise kürzer darstellt. Allein dieses beruht auf einem Missverständniss der letzten Worte des Textes auf S. 114. Eudemus will einen Beweis einschieben, dass $BH = EK$ und bescheiden schickt er voraus, dass ein anderer dies vielleicht (ἴσως, nicht „jedenfalls“) kürzer erweisen könne, ihm aber nur das Folgende eingefallen sei.

S. 146 heisst es von der apagogischen Beweisführung ἡ ... τὸ ἀντικείμενον ἐλέγχουσα καὶ κατὰ συμβεβηκὸς τὸ ἀληθὲς εὑρίσκουσα. B. übersetzt: „welche ... das Gegentheil desselben bestreitet und so die Wahrheit durch Uebereinstimmung (des Zulässigen mit dem Behaupteten) findet.“

S. 150 unten ist die Lage des bewegten Dreiecks $A\Pi\Delta$, wofür wohl ursprünglich $AH\Delta$ stand, unrichtig mit $\Delta' AA$ bezeichnet und auch in der Figur 13 ist unrichtig die Gerade $\Delta' A$ gezogen. Da $A\Delta$ die Axe bei der Bewegung bildet, so musste ΔAA als Bezeichnung gebraucht und ΔA in der Figur gezogen werden. Wahrscheinlich stand ursprünglich statt $A\ H'$.

S. 160 ist der Satz καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ unübersetzt geblieben.

S. 168 sind auf den Singular τῇ τομῇ sehr kühne Hypothesen gebaut. Abgesehen nun davon, dass es im Text heisst τὰ περὶ τὴν τομήν, so ist nicht zuzugeben, dass „bis auf Plato nur ein Schnitt von wirklicher Bedeutung vorhanden“ ist. S. 146 aber bemerkt B. selbst, dass Plato durch die nähere Untersuchung der Prismen,

Cylinder, Pyramiden und Kegel dem Menächmus Anlass gab zur Auffindung der Kegelschnitte.

Liegt es da nicht nahe, dass Plato „den Schnitt“ vom Körper durch eine Ebene empfahl, um die Gesetze der Krümmungen der Flächen etwa auf diesem Wege zu ermitteln?

S. 177 heisst eine der Spiren *ἐμπεπλεγμένη ἐοικυῖα τῇ τοῦ ἵππου πέδῃ.* B. übersetzt: „eine verschlungene, einem Pferdehufe ähnliche.“

Ebenfalls S. 177: *οὐ γὰρ εὐθεῖα μὲν κατὰ κύκλον κινουμένη ποιεῖ ἐπιφάνειαν, οὐχὶ δὲ καὶ κωνικαὶ γραμμαί.* „Eine im Kreise bewegte Gerade bildet keine Oberfläche, so wenig wie die Kegelschnitte.“

Möge H. B. diese und viele andere Stellen bei einer 2. Auflage, die dem sonst werthvollen Buche wohl zu wünschen wäre, verbessern und ein genaues Sach- und Namensregister beifügen, wodurch die Benützung ungemein erleichtert würde.

Die Ausstattung ist eine gefällige; Druckfehler finden sich nicht in zu grosser Zahl; erwähnenswerth sind etwa

S. 22 Z. 17 v. u. freundlich statt unfreundlich.
S. 31 Z. 10 v. o. *συμβάσης* statt *συμπάσης*
S. 53 Z. 13 v. u. *bonae* - *lunae.*

Hof. FRIEDLEIN.

FOCKE u. KRASS (ord. Lehrer am K. Gymn. z. Münster.) Lehrbuch der Geometrie zum Gebrauche an Gymnasien und anderen höheren Lehranstalten.

I. Theil: Planimetrie nebst einer Sammlung von Aufgaben und einer systematischen Anleitung zur Lösung derselben. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. Münster, Verlag der Coppenrath'schen Buch- und Kunsthandlung 1870.

II. Theil: Stereometrie nebst einer Sammlung von stereometrischen Uebungslehrsätzen, Construktionsaufgaben und Berechnungsaufgaben. Münster 1869. Preis 12½ Sgr.

Das angezeigte Lehrbuch der Geometrie gehört jedenfalls zu den besseren. Es ist mit einer ins Einzelnste gehenden Sorgfalt ausgearbeitet und bietet alles, dessen Kenntniss von den Schülern füglich verlangt werden darf. Auch kann es mit Rücksicht auf die geistige Entwicklnng der Jugend nur gebilligt werden, wenn die Beweise im Anfange ausführlicher angegeben sind; die späteren kurzen Hinweisungen auf das Frühere reichen aus, um den Schülern die weitere Ausführung oder das selbständige Auffinden der Beweise zu ermöglichen. Die Darstellung ist fast durchweg klar und anschaulich; die Gruppirung der verwandten Sätze zu Abtheilungen

und Unterabtheilungen mit entsprechenden Ueberschriften gibt die erforderliche Uebersichtlichkeit

Der erste Theil enthält auf 80 Seiten das Lehrgebäude der Planimetrie, wozu in einem Anhange von 10 Seiten die sogenannte neuere Geometrie (Aehnlichkeitspunkte, Transversalen, harmonische Theilung, Potenzlinien, Pole und Polaren) tritt, ferner (pg. 91—104) 120 Uebungslehrsätze, endlich (pg. 105 — 130) 480 Aufgaben nebst Andeutungen zur Auflösung derselben.

Zur neueren Geometrie sind weder Sätze noch Aufgaben zur Uebung beigefügt, was in dem sonst so sorgfältig ausgeführten Werke auffällt. Freilich existirt bis jetzt überhaupt keine für den ersten Unterricht geeignete Auswahl. Der betreffende Unterricht scheint eben überall nur theoretisch zu sein oder beschränkt sich auf einen sehr beschränkten Kreis von Anwendungen, die entweder ungemein nahe liegen oder eine gewisse Berühmtheit erlangt haben.

Die Andeutungen zu den Beweisen, welche den Uebungssätzen beigefügt sind, bestehen in der Angabe der erforderlichen Hülfsconstructionen und Lehrsätze.

Die Aufgaben zur Uebung zerfallen in 6 Hauptgruppen, je nachdem die Lösung unmittelbar durch Anwendung der betreffenden Sätze des Lehrgebäudes oder durch Data oder durch geometrische Oerter oder durch Reduction oder durch Analogie oder durch algebraische Analysis erfolgt. Die wichtigsten Data oder geometrischen Oerter sind besonders zusammengestellt. Die Anleitungen zu den einzelnen Lösungen fassen das Nothwendige und Hinreichende zusammen; auch die schwächeren Schüler werden hiernach befähigt sein selbständig zu arbeiten.

Im Einzelnen dürften folgende Bemerkungen zu machen sein:

Dass eine gerade Linie der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten sei, wird als ein Grundsatz aufgeführt, wofür der Grund um so weniger einzusehen ist, da hinterher der strenge Beweis dafür, dass die Summe zweier Dreiecksseiten grösser sei als die dritte Seite, angedeutet wird.

Der erste Beweis des 21. Lehrsatzes pg. 5 ist unrichtig, da der Satz, dass ein gestreckter Winkel zwei Rechte ausmacht, im Vorigen nicht bewiesen ist und überdies mit dem zu beweisenden Satze im Grunde genommen zusammenfällt.

Die Theorie der Parallelen geht von dem Grundsatze aus, dass eine unbegrenzte Gerade, die von einem Punkte zwischen den Schenkeln eines hohlen Winkels gezogen wird, wenigstens einen Schenkel des Winkels durchschneidet, und, wenn man nun einmal von einer strengen Theorie für den ersten Unterricht glaubt absehen zu müssen, so dürfte wohl kaum ein einfacherer und anschaulicherer Satz an die Spitze der betreffenden Lehre zu stellen sein.

Der Satz 39 (zwei Linien, welche senkrecht stehen auf den Schenkeln eines Winkels, der kein flacher ist, schneiden sich) fehlt in den meisten Lehrbüchern, sehr mit Unrecht, da es der so noth-

wendigen Gründlichkeit nicht entspricht, ohne Weiteres z. B. anzunehmen, dass je zwei Höhen eines Dreiecks sich schneiden. Ebenso erscheint die Einfügung des Satzes 25 (die kleinste von allen Linien, welche man von einem Punkte ausserhalb einer geraden Linie bis zu derselben ziehen kann, steht senkrecht auf der Linie) als recht zweckmässig.

Hingegen die Sätze 189 und 190 — „der Umfang eines einem Kreise einbeschriebenen Vieleckes nimmt zu, wenn man die Anzahl der Seiten verdoppelt“ und „der Umfang eines einem Kreise umschriebenen Vieleckes nimmt ab, wenn man die Anzahl der Seiten verdoppelt“ — konnten füglich wegbleiben und das Gleiche gilt von den Sätzen 249 und 250 über die Aehnlichkeit von Parallelogrammen.

Die Anleitung zur Lösung derjenigen Dreiecksaufgaben (pg. 114, 74), bei welchen die Summe oder Differenz zweier zum Dreiecke gehörigen Linien gegeben ist, erscheint etwas zu dürftig. Namentlich fehlt die Notiz, dass die Construktion der gegebenen Summe oder Differenz immer durch einen Kreis bewerkstelligt werden müsse, dessen Mittelpunkt der Schnittpunkt der beiden betreffenden Linien ist. Das ist in allen Fällen auf doppelte Art möglich und führt auf eine doppelte Analysis, die mitunter beide Male und mitunter auch nur einmal auf ein leicht zu bestimmendes Hülfsdreieck führt.

Proportions- und Aehnlichkeitsaufgaben sind in einem ersten Abschnitte (pg. 121) nur 47 gegeben; dazu treten unter den vermischten Aufgaben noch 59 meist schwierigere hinzu. Die Anzahl der die erste Gruppe bildenden leichteren Aufgaben dürfte bei einer folgenden Auflage passend vermehrt werden.

Der II. Theil umfasst auf nur 48 Seiten das System der stereometrischen Sätze, in einem Anhange (pg. 49—60) die Theorie der regulären Polyeder, 46 Uebungssätze (pag. 61—65), 25 Construktionsaufgaben (pg. 65—67), endlich (pg. 67—87) 228 Berechnungsaufgaben nebst deren Resultaten.

Der Lehrgang selbst zerfällt in zwei Abschnitte, deren einer (pg. 1—22) von den ungeschlossenen stereometrischen Gebilden handelt (Lage der geraden Linien zu einer Ebene und zu einander — Lage zweier Ebenen zu einander — Lage dreier oder mehrerer Ebenen zu einander; von den körperlichen Ecken); der andere (pg. 22—49) befasst die Lehre von den geschlossenen stereometrischen Gebilden (von den Körpern im Allgemeinen — von den Eigenschaften der Körper; Punkte, Linien und Flächen an denselben — von der Bestimmung der Oberfläche der Körper — von der Inhaltsgleichheit und dem Inhaltsverhältnisse der Körper — von der Inhaltsbestimmung der Körper).

Im Ganzen ist die euklidsche Beweismethode beibehalten; doch ist bei der Oberflächenbestimmung der krummflächig begrenzten Körper hiervon abgewichen — nicht zum Vortheile der Deutlichkeit, da die Anwendung, welche von dem Begriffe des Unendlichkleinen

hierbei gemacht wird, durch den Hinweis auf ein paar frühere Paragraphen nicht erklärt wird.

Im Einzelnen fällt noch auf, dass bei dem Beweise des Satzes, dass der Durchschnitt zweier Ebenen eine gerade Linie sei, ohne weiteres die Annahme zweier den beiden Ebenen gemeinsamer Punkte gemacht wird.

Die Zahl der Uebungslehrsätze und der Construktionsaufgaben erscheint unzureichend, mindestens für solche Schulen, in denen nicht ausschliesslich die rechnende Stereometrie in den Vordergrund tritt; auch befähigt die in dem Werke selbst gegebene theoretische Grundlage die Schüler sehr wohl zur Bewältigung eines ausgedehnteren Aufgabenmaterials.

Die Berechnungsaufgaben sind durchweg zweckmässig gewählt und empfehlen sich auch dadurch, dass sie hinlängliche Abwechselung bieten — nur etwa die Einfügung einiger den Anwendungen angehöriger Aufgaben wäre zu wünschen.

Uebrigens erachtet Referent das besprochene Lehrbuch, welches auch sonst nach Druck und Ausstattung zu rühmen ist, für wohl geeignet zur Einführung an Gymnasien und Realschulen und schliesst mit dem Wunsche, dass den beiden Herrn Verfassern die Ausarbeitung des trigonometrischen und arithmet. Theiles, welche sie in Aussicht stellen, eben so gut gelingen möge.

ELMSHORN. Dr. SCHWARZ.

DRONKE, Dr. AD. (Direktor der Königl. Provinzial-Gewerbeschule in Coblenz.) Einleitung in die höhere Algebra. Erster Theil. Halle, Verlag von Louis Nebert 1871. 170 Octavseiten. Preis 22½ Sgr.

Die Inhaltsangabe dieses Buches ist merkwürdiger Weise nicht für sich hingestellt, sondern in die Vorrede verwebt. „Anlehnend an die niedere Algebra werden zunächst kurz die Lehren von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen berührt und die Auflösungen der Gleichungen zweiten, dritten und vierten Grades gegeben; sodann werden im folgenden Abschnitte die Eigenschaften und Gesetze der höheren arithmetischen Reihen, der Permutationen u. s. w. und hieran anschliessend die Auflösung der Gleichungen ersten Grades mit mehren Unbekannten durch die Determinanten gezeigt und schliesslich das Binom und Polynom entwickelt. Der dritte Abschnitt behandelt die Kettenbrüche und die Congruenzen ersten Grades; der vierte beschäftigt sich mit Haupteigenschaften der ganzen algebraischen Functionen mit reellen Fortschreitungsbuchstaben und sind hierbei die Derivationen schon aus dem Grunde eingehender betrachtet, weil dieselben für die Lehre der Gleichungen nothwendig sind, da — dem Zwecke des Buches entsprechend — Kenntniss der Differentialrechnung nicht vorausgesetzt ist. Die demnächst erscheinende

zweite Hälfte wird die Functionen mit complexen Variablen, die Reihen und die Gleichungen behandeln."

Was hierbei zunächst auffällt, ist die Stellung der Lehre von den Kettenbrüchen. Diese Lehre wird vollständig gegeben und zwar mit besonderer Berücksichtigung der unendlichen periodischen Decimalbrüche — letztere gehören offenbar nicht in den ersten Theil, der wesentlich die Algebra der endlichen Grössenformen enthält, während der zweite Theil die mit dem Unendlichen zusammenhängenden Grössenformen erörtert. Freilich ist die Scheidung zwischen der Algebra des Endlichen und Unendlichen überhaupt nicht streng durchzuführen: aber da unendliche Reihen und unendliche Kettenbrüche auf demselben analytischen Boden stehen, so mussten mit den ersteren auch die letzteren in den zweiten Theil gestellt werden.

Die Uebersichtlichkeit über das Ganze würde gewonnen haben, wenn der Seitenangabe eine Angabe mindestens der betreffenden Capitel beigefügt worden wäre.

Gleich im Anfange wird der Begriff der reellen Zahlenreihe dadurch festgestellt, dass die Zwischenräume zwischen je zweien benachbarten natürlichen Zahlen durch wachsende Potenzen von 10 getheilt werden. Die so erhaltene Zahlenreihe ist, wie beiläufig erwähnt wird, stetig und die einzige reelle, die möglich ist. Erstere Eigenschaft hätte eingehender erörtert werden sollen, da der Begriff der Stetigkeit zu wichtig ist um so nebenher abgemacht werden zu können; letztere Eigenschaft dagegen erscheint überhaupt noch nicht ausser allen Zweifel gestellt. Denn die Theilung kann ebensogut durch Potenzen einer von 10 verschiedenen Zahl erfolgen: dass dadurch dieselbe Zahlenreihe erhalten wird, bedarf des Beweises.

Die reelle Zahlenreihe enthält rationale und irrationale oder, wie vielleicht passender gesagt wird, commensurable und incommensurable Zahlen. Dieser Unterschied bleibt unerörtert und, wie mit irrationalen Zahlen zu rechnen sei, wird freilich mehrfach vorausgesetzt, aber nirgends angegeben. Möglich ist es, dass der Herr Verfasser derartige Betrachtungen der niederen Algebra zurechnet — jedoch stimmt es mit dieser Auffassung nicht zusammen, wenn er gleich darauf die Möglichkeit irrationaler Wurzeln und Logarithmen zu erweisen unternimmt. Der hierfür gegebene Beweis ist unzureichend. Derselbe geht davon aus, dass die Gleichung $y = f(x)$ eine Curve ausdrücke und schliesst aus deren Stetigkeit, dass jedem Werthe von x ein eindeutig bestimmter Werth von y gehöre. Zuzugeben ist, dass den verschiedenen auf einander folgenden Werthen von x die verschiedenen auf einander folgenden Punkte der Abscissenaxe entsprechen, auch dass die zugehörigen Ordinaten eine Reihe stetig auf einander folgender Parallelen bilden — aber nur, wenn die in Betracht gezogene Function von x stetig ist, sind die Endpunkte je zweier benachbarten Ordinaten einander unendlich nahe

und schliessen sich zu einem stetigen Zuge an einander. Die ohne irgend einen Versuch der Begründung gemachte Annahme von der Existenz der stetigen Curve kommt auf die Annahme von der Stetigkeit der in Betracht gezogenen Function zurück; das zu Erweisende wird im Beweise vorausgesetzt.

Die Rechnungsoperationen mit complexen Zahlen werden ohne Feststellung ihres besonderen Sinnes in Betracht gezogen und hierbei die Regeln der gemeinen Arithmetik ohne den hinzugefügten Beweis der Berechtigung angewandt.

Auch bei der Auflösung der cubischen Gleichungen wird ohne Beweis vorausgesetzt, dass die Werthe eines Ausdruckes von der Form $x^3 + ax^2 + bx + c$ sich zugleich mit den Werthen von x stetig ändern.

Die pg. 19 vorgeschlagene Einschliessung eines Zahlenausdruckes in Klammern, um den absoluten Werth desselben zu markiren, dürfte schwerlich Beifall finden.

Pg. 28 findet sich ein Druckfehler: die Erhebung des ersten Gliedes der Gleichung 57 in die vierte Potenz ist nicht angedeutet.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung von pg. 61—66 ist zu dürftig behandelt, indem zu wenige der in Betracht kommenden Fälle ausgeführt sind.

Die (pg. 126) eingeführte Bezeichnung der unabhängig Veränderlichen als eines Fortschreitungsbuchstabens erscheint nicht nachahmenswerth.

Pg. 148 findet sich ein unangenehmer Druckfehler: die erste der Gleichungen VII muss nämlich $dF = \psi_x \, d\varphi + \varphi_x \, d\psi$ heissen.

Die angegebenen Ausstellungen mit Ausnahme der ausführlicher besprochenen sind nicht erheblich genug um den Werth des sonst sorgfältig gearbeiteten Werkes zu beeinträchtigen. Die sehr allseitige Behandlung der Gleichungen dritten und vierten Grades verdient im Gegentheile besonderes Lob, ebenso die grundlegenden Betrachtungen des 4. Abschnittes über ganze algebraische Functionen, wo eine Anzahl sehr einfacher und darum vielfältig ohne Beweis aufgeführter Sätze streng begründet werden; auch die Einführung der Derivationen erscheint allein schon durch ihre Anwendung auf die Theorie der Maxima und Minima hinlänglich gerechtfertigt. Ueberall wird durch glücklich gewählte Beispiele vom Besonderen zum Allgemeinen aufgestiegen und der Zweck des Herrn Verfassers zwischen der auf höheren Lehranstalten und der auf Hochschulen vorgetragenen Mathematik eine geignete Vermittelung herzustellen vollständig erreicht.

Referent schliesst mit dem Wunsche, dass der zweite Theil ebensogut wie der erste gelingen möge, und bemerkt noch, dass Druck und Ausstattung durchaus preiswürdig sind.

Elmshorn. Dr. Schwarz.

I. ADAM, W. **Anweisung zum Unterricht im Rechnen für Lehrer und zum Selbstunterricht; auf Grund der neuesten Mass-, Gewichts- und Münzbestimmungen und mit gleichmässiger Berücksichtigung des Kopf- und Tafelrechnens bearbeitet.** Potsdam 1870. (351 S.) Preis 1 Thlr. 5 Sgr.

Das Buch gleicht den schon bisher zum Unterricht der Seminaristen benutzten. Ein Vorzug, der zufolge der Vorrede die Herausgabe des Buches veranlasst hat, liegt in der Anwendung der neuen Masse und Gewichte, während die preussische Geldwährung durchaus herrscht. Einen anderen Vorzug finden wir in dem richtigen Gebrauche des Divisionszeichens.

Im Uebrigen lässt sich dasselbe sagen, wie über die gebräuchlichen ähnlichen Bücher. Die schroffe Trennung nach Zahlenkreisen, die Illustration durch Dominosteine (zur Zerlegung der Zahlen in Summanden), die langen das Auge angreifenden Reihen von Strichen und Punkten ohne abtheilende Ruhepunkte, die ermüdende Ausführlichkeit in der Unterscheidung verschiedener Fälle und in den Regeln für dieselben (z. B. 8 Additionsfälle im Zahlenkreise bis 1000: a) Einer zu reinen Hunderten etc.), die frühzeitige Anwendung der Bruchform (in den „Zahlenkreisen" kommt vor $3 = \frac{6}{2}$, $3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$, $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, $\frac{1}{18}$ von $65 = 3\frac{11}{18}$, $\frac{23}{25}$ von $100 = \frac{92}{100}$, $\frac{11}{12}$ Hektare kosten 671 $\mathcal{R}$, was kostet 1 Hektar), die förmliche Papierverschwendung mit den „Reihenfolgen" (z. B. 20—1, 19—1, 18—1 etc. 1, 3, 5, 7 etc.) sind gemeinschaftliche Eigenthümlichkeiten.

Das Kopfrechnen ist scharf getrennt vom Zifferrechnen. Manche Rechenvortheile sind frühzeitig besprochen, z. B. $27 \times 27 = (27 + 3)(27 - 3) + (3 \times 3)$ ohne Beweis, ebenso die Theilungsregeln, die viel weiter ausgedehnt sind, als es nöthig ist, z. B.: Ob eine Zahl durch 13 theilbar ist, erkennt man durch Untersuchung (Division) mit 91 u. dergl., aber durch das ganze Buch hindurch wird mit 30, 12, ja sogar mit einziffrigen Zahlen lang dividirt, selbst ohne Weglassung der Null an der 30. In einem Buche, das nach Silbergroschen rechnet, hat das Einmaleins der 12 doppelte Wichtigkeit; statt der oben erwähnten (ziemlich zahlreichen) künstlichen Regeln sollte man lieber dem Schüler Anweisung geben, mit 12 in derselben Weise zu dividiren, wie mit einziffrigen Zahlen, nämlich ohne erst die Theilprodukte unterzusetzen. Von einer Verbindung des Kopfrechnens mit dem schriftlichen ist keine Rede.

Die Zeitrechnung ist ziemlich ausführlich, enthält zugleich die Geschichte des Kalenders, auch die Regel für die Berechnung des Osterfestes.

Der Begriff des Bruches wird, nachdem längst Brüche angewandt worden sind („frühzeitige Heranziehung der gewöhnlichsten Bruchformen" ist Princip) durch fünferlei Anschauung erläutert. Auch in der Bruchlehre findet sich überflüssige Nomenclatur z. B. verwandte, nahe verwandte Brüche etc. Die Division wird nach der Umkehrungsregel gelehrt.

„Die Zusammengehörigkeit der Decimalbrüche und gemeinen Brüche steht gegenwärtig ausser Zweifel,“ sagt der Verfasser offenbar in Bezug auf die in ähnlichen Büchern übliche Zurücksetzung der Decimalbrüche ans Ende des ganzen Unterrichtes. Die Behandlung derselben stützt sich mehr als wir billigen, auf die gemeinen Brüche. Wir geben der von den gemeinen Brüchen unabhängigen Behandlung der Decimalbrüche, wie sie sich in dem im vorigen Jahre besprochenen Schriftchen von Mauritius findet, entschieden den Vorzug, natürlich ohne damit zu sagen, dass die Verwandtschaft beider nicht überall nachzuweisen wäre.

In den Regeldetriansätzen durch Proportionen stellt der Verf. die alte Frage: Je mehr, desto mehr oder weniger? z. B. je weniger Arbeiter, desto mehr Zeit. Sind dem Verfasser in seiner 26jährigen Praxis noch nicht Aufgaben vorgekommen wie folgende: Je schwerer ein Wagen beladen ist, desto langsamer bringen ihn die Pferde vorwärts, je mehr Centner, desto mehr Zeit; wenn also der Wagen mit 20 Ctr. in 2 Stunden ans Ziel gelangt, so wird er mit einem Centner in 6 Minuten ankommen? — Man hält in allen ähnlichen Büchern für selbstverständlich, dass dieses „mehr“ den Begriff der Multiplication enthält, was offenbar fehlerhaft ist. Diese Fragweise „je mehr desto mehr oder weniger?“ hat längst den Untergang verdient.

Den Schluss bildet die Berechnung von Flächen und Körpern.

Trotz aller Gründlichkeit und meist richtigen Methodik scheinen uns doch dergleichen Bücher einem angehenden Lehrer nur mit Vorbehalt empfehlenswerth, während das eben zu besprechende von Gies nur Nutzen bringen wird.

II. Gies, Dr. Wilh. Anweisung zur methodischen Behandlung des Rechenunterrichts an Volksschulen und den unteren Klassen höherer Lehranstalten. Fulda 1867. (98 S.)

Als etwas Vorzügliches empfehlen wir dieses Büchlein angelegentlichst Allen, denen die Aufgabe obliegt, die Jugend in den Begriff und die Anwendung der Zahl einzuführen. Ganze Zahl, Bruch- und angewandte Rechnungsarten (zum Schlusse auch die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel) werden in klarer Weise und an sehr mannigfaltigen, für die betreffenden Altersstufen völlig geeigneten Anwendungen behandelt. Die Methode weicht schon in den Elementen von der in den Volksschulen üblichen, wie sie auf den Seminarien gelehrt wird, in vortheilhafter Weise ab, sie verschmäht den starren Schematismus (Zahlenkreis 1—10, 10—100 u. s. w.), vermeidet überhaupt die Fehler der letztern Methode, und verdient daher ganz besonders die Beachtung der Seminarlehrer als ein heilsames Gegengewicht gegen die in den Seminarien gewöhnliche „alleinseligmachende“ Methode, die zum Schaden der Wissenschaftlichkeit so herrschend geworden ist, dass der junge Seminarist jede andere Methode selbstzufrieden zu belächeln pflegt.

Nicht minder aber ist das Schriftchen den Lehrern an höheren Lehranstalten zu empfehlen, die sehr gewöhnlich den Rechenunterricht ohne alles methodische Studium, oft auch in der Täuschung übernehmen, dass späterhin die Algebra den Schülern des Rechnen mit Zahlen werde verständlich machen, und so theils einen blossen Mechanismus anlernen, theils durch Experimentiren die Schüler misshandeln. Wohl selten wird dieser Unterricht von einem jungen Lehrer übernommen in der Ueberzeugung, dass der Erfolg des mathematischen Unterrichts der oberen Klassen wesentlich von einem richtigen Verständniss der Elemente (zumal auch der Bruchrechnung) bedingt ist.

Es lässt sicht nicht gut zur Charakterisirung der Methode des Buches eine einzelne Stelle herausgreifen, wir glauben aber voraussagen zu können, dass diese Empfehlung des Werkchens von Jedem, der es gelesen, gebilligt werden wird. Nur das Eine sei erwähnt, dass für die Aufsuchung des Generalnenners der Vortheil der Zerlegung der Nenner in Primfactoren sehr klar entwickelt ist.

Die Bedeutung des Buches für die Didaktik mag es auch rechtfertigen, dass wir es jetzt, 4 Jahre nach seinem Erscheinen, noch besprechen.

III. Adam, W. Aufgaben zum Kopfrechnen. Potsdam 1871. (180 S.)

Die Schrift behandelt anfangs die Zahlen der Reihe nach einzeln in der bekannten methodischen Weise. Der gewohnte Schematismus bringt es mit sich, dass allen Zahlen ungefähr gleich viel Raum gewidmet wird, während Gies mit Recht hervorhebt, dass man (um nicht zu ermüden) nicht jede Zahl zu behandeln braucht, und dass einzelne (10, 24) bedeutend bevorzugt werden müssen. Wo nach Silbergroschen gerechnet wird, verdient die 12 doppelt ausführliche Behandlung, desgleichen die 10 als Grundlage des Zahlensystems, während z. B. 13, 17 u. s. w. kurz abgethan werden können.

Bei mehrziffrigen Zahlen folgt der Verf. dem gewöhnlichen Grundsatze, beim Kopfrechnen in der Addition und Multiplication links, beim schriftlichen Rechnen aber rechts zu beginnen. Ich finde es eben so bequem, bei der Addition der Zahl 205 erst die 5 zu addiren und dann die 200, wie umgekehrt; auf die erstere Weise bleibt die Verbindung mit dem schriftlichen Rechnen offen. Die herrschende Ansicht, der auch der Verf. zustimmt, betrachtet es beinahe als einen Fehler, wenn man beim Kopfrechnen ebenso verfährt, wie beim schriftlichen.

Im Uebrigen sind Aufgaben und Anordnung ähnlich wie in des Verfs. schon besprochenen „Aufgaben für schriftliches und mündliches Rechnen.“ Der Stoff der angewandten Aufgaben ist im Ganzen gut gewählt, freilich etwas einförmig.

Die Aufgaben aus dem Geschäftsverkehr (Regeldetri etc.) sind sehr zahlreich.

Im Uebrigen verweisen wir auf die Recension der oben erwähnten Rechenhefte desselben Verfassers.

Dresden. J. Kober.

Scholl, G. H. J. Grundriss der Naturlehre zum Behufe des populären Vortrages dieser Wissenschaft, neu bearbeitet von Böcklen (Vorstand der Realanstalt in Hall). 7. Auflage. Ulm 1871, Wohler'sche Buchhandlung. (Preis 1 fl. oder 18 Ngr.)

Die Redaction dieser Ztschr. hat mir das vorbenannte Werkchen zur gelegentlichen Beurtheilung und zu einer etwaigen Vergleichung mit der bekannten Crüger'schen „Schule der Physik" zugesandt, und ich will mich dieses Auftrages um so lieber erledigen, als er Veranlassung wird, einige principielle Vorfragen näher zu erörtern. Meine Ansicht über die Stellung der Physik unter den übrigen naturwissenschaftlichen Disciplinen habe ich in der Anzeige über die „Physik von Spiller"*) kurz angedeutet. Die Physik ist nichts mehr und nichts weniger als die Philosophie des gesunden Menschenverstandes über Fragen aus der Natur und ihren verschiedenen Gebieten, sie muss also ihrer Wahrheit nach nicht allein Naturerscheinungen mittheilen, sondern auch erklären, wenigstens, wenn auch mit Hülfe hypothetischer Vorstellungen, zu erklären versuchen. Vorträge über Physik können demnach populär sein, sie eignen sich indess nur für den gereiften und im Denken wenigstens in etwas geübten Verstand. In allen übrigen Disciplinen der Naturwissenschaft wiegt die Thatsache vor, das Thatsächliche will ich kennen lernen, wie es zu verwenden und mir dienstbar zu machen suchen; in der Physik wird die Thatsache gewissermassen als Substrat vorausgesetzt, das Thatsächliche soll erklärt werden. Es scheint demnach, als ob die pädagogischen Ansichten über Vorträge der Physik in niederen Schulen, in Lehrerseminarien, in höhern Töchterschulen, in Handwerkerfortbildungsschulen etc. einige Correcturen erfahren müssten. Und so ist es in der That! In all den genannten Anstalten kann kein kurzer Abriss der Physik, wie er sich namentlich als Auszug aus einem grösseren Werke ergeben würde, angewandt werden; die Physik kann in ihnen nur mit Auswahl nach bestimmt angegebenen Gesichtspunkten, nie aber als ein Ganzes mit Uebergehung des zu Schwierigen oder sogar des Zurechtlegenden und Erklärenden gelehrt werden. Ich kann mir beispielsweise denken, in einer höheren Töchterschule den physikalischen Unterricht an die Entwicklung des Begriffes Klima zu binden, oder in einer Elementarschule an die wichtigsten physik. Apparate, so weit sie in einem bürgerlichen Haushalte zur Anschauung kommen, oder in einer Handwerkerfortbildungsschule an die Vorführung der einfachen und zusammengesetzten Maschinen. Dadurch gewinnt man nämlich einen regelnden Mittelpunkt, der verschiedenartige, anscheinend weit auseinander liegende Materien mit einander verknüpft und wenigstens zum Theil die tiefere ausreichende Erklärung ersetzt, welche der ungereifte Verstand zur Zeit nicht zu erfassen vermag, an der er

*) Bd. I. S. 316—322. D. Red.

aber allmälig erstarkt und für eigenes selbstthätiges Fortschreiten befähigt wird. In Schullehrerseminarien vollends ist die grösste Umsicht zu handhaben. Die künftigen Volksschullehrer sollen gerade durch die Physik zum Denken angeleitet werden, für sie ist diese Wissenschaft allein das formale Bildungselement, da die fremden Sprachen, die Geometrie und Algebra ihnen nicht übermittelt werden können. In Schullehrerseminarien würde ich eine Volksphysik vortragen d. h. eine Sammlung sämmtlicher naiver Volksauffassungen über die Natur und die natürlichen Dinge, um sie durch vernünftige wissenschaftliche Erklärung zu läutern. Seichte Aufklärerei nützt dem Volke nichts, noch weniger darf man dasselbe gewissermassen vor den Kopf stossen und den Vorwurf des Aberglaubens fallen lassen, die Auslassungen meiner Gedanken sind vielmehr von den Verunreinigungen durch alberne und unkluge Vorurtheile und dem gefährlichen Gewirre der verschiedenartigsten fremden namentlich religiösen Vorstellungen, auf welche der gemeine Mann als die ihm bekanntesten so gerne zurückgreift, zu scheiden und in das Reich des klaren Verständnisses zu erheben.

Das vorliegende Werkchen des Herrn Böcklen ist in seiner ursprünglichen Bearbeitung durch Scholl, wie die Vorrede angibt, für höhere Töchterschulen bestimmt gewesen, und dann auch in Schullehrerseminarien, in Bürgerschulen, überhaupt in Anstalten, in denen eine eigentlich gelehrte Behandlung der Physik nicht am Platze ist, gebraucht worden. Es ist nicht nach einem der oben skizzirten Gesichtspunkte abgefasst, sondern einfach ein Auszug aus einem grösseren Werke „gemeinfassliche Naturlehre von Scholl“, welches überall den herkömmlichen Canon der physikalischen Lehren beibehält und bei den nothwendigen Abkürzungen auf die grössere Quelle verweist. Die Kritik tritt natürlich unter diesem Umstande in ein eigenthümliches Verhältniss zum Verfasser; dessen Intention sie vor allem Rechnung zu tragen hat. Ist dieselbe nicht anzuerkennen, so kann die weitere Verhandlung abgebrochen werden, und in dieser Lage befindet sich der Referent. In Erwägung jedoch, dass sein Standpunkt vielleicht zu grosse Anforderungen macht, und um den Beweis zu liefern, dass er die Arbeit nicht mit einigen allgemeinen Redensarten los werden will, soll doch noch eine kleine Lese von Anmerkungen gegeben werden, die die Weise des Verfassers charakterisiren oder Vorschläge zur Güte enthalten, immer aber den Zweck verfolgen soll, die Leser dieser Blätter zur eigenen Prüfung und Entscheidung aufzufordern.

Was in einen Auszug aus einem grösseren Werke aufzunehmen ist, was wegzulassen, weil es als zu schwierig oder für den ersten Unterricht als überflüssig gilt, das ist sehr häufig Sache des subjectiven Beliebens. Zweifelhaftes gibt es da in Hülle und Fülle. Wenn z. B. vom Hebel gehandelt wird, so wird man gewiss den Unterschied zwischen ein- und zwei-armigem Hebel auch in Worten nicht bloss in den Zeichnungen festgesetzt sehen mögen, oder man verlangt nach der praktischen Darlegung der Hebelgesetze an ge-

wissen zweifelhaften Werkzeugen, einem Brodmesser etwa, bei dem ein Anfänger nicht so leicht auf den Unterstützungspunkt fallen wird, zumal derselbe sich in gerader Linie fortbewegt. Den Ausfluss des Wassers würde ich nicht besprechen ohne ein für bestimmte Masse geeignetes Zahlenbeispiel, gewiss dann nicht, wenn ich in einer Anmerkung die Verminderung der ausfliessenden Wassermenge *in praxi* näher bestimmt hätte. Setzt man die Seitenlängen und Schwingungsverhältnisse der Tonleiter auseinander, so wird man nichts Ueberflüssiges thun, wenn man den Unterschied zwischen Dur und Moll hinzunimmt, namentlich in Mädchenschulen, da junge Clavierspielerinnen fast immer nur mechanisch abgerichtet werden; überall dürften aber in einem noch so kleinen Leitfaden einige Andeutungen über Violine, Clavier, Flöte, Orgel etc. nicht fehlen. Zu den Farben des Spectrums gehören nothwendig auch die durch Interferenz und Polarisation. — Um zu zeigen wie der Verfasser den Stoff ausnutzt, mag die Inhalts-Angabe seiner Elektricitätslehre genauer dargelegt werden. Er handelt zunächst von der Reibungselektricität oder der Elektricität im engern Sinne, und von elektrischen und nicht elektrischen Körpern oder Leitern und Nichtleitern ausgehend bespricht er die Gesetze der elektr. Anziehung und Abstossung, der Mittheilung *(sic!)* und Vertheilung des elektr. Lichtes, der Geschwindigkeit, der Elektrisirmaschine, der Leidener Flasche und des Elektroscopes; sodann wird der Galvanismus behandelt und in ihm die Doppelplatte, die Voltasche Säule und die Bunsensche Zinkkohlenkette, weiterhin die Ablenkung der Magnetnadel durch den elektr. Strom besprochen und mithin auch der Schweiggersche Multiplicator und die elektr. Telegraphie; die magnetoelektrische Rotationsmaschine, die Thermosäule und die elektrischen Meteoren(!): Gewitter, Wetterleuchten und Wetterlichter vollenden des Verfassers Elektricitätslehre. Um genau zu sein, mag noch angemerkt werden, dass die elektr. Meteore vor dem Galvanismus eingeschaltet und vor den Bemerkungen über den Elektromagnetismus die nothdürftigsten Andeutungen über den Magnetismus selbst gegeben sind. Man sieht sofort, dass der Elektrophor und der Condensator nicht angeführt, des Unterschiedes zwischen constanten und nicht constanten Ketten nicht gedacht ist, um nur das Wichtigste auch für untere Schulen zu erwähnen, und kann sich demnach der Ueberzeugung nicht verschliessen, dass der Verfasser nur vereinzelt wenige Thatsachen und Erscheinungen mechanisch aneinander reihte. In Rücksicht auf sprachliche Darstellung mag bemerkt werden, dass man nicht sagen darf „Stoff oder Materie,“ als wenn beide Begriffe identisch wären, sie sind im Gegentheil so verschieden, dass man vielleicht erklären darf: Physik ist die Lehre von der Materie und Chemie die von den Stoffen. Wärme, Elektricität u. s. w. sind nicht Kräfte, sondern Erscheinungen, welche durch Molekularkräfte hervorgerufen sind. Die Körper sind nicht fest **und** flüssig und letztere wieder tropfbar **und** elastisch flüssig, die Körper sind fest **oder** flüssig **oder**

luftförmig, wie es Herr Böcklen auch ganz richtig in seinem chemischen Theile anführt. Merkwürdig unklar sind des Verfassers ziemlich lange Auseinandersetzungen über Ozon; es tritt nicht der richtige Gedanke hervor, dass Sauerstoff, an und für sich indifferent, erst nachdem der elektr. Strom durch ihn hindurchgegangen, im Stande ist, sich mit andern Körpern zu verbinden, und als solcher Ozon genannt wird. Nicht selten ist Verschiedenartiges mit einander verknüpft; hiervon eine Probe. Ueber den Versuch des Gefrierens unter der Luftpumpe heisst es: „Das Sieden tritt unter der Glocke der Luftpumpe bei einem weit geringeren Wärmegrade ein als in unverdünnter Luft. Es wird dadurch dem Wasser nach und nach so viel Wärme entzogen, dass es sich bis auf 0^0 erkältet (!) ja sogar bei vollkommener Ruhe bis auf 10^0 (soll heissen — 10^0), ohne zu gefrieren; bei der geringsten Berührung bilden sich aber sofort Eisnadeln."

Die Schule der Physik von Crüger ist ganz anders beschaffen als das Werk des Hr. Böcklen. Dieselbe folgt einem ganz bestimmten Principe in ganz ausgezeichneter Weise. Ueber das Princip, nur Experimente zu geben und alle theoretischen Erörterungen zu vermeiden, lässt sich natürlich streiten, die Ausführung kann nur lobend anerkannt werden.

Eine Vergleichung Crüger's mit Weinhold's neuer Arbeit „Vorschule der Experimentalphysik" (nach Stöckhardt's Vorschule der Chemie) ist für pädagogische Zwecke sehr wünschenswerth.

NEUSTADT. FAHLE.

SCHLICHTING, M. **Chemische Versuche einfachster Art, ein erster Cursus in der Chemie für höhere Schulen und zum Selbstunterricht, ausführbar ohne besondere Vorkenntnisse und mit möglichst wenigen Hülfsmitteln.** 3. Aufl. 1871. Kiel, Ernst Homann. 20 Gr.

Dr. Himly, Professor der Chemie in Kiel, sagt in dem Vorwort zur ersten Aufl.: „Es möchte schwerlich einem Andern, der nicht selbst schon als Volkschullehrer sich herausgebildet hat, gelingen können, ein derartiges Buch zu schreiben, welches mit solcher Klarheit und Deutlichkeit den Zweck erfüllt, den der Verfasser vor Augen hatte." Der Verf. selbst bezeichnet das Werkchen als Vorschule zu Stöckhardt's Schule der Chemie, daneben aber auch für eine grosse Zahl von Schulen als ausreichenden Lehrgang. Auf den ersten 16 Seiten werden die Eintheilung der Elemente, deren chemische Zeichen und Mischungsgewichte, die Charakterisirung der Gruppen kurz besprochen. Als Vorbereitendes werden dann in 22 Paragraphen die nothwendigen Vorbegriffe (Filtriren, Füllen, Säure, Basis, Verwandtschaft, Behandlung von Glasröhren u. s. w.) an Beispielen erläutert. Nachdem nun auf fast 200 Seiten die wichtigsten Elemente und Verbindungen besprochen, folgt als Anhang die An-

gabe der für die Versuche nöthigen Apparate und Chemikalien, welche in einfachster Form für 6—7 Thlr. zu beschaffen sind.

Die Versuche selbst sind mit besonderer Sorgfallt beschrieben, so dass sie auch von Schülern nach der gegebenen Anleitung ausgeführt werden können. Daneben wird durch sehr zahlreiche Erklärungen von Vorgängen des täglichen Lebens zu eigenen Beobachtungen angeregt. Wenn somit Verfasser die Aufgabe des ersten Theils seines Motto's: „Die Chemie ist nicht blos ein Wissen, sondern auch ein Können. In der Benutzung ihrer Resultate liegt ihr materieller Werth, das bildende Moment aber in der rationellen Auffassung ihrer Vorgänge" gut gelöst hat, so ist er dagegen mit dem „bildenden Moment" weniger glücklich gewesen. Dem ganzen Werkchen sind die alten Anschauungen zu Grunde gelegt, Aequivalente und Atome verwechselt, und auf die Verwandtschaft der Elemente ist keine Rücksicht genommen, sondern die Eintheilung in Organogene, Pyrogene u. s. w. beibehalten. So sind die ihrem Verhalten nach zusammengehörenden Körper: Stickstoff, Phosphor und Arsen in drei verschiedenen Abschnitten zu suchen und die völlig unähnlichen Kohle und Wasserstoff zusammengestellt. Wenn ferner Ref. einer häufigen Anwendung von Formeln im Allgemeinen zustimmt, so dürfte es doch beim Beginn des chemischen Unterrichtes besser sein Verbindungen, Zersetzungen u. dergl. nur in Wortgleichungen, z. B.

Zink + Schwefelsäure = schwefelsaures Zink + Wasserstoff.
auszudrücken. Später würden dagegen die Formelgleichungen z. B.

$$Zn + H_2SO_4 = H_2 + ZnSO_4$$

den Vorzug vor den Ausführungen des Verf. verdienen. No. 13 und 23 sind für den Anfänger, der nach der gegebenen Vorschrift studirt, mindestens sehr schwer verständlich.

Auch über einige Angaben sachlichen Inhalts ist Ref. anderer Meinung. So soll sich nach 40 und 47 Stickoxyd an der Luft zu salpetriger Säure oxydiren, während die entstehenden rothen Dämpfe doch wohl Untersalpetersäure sind. Ebenso wird die Salpetersäure beim Schwefelsäureprocess nicht zu salpetriger Säure (55), sondern zu Untersalpetersäure, die mit Wasserdampf in Salpetersäure und Stickoxyd zerfällt. Die Wirkung der Salpetersäure auf organische Stoffe besteht nicht immer darin, dass sie diese durch Abgabe von Sauerstoff in Basen verwandelt (41), sondern dass Wasserstoff durch die Nitrogruppe NO_2 ersetzt wird. In 86 wird die Behauptung ausgesprochen, dass unkundige Löschmannschaft durch Wasser das Feuer oft vermehrt, statt es zu vermindern. Allerdings wird Wasser durch glühende Kohlen zersetzt, es bilden sich namentlich Kohlenoxyd und Kohlenwasserstoff, die endlichen Verbrennungsproducte sind aber immer nur Kohlensäure und Wasser. Nach dem Princip der Erhaltung der Kraft ist aber offenbar dieselbe lebendige Kraft, hier also Wärme, zur Zersetzung des Wassers nöthig, als bei der

Verbrennung dieser Producte wieder frei wird. Da nun auch Wärme erforderlich ist um das Wasser zu verdampfen und den Wasserdampf auf die Temperatur der Verbrennungsgase zu bringen, so wird demnach Feuer durch Wasser stets abgekühlt. Obgleich Versuche mit trocknem und feuchtem Holze die Richtigkeit dieser Ausführungen bestätigt, werden noch sehr häufig die Steinkohlen vor dem Gebrauche tüchtig mit Wasser begossen. Holz und Torf scheinen dieser Misshandlung weniger ausgesetzt zu sein.

Sinnstörende Druckfehler wie Seite 47 Zeile 11 v. u. Glas statt Gas, S. 63 Z. 13 v. u. C_2O_4 statt C_2H_4 sind selten und leicht zu beseitigen.

Wenn Ref. mit dem Verf. nicht in allen Theilen übereinstimmt, so kann er die „chemischen Versuche" dennoch aus voller Ueberzeugung empfehlen, namentlich aber denen, die noch wenig praktisch gearbeitet haben.

Hannover. Dr. Ferd. Fischer.

Rivoli, J. **Ueber den Einfluss der Wälder auf die Temperatur der untersten Luftschichten.** Posen, Verlag von M. Leitgeber. 1869. 46 S.*)

Die Ansichten über den Einfluss des Waldes auf die Temperatur einer Gegend sind, obgleich vielfache Beobachtungen und Untersuchungen in dieser Beziehung schon seit geraumer Zeit angestellt wurden, bisher immer noch weit von einander abweichend gewesen. Doch lassen sich, wie der Verfasser der oben angeführten Schrift im 1. Abschnitt der Einleitung zu derselben bemerkt, die Ergebnisse der neueren Untersuchungen in Folgendem zusammenfassen: „1. Eine waldreiche Gegend erfreut sich eines kühleren Sommers und eines milderen Winters als waldarme Landstriche. 2. Derselbe im gleichen Sinne die Lufttemperatur modificirende Einfluss der Wälder spiegelt sich während des Sommers in der täglichen Periode ab: am Tage ist die Temperatur der Waldluft beständig niedriger, Nachts beständig höher, — die Schwankungen zwischen dem täglichen Maximum und Minimum sind im Walde geringer als im Freien. 3. Der Wald modificirt im hohen Grade die nächtliche Strahlung sowohl des Bodens, als auch der durch das äussere Waldgewölbe geschützten Blätter; in Folge dessen zeigen die über dem Waldboden ruhenden Luftschichten eine höhere Temperatur, als die über dem entblössten oder mit krautartiger und grasartiger Vegetation bedeckten Boden."

*) Die verspätete Anzeige dieses, sowie des folgenden Werkchens aus dem Gebiete der **Botanik** mögen die Leser damit entschuldigen, dass Raummangel die Aufnahme derselben in vorigem Sommer hinderte und dass wir den Winter ungeeignet, dagegen den, das botanische Studium immer aufs Neue anregenden Sommer für ganz geeignet zur Lectüre und Ansicht von dergl. Werken halten. D. Red.

Es ist sicher eine verdienstliche Arbeit, dass der Verfasser auf Grund mehrjähriger eigener Beobachtungen zur Lösung einer Frage von so grosser Bedeutsamkeit wie die über den Einfluss des Waldes auf die Temperaturverhältnisse beizutragen sucht, und es ist darum wohl auch gerechtfertigt, noch Einiges aus seiner Schrift hervorzuheben.

Was zunächst den Ort der Beobachtungen betrifft, so wurden diese in einer für dieselben sehr günstigen Gegend, der Ebene von Posen, angestellt. Weder bedeutende Bergrücken noch Meeresnähe, noch beträchtliche Unterschiede in der Erhebung des Bodens über dem Meeresspiegel wirkten als störende Umstände auf die Untersuchungen ein. „Die Kurniker Forsten liegen auf einem Flächenraum von circa 3 □Meilen zerstreut in 4 getrennten Complexen von c. zusammen = 16,000 Morgen. Den Hauptbestand bildet die Kiefer in reinen Beständen oder mit Birken und Eichen gemischt; an einigen Orten überwiegt das Laubholz.

Südöstlich werden die Kurniker Forsten an einer Stelle von der Warthe berührt; östlich von denselben erstreckt sich eine 2 Meilen lange Kette von Seen; die Erhebung über der Ostsee variirt auf dem Beobachtungsterritorium höchstens zwischen 190′ und 250′.

Bei der Beobachtung selbst wurden die Stationen häufig gewechselt, wobei folgende Vorsichtsmassregeln zur Richtschnur dienten: die Stationen sowohl im Walde, wie auf dem Felde wurden möglichst entfernt von dem Flusse und den Seen, in annähernd gleichem Niveau und unter demselben Windstriche gewählt; ihre gegenseitige Entfernung lag zwischen 1000 und 5000 Metern. Die Feldstation wurde stets so orientirt, dass der betreffende Wind aus einer unbewaldeten Gegend auf den Beobachtungsort ankam; die Waldstation hingegen, entweder im Centrum eines Reviers gewählt, oder auf der dem Winde entgegengesetzten Seite, wobei der Wind stets einen Waldgürtel von mindestens 800 Meter Breite zu passiren hatte. Die Thermometer wurden, da es sich hauptsächlich um die Temperaturzustände der untersten, erdnahen Luftschichten handelte, 1,5 Meter über dem Boden aufgehangen. Die Ablesung der Thermometerstände geschah von zwei Beobachtern gleichzeitig.“

Im 2. Abschnitte: „Der Wald und die thermische Windrose im Winter“ gelangt der Verfasser zu den Schlüssen: „Wenn mit dem Versinken des Pflanzenwachsthums in Winterruhe der Verdunstungsprocess, welcher die Lufttemperatur in hohem Masse beeinträchtigt, eingeschränkt worden ist, so stellen sich die nahen Beziehungen zwischen dem thermischen Verhalten des Waldes und der Temperatur der Winde recht deutlich heraus: mit der negativ geänderten (fallenden) Temperatur des Windes modificirt der Wald die Lufttemperatur im positiven Sinne; das Maximum dieser Modification liegt auf dem *NNO*, also nahezu auf dem thermischen Minimum der Windrose. Sobald aber der Wind vom Kältepole der Rose, gleichgültig ob in der Drehung nach links oder rechts sich

entfernt, vermindert sich auch der erwärmende Einfluss des Waldes und jemehr der Wind zum Wärmepole vorgeschritten ist, desto tiefer sinkt die Temperatur des Waldes unter die des Freien; ihre Abweichung wird von *SSO* negativ und erreicht ihren niedrigsten Stand bei *SW*, um von hier ab wieder zu steigen. Der Wald stumpft nicht allein die Temperaturextreme ab, er alterirt auch die normale Temperatur der Umgebung im entgegengesetzten Sinne zur thermischen Windrose."

Die Nutzanwendung vorstehender Ergebnisse auf Pflanzenbau und Pflanzenpflege deutet der Verfasser in den Sätzen an: „Der Einfluss der Wälder erweist sich im Winter auf das Leben der Pflanzen in seiner Umgebung doppelt wohlthätig: erstens, — indem er die übermässige Strenge der *NO*-winde abstumpft und letztere erträglicher für die Pflanzen macht; zweitens, — dass er bei Eintritt warmer *SW*-ströme die Luft erkältet und hierdurch den vorzeitigen, daher auch schädlichen Wachsthumsprocessen der Pflanzen verbeugt; denn die Erfahrung lehrt: dass nach milden Wintern die Vegetation von Spätfrösten desto grösseren Schaden erleidet, je früher sie zu neuem Wachsthume angeregt worden ist.

Der 3. Theil: „Der Wald und die nächtliche Strahlung" führt den Verfasser zu folgendem Resultate: „Gehen die Strahlungsphänomene ungestört vor sich, d. h. isolirt von anderen modificirenden Ursachen erster Ordnung (namentlich aber von der Insolationsnachwirkung, von der Temperatur der Winde und der mechanischen Störung durch dieselben), so senken sich die durch Strahlung der Nadeln und Blätter abgekühlten Luftpartikeln kurz vor dem Aufgange der Sonne zu Boden und bilden im Walde in einer geringen Höhe Schichten, in welchen das Thermometer eine niedrigere Temperatur anzeigt als auf dem freien, dem Luftzuge geöffneten Felde. Die Waldluft zeigt nur dann keine erheblichen Unterschiede, wenn die Windstärke im Walde hinreichend gross ist, um die Lagerung der ungleichtemperirten Luftschichten in ihrer Bildung zu stören, — positive Abweichungen hingegen nur alsdann, wenn zu der Windstärke noch die Richtung vom Kältepole der thermischen Windrose hinzutritt."

Freiberg. Pörzler.

Schulz, F. Botanischer Kalender für Nord-Deutschland. Wegweiser und Gedächtnisshülfe auf botanischen Excursionen für Lehrer, Botaniker und Studirende. Berlin 1869, Carl Dunckers Verlag. (C. Heymons.) XII u. 156 S. Pr. geb. 15 Ngr.

Der Verfasser sagt in dem Vorworte zu seinem Schriftchen mit Recht, dass kein anderer Zweig des naturkundlichen Unterrichtes mit so reichem und vorzüglichem Anschauungsmateriale ausgestattet

sei, als die Botanik. Ueberall bietet die Natur uns dieses Material, ohne einer Schulkasse erst Ausgaben zu verursachen. Man sollte es daher kaum für möglich halten, dass es noch Schulen geben könne, in welchen der botanische Unterricht nichts weiter als die Aufzählung und trockene Beschreibung von einigen Gift- und Culturpflanzen bietet. Excursionen mit den Schülern zu unternehmen, oder wenigstens sie zu veranlassen, die zu besprechenden Pflanzen selbst zu sammeln und mit zur Lehrstunde zu bringen: ist unerlässliche Bedingung zu einem gedeihlichen botanischen Unterrichte. Zur leichten Präparation für dergleichen Excursionen und zur sichern Orientirung soll nun der vorliegende Kalender dienen. Und gewiss wird er, namentlich dem Anfänger, in dieser Beziehung gute Dienste leisten. Nach den Monaten, in welchen sie blühen, sind die Species verzeichnet und zwar in Gruppen unter folgenden Ueberschriften zusammengestellt: 1. Holzgewächse im Wald, Park und Gebüsch (Holzpflanzen). 2. Krautgewächse im Wald und Gebüsch (Schattenpflanzen). 3. In Gärten (Gartenpflanzen). 4. Auf Aeckern (Ackerpflanzen). 5. Auf Schutt, unfruchtbaren Plätzen, Mauern, an Zäunen, Hecken (Schuttpflanzen). 6. Auf wüsten Ländereien, Hügeln, Heiden, Abhängen (Heidepflanzen). 7. Auf Wiesen (Wiesenpflanzen). 8. Auf feuchten, sumpfigen und torfigen oder quelligen Orten (Sumpf- und Uferpflanzen). 9. Im Wasser (Wasserpflanzen). 10. Auf salzhaltigen Orten: Seeküsten und Salinen (Salzpflanzen). 11. In Gebirgs- und Berggegenden (Gebirgspflanzen). 12. Schmarotzer auf anderen Pflanzen (Schmarotzerpflanzen).

Bei jeder Species sind neben der Linnéischen Klasse und Ordnung, in welche die Pflanze gehört, auch die wichtigsten Erkennungsmerkmale hinzugefügt. Die Aufzeichnung einer grossen Anzahl in Gärten gezogener Pflanzen wird besonders auch dem, welchem nicht ausführlichere Werke über diese zu Gebote stehen, willkommen sein. Zu wünschen wäre noch, dass bei den wildwachsenden Species, welche selten vorkommen, die Gegend angegeben wäre, in welcher sie sich finden. Und um einen Ueberblick über die sämmtlichen aufgeführten Gewächse zu erhalten, würde eine alphabetisch geordnete Angabe der Genera mit ihrem Species, vielleicht bei einer neuen Auflage dem Schriftchen hinzugefügt, die Brauchbarkeit desselben gewiss noch erhöhen.

Freiberg. Pörzler.

Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.

Schul-Statistik.

Statistische Nachrichten über die einzelnen höheren Lehranstalten in Preussen aus den Jahren 1863 und 1868.

(Nach Wiese, höheres Schulwesen in Preussen. Bd. 1 u. 2.)

(Fortsetzung v. Bd. I. S. 537.)

II. Provinz Brandenburg*).

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Berlin.												
1. Cöllnisches G.	1863	19	430	—	323	17	90	32	51		17172	St.
	68	23	397	—	295	11	91	28	60	55	19830	
2. Zum grauen Kloster	1863	25	612	—	511	3	98	57	97		21327	St.
	68	29	549	—	427	5	117	44	94	110	24740	
3. Joachimsthalsches G.	1863	25	389	—	373	3	13	35	78		57670	K.
	68	28	353	—	319	3	31	49	76	112	70800	
4. Friedrich Wilhelms	1863	22	581	522	546	19	16	67	126		65640	K.
G. mit R. I. O.	68	26	635	537	588	13	34	65	115	134	68570	
5. Französisches G. ..	1863	18	338	—	262	9	67	25	71		15770	K.
	68	18	324	—	215	15	94	22	53	60	16700	
6. Friedrich-Werder'-	1863	20	548	—	462	14	72	73	136		18140	K.
sches G.	68	25	536	—	392	13	131	83	134	170	22030	
7. Friedrichs-G. mit R.	1863	36	574	320	511	8	55	36	67		30357	St.
I. O.	68	36	525	281	441	1	83	30	69	76	37500	
8. Wilhelms-G.	1863	17	295	164	275	3	17	19	39		11265	K.
	68	26	594	296	488	29	77	37	88	52	17670	

*) An den offenen Stellen konnten die Zahlen nicht ermittelt werden.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Berlin. 9. Louisen-	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
städtisches Gymn.	68	26	410	—	388	8	14	9	49		2350	
10. Sophien-G.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	21	394	81	282	8	185	—	14	—	21050	
11. Potzdam	1863	14	333	—	318	5	10	24	57		10325	St.
	68	17	364	—	343	10	11	31	72	54	11091	
12. Charlottenburg ...	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	K. u.
	68	12	127	117	228	7	9	—	10	—	9310	St.
Brandenburg.	1863	11	79	—	79	·	·	?	?	11	16750	Dom-
13. Ritteracademie	68	11	148	—	146	1	1	19	32	22	16810	capitel.
14. Gymnasium	1863	10	175	—	168	3	4	15	19		9160	St. u.
	68	12	178	—	173	2	3	11	18	29	10450	K.
15. Spandau	1863	15	130	214	123	1	6	9	13		7500	St.
	68	12	196	123	296	8	15	20	15	21	8524	
16. Neuruppin	1863	13	309	—	300	·	9	17	27		9116	St. u.
	68	17	377	—	369	1	7	20	58	46	12220	K.
17. Wittstock	1863	?	214	74	207	1	6	4	20		7470	St.
	68	16	218	59	268	2	7	8	21		8705	
18. Prenzlau mit	1863	17	351	—	347	·	4	·	3		9500	St. u.
R. II. O.	68	19	305	—	288	3	14	7	16	26	13523	K.
19. Freienwalde......	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2965	St.
	68	10	196	—	178	5	13	4	13	—	4690	
20. Frankfurt a. O. ..	1863	11	308	—	295	2	11	28	51		10995	K.
	68	20	426	95	507	5	9	35	70	40	13875	
21. Cüstrin	1863	12	257	—	245	2	10	10	21	—	5267	K. u.
	68	12	200	—	179	3	18	3	27	—	8475	St.
22. Landsberg mit	1863	21	408	—	365	2	41	16	31		13000	St.
R. I. O.	68	26	418	115	360	5	53	20	55	31	18791	
23. Friedberg. Prog. .	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	8	120	—	118	·	2	·	·	—	3840	
24. Königsberg in der	1863	10	287	—	274	·	13	29	42		8218	St. u.
N. M.	68	12	214	—	199	·	15	25	28	32	9216	K.
25. Züllichau	1863	14	289	—	280	1	8	57	81		14000	K.
	68	14	289	—	274	4	11	37	68	91	17545	
26. Guben mit HB.	1863	11	198	—	191	2	5	19	30		6440	St.
	68	22	285	177	441	5	16	21	38	39	11670	
27. Soran	1863	9	184	—	178	3	3	18	25		5575	St. u.
	68	11	169	—	166	1	2	17	31	28	7130	K.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
28. Cottbus mit Realklassen.	1863	12	322	—	318	·	4	28	51		8490	St. u.
	68	20	346	77	456	3	1	26	47	47	8790	K.
29. Luckau	1863	12	192	—	191	1	·	18	25		5806	St. u.
	68	12	226	29	253	·	2	15	25	26	6980	K.

Bemerkungen. Die Zahl der Abiturienten in den Jahren 1858—63 war meistens nicht zu ermitteln. Es folgen deshalb einige andere Angaben:

Bei No. 2 von 1804—1828: 776, 1828—37: 310, 1838—47: 213
„ „ 5 durchschnittlich 11
„ „ 7 bis 1863: 58
„ „ 9 von 1856—63: 16
„ „ 13 „ 1857—63: 46
„ „ 16 „ „ : 54
„ „ 18 „ 1857—62: 44
„ „ 20 „ 1817—63: 350
„ „ 24 „ 1857—62: 51
„ „ 25 „ 1842—62: 281 nach Berlin die grösste Zahl von den Gymnasien der Prov.
„ „ 26 1860: 14 (grösste Zahl), 1850: 1 (kleinste Zahl)
„ „ 27 von 1817—63: 307
„ „ 28 „ 1857—63: 84
„ „ 29 „ 1805—41: 362, von 1857—63: 35.

Zu No. 9: Gründung 1864. — Zu No. 12: 1869 als vollständiges Gymnasium anerkannt. — Zu No. 10: 1865 eröffnet. — Zu No. 17: War 1863 noch R. II. O., 64 R. I. O. und ist seit 1869 Gymnasium. — Zu No. 19: 1863 Progymnasium von 4 Klassen. 1868 als Gymnasium anerkannt. — Zu No. 21: 1865 aus R. II. O. in Gymnasium umgewandelt. — Zu No. 23: Seit 1867 Pro-Gymnasium.

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Berlin.												
1. Königl. R. I. O....	1863	18	601	522	577	15	9	16	47		cf. G.	
	68	25	724	537	681	23	20	29	149	29		
2. Friedrichs R. I. O.	1863	cf.	198	320	180	2	16	7	54		cf. G.	
	68	G.	198	281	175	2	21	14	75	19		
3. Luisenstädtische R. I. O.	1863	26	513	229	493	7	13	8	32		17699	St.
	68	33	519	211	675	13	42	14	66	23	24890	
4. Königstädtische R. I. O.	1863	25	531	206	405	4	122	15	45		20537	St.
	68	30	477	187	519	9	136	9	69	20	25535	
5. Dorotheenstädtische R. I. O.	1863	24	445	114	367	15	63	10	46		19907	St.
	68	28	443	153	471	14	111	15	48	14	26082	

Reallehranstalt zu	Jahr	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Berlin. 6. Friedrichs-Werder'sche Gewerbschule. R. II. O.	1863	29	632	—	559	16	57	20	80		24264	St.
	68	31	587	—	510	9	68	22	76	24	29145	
7. Luisenstädtiche Gewerbschule. R. II. O.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	21	314	151	439	13	13	—	26	—	19700	
8. Andreasschule. HB.	1863	11	140	118						—		St.
	68	18	240	117	337	11	9	—	13	—	17252	
9. HB. in der Steinstrasse.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	20	345	113	358	8	92	—	13	—	11473	
10. **Potzdam.** R. I. O.	1863	12	295	—	283	4	8	14	28			St.
	68	13	305	—	292	2	11	15	32	20		
11. **Rathenow.** HB. ..	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	10	82	—	82	·	·	·	4	·	5260	
12. **Perleberg.** R. I. O.	1863	12	231	—	222	2	7	12	22		7300	St.
	68	15	258	73	319	2	10	6	23	12	8650	
13. **Brandenburg.** R. I. O.	1863	13	353	207	340	2	11	12	27		9000	St.
	68	17	329	123	421	8	23	7	39	9	9686	
14. **Prenzlau.** R. II. O. bei dem G.	1863		45	—	41	·	4	·	3	cf.		
	68		78	—	75	·	3	1	14	G.		
15. **Neustadt-Eberswalde.** HB.	1863	10	148	120	131	3	14	·	8		4440	St.
	68	11	176	71	226	3	18	·	6		5160	
16. **Wriezen.** HB. ...	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	9	164	40	187	3	14	·	11	·	5098	
17. **Frankfurt** a. O. R. I. O.	1863	22	414	226	379	2	33	7	19		12708	St.
	68	24	376	150	464	8	54	9	22	14	13884	
18. **Fürstenwalde.** HB.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	10	126	54	169	·	11	[5]	7	—	5871	
19. **Landsberg.** R. I. O. beim G.	1863		130	—	92	·	38	6	21	cf.		
	68		161	115	113	·	48	4	21	G.		
20. **Crossen.** HB.	1863	7	177	—	161	·	16	·	6		3700	St.
	68	8	119	—	109	·	10	·	2		3600	
21. **Spremberg.** R. II. O.	1863	9	135	90	134	·	1	·	13			St.
	68	14	175	105	274	1	5	7	17		5970	
22. **Lübben.** R. II. O. .	1863	9	212	109	198	3	11	11	15		5487	St. u. K.
	68	12	216	104	309	·	11	8	16			

Bemerkungen. Zu No. 7: 1865 eröffnet. I. seit Ostern 1869. — Zu No. 9: 1868 eröffnet. — Zu No. 11: 1868 anerkannt. — Zu No. 16: 1864 eröffnet, 1867 anerkannt. — Zu No. 18: 1867 als HB. anerkannt; sollte zu einer vollständigen Realschule ausgebildet werden.

III. Provinz Pommern.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
1. **Stettin**	1863	27	608	142	574	4	30	60	97		18570	K.
	68	28	571	138	639	5	63	59	81	111	19575	
2. **Anclam**	1863	16	356	41	339	·	17	25	36		9670	St.
	68	17	325	43	351	1	16	23	35	50	11200	
3. **Demmin.** Prog.	1863	11	158	64	150	1	7	·	27	—	5540	St.
	68	11	163	53	203	3	10	·	14	—	6040	
4. **Pyritz**	1863	13	223	55	207	1	15	8	23		7140	St.
	68	13	208	82	261	·	29	14	21	28	8570	
5. **Stargard**	1863	14	286	77	261	·	25	14	34		9710	K. u. Stiftisch.
	68	21	388	75	415	3	45	26	52	46	18693	
6. **Greifenberg**	1863	11	260	21	257	·	3	29	34		7835	St.
	68	11	251	19	251	·	19	31	54	61	8095	
7. **Treptow**	1863	13	249	84	236	·	13	17	24		8532	St.
	68	15	268	138	375	·	31	17	38	11	10139	
8. **Cöslin**	1863	11	292	—	278	·	14	30	49		9224	K. u. St.
	68	11	274	—	262	1	11	24	32	58	11357	
9. **Colberg** mit R. I. O.	1863	17	250	94	244	1	5	22	38		10542	St.
	68	20	248	138	489	3	44	24	28	40	14023	
10. **Dramburg.** Prog.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	9	124	32	138	·	18	·	23	—	6208	
11. **Neustettin**	1863	12	290	38	242	1	47	23	45		9590	K.
	68	13	310	47	305	·	52	28	40	38	11360	
12. **Stolp** mit HB.	1863	19	396	81	346	·	50	22	47		13025	St.
	68	22	397	65	457	2	77	13	45	37	16228	
13. **Stralsund**	1863	12	217	—	214	1	2	16	29		12000	St.
	68	13	276	—	265	4	7	16	29	45	16515	
14. **Greifswald** mit R. I. O.	1863	20	294	—	292	1	1	19	38		13080	St.
	68	21	295	—	354	4	9	28	35	50	16880	
15. **Putbus**	1863	12	131	—	131	·	·	19	17		15185	K.
	68	13	149	—	148	1	·	19	23	24	21245	

Bemerkungen: Zu No. 1. Abiturienten von 1856—63: 157 (die meisten der Prov.)
" " 2. " " 1857—63: 48
" " 5. " " " 39
" " 8. " " " 61
" " 11. " " " 46
" " 13. " " " 45; von 1819—56: 305
" " 14. " " " 74
" " 15. " " " 29.

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
1. **Stettin.** R I. O. ..	1863	23	631	256	567	7	57	12	107		17218	St.
	68	25	615	245	793	11	56	15	116	26	21645	
2. HB. mit Prog.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	17	390	138				—	—	—	11805	
3. **Colberg.** R. I. O. bei dem Gymn.	1863		74	94	72	·	2	5	15	cf.		St.
	63		150					4	30	G.		
4. **Stolp.** HB. bei dem Gymn.	1863		55	81	50	·	5	·	8			St.
	68		74	65				·	10			
5. **Stralsund.** R. I. O.	1863	9	236	—	232	3	1	5	19		7528	St.
	68	14	292	—	288	4	105	3	33	14	12444	
6. **Greifswald.** R. I. O. bei dem Gymn.	1863		72	—	72	·	·	4	13			St.
	68		72	—				3	12			
7. **Wolgast.** HB.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—		—	St.
	68	11	80	—				·	4	·	4937	

IV. Provinz Schlesien.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Breslau.												
1. St. Elisabeth	1863	18	550	195	320	7	223	38	58		15435	St.
	68	23	538	198	432	15	289	38	54	76	21135	
2. St. Maria Magdalena	1863	30	631	325	555	15	61	76	97		23390	St.
	68	37	750	325	880	39	156	76	130	145	26105	
3. Friedrich's G.	1863	13	270	73	157	16	97	22	54		8465	Presbyterium der reform. Hofkirche.
	68	14	284	109	150	18	225	20	35	42	10780	
4. Matthias G.	1863	21	710	88	12	580	44	95	79		16003	K.
	68	22	658	79	11	651	75	61	107	123	20494	
5. Öls	1863	12	277	—	235	20	22	32	46		7446	Herzoglich, St. u. K.
	68	14	394	—	333	33	28	34	55	75	7446	

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
6. Ohlau. Prog.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	12	137	71	148	36	24	—	—	—	5395	
7. Brieg	1863	13	345	—	254	57	34	52	64		7532	K.
	68	14	378	—	276	67	35	35	56	92	10385	
8. Schweidnitz	1863	16	400	—	314	71	15	33	52		8465	St. u. K.
	68	19	449	—	338	87	24	38	69	72	11085	
9. Glatz	1863	15	327	—	45	270	12	27	45		8350	K.
	68	14	277	—	38	220	19	21	35	49	12342	
Liegnitz.	1863	15	307	75	234	32	41	25	31		8630	St.
10. Gymnasium	68	16	301	58	281	31	47	20	42	44	11684	
11. Ritteracademie ...	1863	16	147	—	141	6	·	27	39		37000	K.
	68	17	145	—	137	8	·	25	41	54	40020	
12. Gross-Glogau. Ev.	1863	12	321	30	294	2	25	31	51		9311	K.
	68	13	341	60	354	·	46	44	63	57	11763	
13. „ „ Kath.	1863	15	327	—	53	244	30	53	58		9910	K.
	68	15	263	—	20	212	31	41	54	133	13352	
14. Sagan	1863	12	175	11	78	88	9	15	21		8227	K.
	68	11	154	—	90	57	7	15	17	29	10480	
15. Bunzlau	1863	14	265	61	227	29	9	48	61		7150	St.
	68	15	302	40	310	22	10	30	47	36	9480	
16. Görlitz	1863	16	260	31	241	8	11	28	41		10167	St.
	68	18	255	72	285	12	30	33	52	61	15000	
17. Lauban	1863	10	133	—	120	10	3	19	19		6328	St.
	68	11	143	—	123	18	2	13	19	29	7110	
18. Hirschberg	1863	11	220	—	179	22	19	22	30		6258	K.
	68	11	203	—	159	23	21	6	29	32	8130	
19. Jauer	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	14	223	62	240	28	17	10	27		9100	
20. Oppeln	1863	17	387	34	130	213	44	27	56		11086	K.
	68	17	394	—	107	238	49	33	48	62	12290	
21. Neisse	1863	15	476	—	51	410	15	55	57		10748	K.
	68	17	405	—	45	347	13	40	64	66	14275	
22. Gleiwitz	1863	18	545	—	96	309	140	38	60		12277	K.
	68	20	540	33	93	295	185	20	52	59	15087	
23. Beuthen	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	17	395	—	58	197	140	19	29		11250	
24. Gross-Strelitz.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
Progymnasium	68	7	136	—	36	73	27	—	—	—	5240	

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
25. **Leobschütz**	1863	13	396	—	33	347	16	37	58		9312	K.
	68	16	395	—	31	335	29	37	59	69	11125	
26. **Ratibor**	1863	17	522	—	159	260	103	53	95		11760	K.
	68	21	687	—	195	332	160	52	115	113	14243	
27. **Pless.** Prog.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Fürstlich.
	68	9	175	—	89	56	30	—	—	—		

Bemerkungen. Zu No. 6: 1868 eröffnet.
" " 19: 1865 "
" " 23: 1867 "
" " 24: 1868 "
" " 27: 1867 "

Abiturienten: No. 1: 1857—63: 79
" 2: " 132
" 3: " 46
" 7: " 68
" 8: " 93
" 10: " 75
" 11: " 67
" 16: " 76
" 20: " 84
" 21: " 111
" 22: " 98.

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Breslau.												
1. Zum heiligen Geist.	1863	22	603	218	437	84	82	23	53		13525	St.
R. I. O.	68	23	554	233	619	99	69	20	53	21	15790	
2. Am Zwinger.	1863	24	686	—	482	99	105	52	110		17770	St.
R. I. O.	68	27	691	—	497	99	95	61	121	80	19650	
3. **Reichenbach.** R. I. O.	1863		—	—	—	—	—	—	—	—	—	K.
	68	8	169	—	115	37	17	—	—	—	5015	
4. **Grünberg.** R. I. O.	1863	12	211	—	176	11	24	11	27		6700	St.
	68	12	223	—	192	6	25	11	40	14	7160	
5. **Sprottau.** HB.	1863	—	—	—	-	—	—	—	—	—	—	St.
	68	12	142	53	167	20	8	—	14	—	6904	

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
6. Görlitz. R. I. O. . .	1863	20	402	97	382	15	5	10	29		12024	St.
	68	27	424	89	475	27	11	10	32	15	16210	
7. Landeshut. R. I. O.	1863	10	139	—	106	25	8	6	11			St.
	68	10	210	—	163	33	14	2	22		7200	
8. Kreuzburg. HB. . .	1863	8	125	—	71	18	36	·	7		3660	St.
	68	9	150	—	86	19	45	·	10		4370	
9. Neisse. R. I. O. . .	1863	12	154	—	39	76	20	8	19		9025	St.
	68	14	355	—	89	232	34	14	49	15	9495	
10. Neustadt O. S.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
R. I. O.	68	13	170	—	30	126	14	7	14		9585	

Bemerkungen. Zu No. 3: 1868 eröffnet
„ „ 5: 1866 „
„ „ 10: 1865 anerkannt.

V. Provinz Posen.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Posen.												
1. Marien-Gymnasium	1863	20	485	45	21	453	11	41	93		17553	K.
	68	28	667	45	11	688	13	82	100	145	28900	
2. Friedrich-Wilhems Gymnasium	1863	23	509	93	263	16	230	24	51		16320	K.
	68	25	555	120	344	22	309	34	58	59	22660	
3. Meseritz	1863	11	160	—	120	21	19	9	14		7500	K.
	68	13	145	—	97	20	28	8	10	10	9550	
4. Schrimm	1863	9	167	—	30	110	27	·	8	—	4380	K.
	68	13	288	—	36	210	42	47	40		8780	
5. Lissa	1863	16	330	—	142	117	71	36	48		9670	K.
	68	16	331	—	151	86	94	24	42	49	10790	
6. Krotoschin	1863	13	200	—	107	38	55	12	28		7222	K.
	68	14	215	—	109	37	69	13	29	25	9001	

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
7. **Ostrowo**	1863	17	378	—	84	246	48	46	46		12811	K.
	68	16	394	—	77	236	81	19	38	67	14320	
8. **Bromberg**	1863	16	392	112	319	28	45	42	70		12003	K.
	68	23	441	153	451	45	98	46	60	49	16480	
9. **Schneidemühl. Progymnasium**	1863	10	176	—	93	15	6	·	14	—	4300	St.
	68	10	198	—	134	21	43	·	14	—	6900	
10. **Gnesen**	1863				49	95	50					K.
	68	18	386	22	114	228	66	52	54		10215	
11. **Trzemeszno.** Prog.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—		K.
	68	8	119	—	37	55	27	·	10	—	2874	
12. **Inowraclaw**	1863	12	200	24	90	68	42	4	18		6890	St.
	68	15	251	25	111	103	62	24	30		8520	
13. **Rogasen.** Prog. ..	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	10	136	—	70	24	42	·	2	—	4087	

Bemerkungen. Zu No. 4: War 1863 ein 5classiges Progymnasium, 1866 als Gymnasium anerkannt. Zu No. 3: War 1863 R. I. O., 1868 als Gymnasium anerkannt. Zu No. 9: Ist 1869 vollständiges Gymnasium geworden. Zu No. 10: Früher Progymnasium; seit 1865 vollständiges Gymnasium. Zu No. 13: 1868 als Progymnasium anerkannt.

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
1. **Posen.** R. I O. ..	1863	25	474	—	193	130	151	13	47		16299	St.
	68	22	525	73	218	180	200	20	70	15	18958	
2. **Rawicz.** R. I. O...	1863	12	183	—	114	18	51	8	16		6032	St.
	68	14	317	—	232	23	62	8	36	16	7147	
3. **Fraustadt.** R. I. O..	1863	12	195	—	132	37	26	4	16		6624	St.
	68	12	174	29	142	36	25	8	26	15	7020	
4. **Bromberg.** R. I. O.	1863	21	466	110	365	21	80	14	28		11450	St.
	68	23	568	144	550	38	124	11	55	19	13990	

Bekanntmachung.

(D. pädag. Sect. d. Naturf.-Ver. betreffend.)

Die pädagog. Sektion der 43. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Innsbruck hat mich beauftragt, eine Ausstellung von Lehrmitteln für den naturwissenschaftlichen Unterricht im Lokale der pädagog. Sektion der diessjährigen Versammlung zu Rostock zu veranlassen. Ich ersuche desshalb diejenigen, welche derartige Apparate auszustellen gedenken, die Sendungen an Herrn Gymnasialdirektor Krause zu Rostock adressiren zu wollen, der sich zur Entgegennahme derselben bereit erklärt hat. Die Transportkosten nach Rostock und zurück haben die Herren Aussteller zu tragen, dagegen werden die Kosten für Aus- und Einpacken etc. von der Kasse der Naturforscher-Versammlung übernommen. An die Herren Lehrer der Naturwissenschaft, welche die Versammlung zu besuchen gedenken, richte ich gleichzeitig die ergebenste Bitte, über Versuche und Veranschaulichungsmittel für den naturwissenschaftlichen Unterricht in der pädagog. Sektion der Versammlung zu Rostock berichten zu wollen, wo möglich unter gleichzeitiger Vorzeigung der betreffenden Apparate.

Remscheid, den 7. Juli 1871.

Dr. Krumme,
Direktor der städt. Gewerbeschule.

Briefkasten.

1) Die Herren Mitarbeiter werden dringend gebeten, ihre Beiträge recht leserlich zu schreiben, namentlich aber die Figuren, unter Angabe des Vergrösserungs- oder Verjüngungsmassstabes recht deutlich zu zeichnen und, da nöthig, mit einigen Notizen zu begleiten, so dass jede weitere Erläuterung für den Lithographen (resp. Holzschneider) von Seiten der Redaction möglichst überflüssig wird.

2) An die Herren Fachcollegen in Universitätsstädten: Wir bitten, uns Mittheilungen über die an Universitäten bestehenden pädagog. Seminare für künftige Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften zu machen.

3) Quittungen über eingegangene Beiträge und Briefe: **Juli:** Hrn. Dr. *S.* in *D.*, Bemerkungen. — Hrn. Dr. *K.* in *R.*, Recens. v. A. u. M. — Hrn. Prof. *B.* in *S.*, Berichte. — Hrn. Dr. *P.* in *W.*, Rechenbuch. — Hrn. Dr. *F.* in *Z.*, gr. Br. Antwort folgt. — Hrn. *S.* in *W.* (in M.), besorgt. — **August:** Hrn. *E.* in *D.*, anatom. Lehrmittel. — Hrn. *P.* in *E.*, mnemon. Fig., mittl. Alter d. Sch. — Hrn. *F.* in *N.*, Recens. v. M., E., S. — Hrn. Dr. *S.* in *B.-B.*, Aufsatz besorgt. — Hrn. Dr. *M.* in *R.*, chem. Aufs. 2. Th. — Hrn. Prof. *H.* in *B.*, d. exacte u. einfache Begründung des Unendlichen. — Hrn. Dr. *A.* in *H.*, Bibliogr. u. Lehrmittel erh. —

4) Der Herausgeber dieser Zeitschrift erbittet sich für seinen (Heft 3. S. 276) in Aussicht gestellten

Antrag bei der Naturforscher-Versammlung zu Rostock

von den Herren Fachcollegen Beitrittserklärungen.

Ueber den chemischen Unterricht auf höheren Lehranstalten.

Von Dr. Müller in Remscheid.

(Schluss.)*)

Wenn die äusseren Hindernisse, mit denen der chemische Unterricht noch an vielen Schulen zu kämpfen hat, bei der allgemein wachsenden Theilnahme für ihn voraussichtlich in nicht zu langer Zeit überwunden sein werden, bietet sich in dem Mangel eines allgemein gebilligten Lehrganges und einer ausreichend erprobten Lehrmethode eine grössere Schwierigkeit. Der allgemeine Beifall, mit dem die Arbeiten des Dr. Arendt über Lehrgang und Methode aufgenommen worden sind, spricht für die Anerkennung einer auf diesem Gebiete nothwendigen Reform. Keineswegs sind aber jene Schwierigkeiten durch diese Arbeiten beseitigt; den meisten Dank verdient Dr. Arendt vielmehr durch die Anregung zur Prüfung und mithin zu neuer Arbeit, die er durch seinen von dem bisherigen vollständig verschiedenen Lehrgang gegeben hat.

Schon die Ansichten über den Beginn des chemischen Unterrichts sind sehr verschieden; an den meisten Schulen beginnt derselbe erst in Sekunda. Erfahrungsgemäss verlässt jedoch der bei weitem grössere Theil der Schüler die Realschulen vor dem Eintritte in die Sekunda. Der allgemeine Lehrplan verlangt nun, dass die Realschule auch auf diese Schüler, soweit es ihr höherer Zweck erlaubt, Rücksicht zu nehmen und den Unterrichtsstoff so zu vertheilen habe, dass die Schulbildung der aus Tertia abgehenden Schüler einen Abschluss erreiche, der zum Eintritt in einen praktischen Beruf der mittleren bürgerlichen Lebenskreise befähigt. Die Schule soll aber auch an

*) S. 1. Hälfte in Hft. 2. S. 98—107. D. Red.

diesen Zöglingen ihre zweite Aufgabe lösen und sie so dem Berufsleben zu übergeben suchen, dass es ihnen möglich wird, soweit es die Wahl ihres Berufes gestattet, den Anforderungen an allgemeine und höhere Bildung gerecht zu werden. Nun fordern aber sowohl die verschiedenen praktischen Berufsarten, als auch die allgemeine Bildung einen gewissen Grad chemischer Kenntnisse, mithin muss, da es der höhere Zweck der Schule erlaubt, den aus der Tertia abgehenden Schülern die Gelegenheit geboten worden sein, sich chemische Kenntnisse zu erwerben.

Was soll nun den Schülern in der Tertia gelehrt werden? Dr. Arendt, der allerdings weder bestimmte Schulen, noch bestimmte Klassen nennt, hat einen Lehrplan für die Stufe des Elementarunterrichtes veröffentlicht, dessen Aufgabe es sein soll, eine möglichst grosse Zahl chemischer Vorstellungen zu verbreiten, und den es für dringend nöthig hält, weil die darin gebotenen Uebungen den weiteren erklärenden Unterricht mehr belasten, als eigentlich nöthig wäre, und weil der Lehrer beim Wegfallen eines derartigen Unterrichts später auf die Aneignung chemischer Vorstellungen ein gleiches Gewicht zu legen habe, wie auf die Uebung im Beobachten chemischer Vorgänge und dem Forschen nach ihren Ursachen. Dass der propädeutische Unterricht nur derentwegen ertheilt werden soll, die später an dem erklärenden Unterricht theilnehmen, will mir ebensowenig einleuchten, wie die für jenen Unterricht angegebene Auswahl und Anordnung des Lehrstoffes. In dem Lehrplane heisst es, um nur ein Beispiel anzuführen, pag. 27*): „Dann kommen Flüssigkeiten daran, wie Essig, Schwefelsäure, Salzsäure, Salpetersäure, Spiritus, Aether, Mischungen von Aether und Spiritus (Hoffmannsche Tropfen), Petroleum, Oel, Ammoniak (Salmiakgeist). Es wird deren Mischbarkeit oder Nichtmischbarkeit mit Wasser, deren Fähigkeit, Körper, die in Wasser nicht löslich sind, aufzulösen (Kreide in Essig-, Salz- und Salpetersäure, Bleiweiss in Essig- und Salpetersäure, nicht in Salzsäure, Marmor in allen drei Säuren, Aufbrausen dabei u. s. w.) gezeigt, der Geschmack an den verdünnten Lösungen probirt und dergleichen mehr.

*) Organisation, Technik und Apparat des Unterrichts in der Chemie. Dr. B. Arendt. Leipzig 1868.

Dann kommen andere feste Körper, z. B. Kolophonium, Siegellack, Pech, Asphalt, Phosphor, Kampher, Wachs, Schwefel, Stearin u. s. w. zur Sprache, ihre Brennbarkeit, ihre Schmelzbarkeit wird gezeigt, ferner, dass die meisten sich in Alkohol auflösen."

Einem Lehrplan, der in buntem Durcheinander chemische Verbindungen und technische Produkte von schwankender Zusammensetzung nach willkührlich gewählten äusseren Merkmalen geordnet, den Schülern vorführt, kann ich einen bildenden Werth nicht zugestehen. Aber sehe ich auch davon ab, so finde ich keinen Nutzen für den Schüler, wenn ihm auf einer unteren Stufe gelehrt wird, dass sich Kreide in Salzsäure und Bleiweiss in Salpetersäure löst, nachdem kurz vorher Versuche über die Löslichkeit verschiedener Salze in Wasser vorausgingen. Heisst das nicht geradezu, falsche Anschauungen verbreiten, wenn man den Schüler gewöhnt, eine Zuckerlösung und die durch gegenseitige Zersetzung von Kreide und Salzsäure entstandene Lösung mit denselben Augen zu betrachten?

Da das Bereich der Beobachtungsgabe jüngerer Schüler ebensowenig zu unterschätzen ist, wie der Werth schon frühzeitig angestellter eigener Beobachtungen, müssen die Lehrer der Naturwissenschaften bereits in den unteren Klassen chemische und physikalische Anschauungen zu cultiviren suchen. Gelegenheit bietet sich mancherlei bei dem naturgeschichtlichen Unterrichte in der Klasse sowohl, wie auf Excursionen. Um die Schüler frühzeitig zum eigenen Beobachten hinzuleiten, gebe ich ihnen häusliche Beobachtungsaufgaben und veranlasse sie, die Ursachen der gemachten Erfahrung durch eigenes Nachdenken zu ermitteln. Wenn in der Klasse vom Athmen der Fische gesprochen wird, veranlasse ich die Schüler, ein Glas mit Wasser in das Sonnenlicht oder an einen warmeu Ort zu stellen und zu beobachten, — die sich an die Gefässwandungen ansetzenden Luftbläschen werden stets richtig erkannt und gedeutet. Eierschalen, Knochen und Muschelschalen werden, soweit es geht, untersucht und verglichen, die Frage, woher die Muscheln den Kalk zur Bildung ihrer Schale nehmen, führt zu der Aufgabe, eine Untertasse mit Wasser auf den Ofen zu setzen und bis zum völligen Verdunsten zu beobachten. Die Luftarten Sauerstoff, Stickstoff und Kohlendioxyd werden,

wenn vom Athmen der höhern Thiere gesprochen wird, theilweise erkannt und unterschieden; die Belehrungen knüpfen sich an den später wieder verschwindenden Niederschlag, der sich beim Ausathmen in Kalkwasser zeigt. Bei botanischen Excursionen werfen wir wohl einen Blick in eine der Gussstahlfabriken, an denen die hiesige Gegend reich ist, oder wir unternehmen wohl auch eine Turnfahrt bis zur Dechenhöhle und benutzen die aufgesammelten Kalkspathe zu einfachen Versuchen. Der Schüler gewinnt in dieser Weise eine Kenntniss der in seinen Gesichtskreis fallenden Erscheinungen aus dem Gebiete der Chemie, die ihm vorläufig nur als Hülfswissenschaft der Naturbeschreibung entgegentritt, er lernt die Gründe dieser Erscheinungen erkennen und erwirbt sich durch vielfache Uebung Geschicklichkeit im Beobachten.

So vorbereitet tritt der Schüler in den speciellen chemischen Unterricht ein. Mögen nun bereits in Tertia Stunden dafür angesetzt sein oder mag der Unterricht mit einer etwas grösseren Stundenzahl erst in Sekunda beginnen, immer ist es die nächste Aufgabe, die Schüler zunächt mit dem Begriff einer chemischen Verbindung bekannt zu machen. Nach Hofmann's Beispiel*) wähle ich die vier Verbindungen Chlorwasserstoff, Wasser, Ammoniak und leichtes Kohlenwasserstoffgas, um durch Analysis und Synthesys an ihnen das Wesen der chemischen Verbindungen zu lehren und den Schüler in die chemische Zeichensprache, sowie in die Stöchiometrie einzuführen. Nebenbei wird eine genaue Kenntniss der in jenen Verbindungen enthaltenen Elemente gewonnen.

Der Stoff vertheilt sich auf 24 Unterrichtsstunden in folgender Weise:

1) Salzsäure eine Lösung des Chlorwasserstoffgases in Wasser. Eigenschaften des Gases und der wässerigen Salzsäure.
2) Zersetzung des trockenen Gases durch Natrium. Kochsalz und Wasserstoff.
3) Zersetzung des Wassers durch Kalium und Natrium. Laugen.

*) A. W. Hofmann, Einleitung in die moderne Chemie. 4. Auflage. Braunschweig 1869.

4) Ammoniakflüssigkeit eine Lösung des Ammoniakgases in Wasser. Eigenschaften des Gases und der Flüssigkeit.
5) Zersetzung des trocknen Gases durch Natrium.
6) Wasserstoff aus verdünnter Schwefelsäure und Zink. Eigenschaften.
7) Salzsäure durch Elektrolyse in einer Uförmigen Röhre zersetzt. Chlorgas.
8) Chlor aus Salzsäure und Braunstein. Eigenschaften. Synthese des Chlorwasserstoffs ohne Rücksicht auf Gewichts- oder Volumenverhältnisse.
9) Elektrolyse des Wassers. Sauerstoff aus chlorsaurem Kalium. Eigenschaften. Knallgas, Wasserbildung beim Verbrennen desselben.
10) Elektrolyse der Ammoniakflüssigkeit. Stickstoff durch Verbrennen von Phosphor unter einer Glasglocke. Eigenschaften.
11) Im Chlorwasserstoff ist ein Volumen Wasserstoff mit einem Volumen Chlor, im Wasser sind zwei Volumina Wasserstoff mit einem Volumen Sauerstoff verbunden.
12) Im Ammoniakgase sind drei Volumina Wasserstoff mit einem Volumen Stickstoff verbunden.
13) Ein Volumen Chlor verbindet sich mit einem Volumen Wasserstoff ohne Verdichtung. Jeder Ueberschuss des einen Gases bleibt unverbunden.
14) Ein Volumen Sauerstoff und zwei Volumina Wasserstoff verbinden sich unter Verdichtung auf zwei Drittel des Gemenges.
15) Die elementaren Bestandtheile des Ammoniakgases nehmen den doppelten Raum ein wie das Gas selbst.
16) Darstellung und Eigenschaften des leichten Kohlenwasserstoffgases. Mit Chlor vermengt und entzündet, liefert es Chlorwasserstoff und Kohlenstoff.
17) Elektrolyse des Kohlenwasserstoffes. Man erhält nahezu das doppelte Volumen an Wasserstoff, Kohle scheidet sich dabei aus.
18) Kohlenstoff.
19) Konstruction und Bedeutung der Formeln der vier typische Verbindungen.
20) Molen, Molecule und Atome.

21) Auch die Elemente sind atomweise zu Moleculen zusammengetreten. Bewiesen durch den Unterschied in der Einwirkung des Wasserstoffs in statu nascendi und freien Wasserstoffs auf Chlorsilber.
22) Volumen-, Molecular-, Atom- und Aequivalentgewichte.
23) Quantivalenz oder Werthigkeit.
24) Stöchiometrische Berechnungen.

Rechne ich ausserdem 16 Stunden für Repetitionen und stöchiometrische Uebungen, so würde sich das Pensum der Tertia mit 2 nur das letzte halbe Jahr wöchentlich ertheilten Unterrichtsstunden erreichen lassen. Sind in Tertia drei Stunden für den naturwissenschaftlichen Unterricht angesetzt, so würden im Sommersemester 2 Stunden für Botanik und eine Stunde für die Naturgeschichte der Gliederthiere, vorzugsweise der Insecten zu nehmen sein und die eine im Wintersemester dem naturgeschichtlichen Unterrichte verbleibende Stunde würde dazu dienen, mit den Bauchthieren den zoologischen Unterricht zu beendigen.

Lehrplan für Sekunda.

Cursus einjährig, drei Stunden wöchentlich.

I. Verbindungen mit Sauerstoff.

1) Schwefel.
2) Schwefeldioxyd und schweflige Säure.
3) Schwefeltrioxyd und rauchende Schwefelsäure. Vergleichung mit englischer Schwefelsäure, Eigenschaften und Reaction.
4) Gewöhnliche und rauchende Salpetersäure. Königsscheidewasser.
5) Stickstoffdioxyd.
6) Stickstofftrioxyd und salpetrige Säure. Stickstofftetraoxyd.
7) Stickstoffmonoxyd.
8) Allgemeine Grundsätze der Fabrikation der englischen Schwefelsäure.
9) Betrieb einer Schwefelsäurefabrik.
10) Selen und Tellur. Atmosphärische Luft.
11) Ozon.
12) Wasser und Wasserstoffsuperoxyd.
13) Kohlenoxyd.

14) Kohlendioxyd.
15) Oxyde des Chlors.
16) Phosphor.
17) Phosphortrioxyd und phosphorige Säure.
18) Phosphorpentoxyd und Phosphorsäure.
19) Pyrophosphorsäure und Metaphosphorsäure.
20) Silicium und Siliciumdioxyd.
21) Bor und Bortrioxyd.
22) Arsen und seine Oxyde.
23) Reactionen auf Arsenikverbindungen.
24) Antimon und seine Oxyde.
25) Gesetz der multiplen Proportionen.
26) Basicität der Säuren. Saure, neutrale und basische Salze.

II. Andere Verbindungen der bisher bekannten Elemente unter sich.

1) Jod, Brom und Fluor verglichen mit dem Chlor.
2) Fluorwasserstoff.
3) Schwefelwasserstoff.
4) Phosphorwasserstoff.
5) Arsen- und Antimonwasserstoff.
6) Schweres Kohlenwasserstoffgas.
7) Grundsätze der Gasfabrikation.
8) Betrieb einer Gasanstalt.
9) Theorie der Flamme.
10) Schwefelkohlenstoff. Chlorschwefel.
11) Chlor- und Jodstickstoff.

III. Die Metalle der Alkalien.

1) Kalium und Natrium. Darstellung des Lithiums durch Elektrolyse des geschmolzenen Chlorlithiums.
2) Die Oxyde und die Oxydhydrate (es werden nur die Verbindungen des Kaliums und Natriums berücksichtigt).
3) Potasche und Soda. Eigenschaften.
4) Technik der Soda.
5) Die salpetersauren Salze.
6) Schiesspulver.
7) Die schwefelsauren Salze.
8) Chlorsaures Kalium, phosphorsaures, borsaures und unterschwefligsaures Natrium.

9) Wasserglas.
10) Chlorüre, Bromüre und Jodüre.
11) Schwefelverbindungen.
12) Grundsätze der Spektralanalyse.
13) Das Spektroskop.
14) Spektralanalytische Reaction der Metalle Kalium, Natrium, Lithium, Cäsium und Rubidium.
15) Luftspektrum, Spektrum einfacher Gase und nichtmetallischer Elemente.
16) Ammonium und Ammoniumamalgam.
17) Ammoniumsalze.

IV. Die Metalle der alkalischen Erden.

1) Eigenschaften der Metalle Barium, Strontium, Calcium und Magnesium. Darstellung eines der Metalle.
2) Die kohlensauren Salze.
3) Die doppelt kohlensauren Salze.
4) Die Oxyde, Superoxyde und Oxydhydrate.
5) Mörtel und Cement.
6) Die schwefelsauren Salze.
7) Die phosphorsauren und kieselsauren Salze.
8) Die Chlorverbindungen.
9) Allgemeine Grundsätze der Glasfabrikation.
10) Spektralanalytische Betrachtung der Metalle der alkalischen Erden.
11) Einleitung in die analytische Chemie. Trennung der Metalle der Alkalien von den Metallen der alkalischen Erden.
12) Erkennung und Trennung der Verbindungen der Metalle Barium, Strontium, Calcium und Magnesium.
13) Erkennung und Trennung der Verbindungen des Kaliums, Natriums und Ammoniums.

Die angeführte Stoffvertheilung ist für eine Schule berechnet, an der keine besonderen Lehrstunden für den mineralogischen Unterricht angesetzt sind. Rechnen wir für diesen Unterricht — der sich selbstverständlich dem chemischen Unterrichte eng anzuschliessen hat — weitere 24 Stunden, so wird ungefähr eine gleiche Stundenzahl für die Repetitionen und stöchiometrischen Uebungen verbleiben.

Lehrplan für Prima.

Cursus zweijährig, drei Stunden wöchentlich.

Erstes Jahr.

I. Erstes Semester. Chemie der Metalle.

1) In ähnlicher Weise, wie oben bei den Metallen der Alkalien und der alkalischen Erden angegeben war, werden die wichtigsten Metalle der Erden, die unedlen, die edlen und die säurebildenden Metalle (Arsen und Antimon repetitorisch) gruppenweise betrachtet. Zum Schlusse einer jeden Gruppe folgt das Wichtigste über Trennung und (auch spektralanalytische) Erkennung der einzelnen Metalle, sowie über die Trennung der einzelnen Gruppen.
2) Anleitung zur Anstellung einfacher qualitativer Analysen.
3) Die wichtigsten maassanalytischen Untersuchungsmethoden (Alkalimetrie, Acidimetrie, Eisenbestimmung).

II. Zweites Semester. Organische Chemie. Die für die Ernährung und für die Hauptgewerbe wichtigsten Stoffe.

1) Fette, Seifen und Pflaster, Glycerin.
2) Kohlenhydrate (Stärke, Zucker u. s. w.) und Glucoside.
3) Anilin und Anilinfarben. Andere Theerfarben und sonstige Farbstoffe.
4) Kampher, flüchtige und ätherische Oele, Harze und Balsame, Kautschuk und Guttapercha.
5) Alkaloide.
6) Proteïnkörper. Knochen, Blut, Galle, Magensaft, Speichel, Gewebe, Milch, Harn.

Zweites Jahr.

III. Erstes Semester. Erweiternde Repetition der anorganischen Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Technologie.

1) Chemische Metallurgie. (Eisen, Kupfer, Blei, Zinn, Zink, Quecksilber, Silber.)
2) Die wichtigsten Producte der chemischen Industrie (Salpeter, Kochsalz, Soda, Salzsäure, Salpetersäure, Schwefelsäure, Chlorkalk u. s. w.).
3) Glas und Thonwaren.
4) Beleuchtung, Zündstoffe und explosive Körper.
5) Photographie. 6) Galvanoplastik. 7) Dungstoffe.

IV. Zweites Semester. Die bekanntesten homologen Reihen aus dem Gebiete der Kohlenstoffverbindungen.

1) Einsäurige Alkohole: Methylalkohol u. s. w.
2) Fette Säuren: Ameisensäure u. s. w.
3) Kohlensäuregruppe.
4) Die wichtigsten Pflanzensäuren (Oxalsäure, Apfelsäure, Weinsäure und Citronensäure).
5) Phenylalkohol und Benzylalkohol.

Der eng zugemessene Raum in einer Zeitschrift verhindert mich, den Lehrplan für die organische Chemie ausführlicher mitzutheilen und zu begründen. Viele meiner Herren Collegen werden ihn aus den Schulen noch gänzlich verbannt wissen wollen. Indessen erinnere ich wenigstens daran, dass die von keiner Gruppe chemischer Verbindungen übertroffene Gesetzmässigkeit in der Gruppe der einsäurigen Alkohole und fetten Säuren einerseits, die unbestrittene Wichtigkeit der für den Unterricht im zweiten Semester bestimmten Verbindungen andererseits, den Anforderungen, die man an einen Lehrstoff zu stellen hat, wohl genügen.

Zur Befestigung des Unterrichtsstoffes dienen ausser den Repetitionen stöchiometrische und andere schriftliche Aufgaben, sowie praktische Uebungen.

Zur Repetition gebe ich den Schülern ein Compendium in die Hand, das nichts anderes sein soll, als „eine nach den Elementen geordnete Sammlung von Thatsachen", denen man aber deswegen nicht jeden Zusammenhang absprechen darf. Dass sich der Lehrer an den Gang eines solchen Compendiums durchaus nicht zu binden braucht, wie Herr Dr. Arendt in der Einleitung zu seinem Lehrbuche der anorganischen Chemie (pag. VI, unten) meint, geht schon aus meinem oben angeführten Lehrplane hervor.

Zur Repetition scheint mir aber ein derartiges Compendium weit geeigneter, als ein methodisches Lehrbuch, nach dessen Anordnung das Wissenswerthe über ein Element und seine Verbindungen sich auf viele verschiedene Capitel vertheilt. Herr Dr. Arendt erkennt dies übrigens selbst an und veranlasst seine Schüler zur Ausarbeitung eines systematisch geordneten Abrisses, der als Grundlage für eine mechanische Repetition

benutzt werden kann, ich mache es umgekehrt, denn ich gebe den Schülern den Abriss in die Hand und veranlasse sie, gewisse Versuchsreihen, die zu bestimmten Gesetzen führen, schriftlich auszuarbeiten.

Die stöchiometrischen Uebungen beginnen nach obigem Lehrplane in Tertia mit der Berechnung der procentischen Zusammensetzung der bis dahin gekannten Verbindungen, in den oberen Klassen schliessen sich bei den vierzehntägigen schriftlichen Arbeiten 3—4 Aufgaben dem Gange des Unterrichts an, während eine weitere Aufgabe zur Repetition des früher behandelten Stoffes anregt. Von sämmtlichen Aufgabensammlungen, die mir zu Gesicht gekommen sind, ist gegenwärtig keine einzige mehr geeignet, den Schülern in die Hände gegeben zu werden. Weiteren Stoff für schriftliche Arbeiten bieten die Besuche in Gasanstalten, chemischen Fabriken, und anderen uns zugänglichen Werkstätten solcher Gewerbe, die sich auf chemische Gesetze gründen. Es bieten allerdings nicht alle Gegenden in so reichem Maasse Gelegenheit zu derartigen Besuchen, wie sie die hiesige Gegend bietet, indessen wird einer Stadt, in der eine höhere Lehranstalt eingerichtet ist, wohl kaum eine Gasanstalt fehlen.

Die meisten Schwierigkeiten verursachen jedenfalls die praktischen chemischen Uebungen. Nach der Schulordnung sind derartige Uebungen nur für die Prima der Realschule erster Ordnung geboten, der Fachlehrer wird deshalb an anderen Schulen, wenn er, gleich mir, von der Nothwendigkeit derartiger Uebungen überzeugt ist, seine freie Zeit zu Hülfe nehmen müssen. Ohne mich auf die Frage pro und contra einzulassen, will ich mich hier nur auf die allgemeinen Gesichtspunkte beschränken, die mich bei der Beschäftigung meiner Schüler leiteten.

Ich beginne die praktischen Uebungen bereits in der Secunda. Die Schüler kommen meiner Aufforderung, sich eine halbe Stunde oder früher vor Beginn der Lehrstunden, die auf die erste Nachmittagsstunde gelegt sind, im Laboratorium einzufinden, sehr bereitwillig nach. Die erste Aufgabe ist: Orientirung im Laboratorium. Der Schüler muss die Apparate und Utensilien, Reagentien und Präparate genau kennen lernen, er kann dies nur dadurch, dass er sie möglichst oft in die Hand

nimmt. Erfahrungsgemäss ist eine gewisse Gewandtheit im Anfassen und Umgehen mit chemischen Apparaten nur durch viele Uebung zu erlernen. Ein Theil der nur schwach besetzten Klasse hilft mir deshalb zunächst beim Reinigen der zuletzt benutzten Kolben, Bechergläser u. s. w., ein anderer Theil bereitet die in der folgenden Unterrichtsstunde anzustellenden Versuche vor, und ein bis zweimal wöchentlich werden auch die Flaschen mit den Reagentien und Präparaten abgeputzt. Ich glaube, die oben angegebene Absicht in dieser Weise zu erreichen und habe es demnach wohl nicht nöthig, mich wegen der geistlosen Beschäftigung, die ich meinen Schülern aufbürde, zu verantworten.

Weiterhin folgen die einfachsten chemischen Operationen, wobei gewisse diesen Arbeiten eigenthümliche Handgriffe erlernt werden. Auflösen, Filtriren, Umkrystallisiren u. dgl., das Füllen und Leeren der elektrischen Batterie, so lange dieselbe im Gebrauch ist, die ersten Arbeiten am Blasetische u. s. w. bieten Aufgaben in hinreichender Menge.

Ferner lasse ich — anknüpfend an die Unterrichtsstunden — gewisse einfache Versuche anstellen und den Gang des Versuches durch die Formel ausdrücken. Nur einige Beispiele hierzu. Nachdem in der Unterrichtsstunde Kohlensäure aus Marmor und Salzsäure dargestellt worden war, gebe ich den einzelnen Schülern verschiedene kohlensaure Salze und verschiedene Säuren, lasse den Versuch wiederholen und die Formeln entwickeln. Oder ich gebe, nachdem die Schüler die Salpetersäurereaction auf Indigo kennen gelernt haben, den einzelnen Schülern Salpeter und verschiedene Säuren, oder verdünnte Salpetersäure und verschiedene Salze und lasse prüfen, ob eine gegenseitige Einwirkung stattgefunden hat.

Endlich werden die Uebungsstunden sowohl in der Sekunda, wie weiterhin in der Prima dazu benutzt, Versuche anzustellen, die aus irgend einem Grunde in der Unterrichtsstunde übergangen werden mussten, z. B. die Vereinigung des Wasserstoffs mit dem Chlor im Sonnenlichte.

Eine Prima ist an der hiesigen Gewerbeschule noch nicht eigerichtet, indessen habe ich in meiner früheren Stellung an der Realschule in Spremberg mehrere Semester hindurch auch einen Theil der Primaner wöchentlich zweistündig beschäftigt.

Zunächst suchte ich eine möglichst sichere Kenntniss wichtiger Elemente und ihrer Verbindungen dadurch zu erzielen, dass ich in dem Semester, in dem die Chemie der Metalle in das Klassenpensum fiel, im Anschluss an die Unterrichtsstunden die Reactionen auf die Metalle durchprobiren, Präparate und einfache qualitative Analysen anfertigen liess. Die Aufgaben waren derartig einfach, dass eine sieben Seiten lange Anleitung, die ich meinem Leitfaden für den Unterricht in der Chemie (Liegnitz, Verlag von Max Cohn 1869) beigefügt habe, vollständig genügte. Hieran schlossen sich einige Maassanalysen, die Bestimmung des Gehaltes käuflicher Soda an kohlensaurem Natrium, eine acidimetrische Bestimmung und eine Eisenbestimmung vermittelst Chamäleonlösung.

An einem Orte mit ausgeprägtem industriellen Charakter darf und muss man wohl auch auf die Schüler Rücksicht nehmen, die sich einem hervorragend betriebenen Industriezweige widmen wollen. Da ein grosser Theil meiner früheren Schüler zur Tuchfabrikation überging, hielt ich es demnach für geboten, ihnen wenigstens einige praktische Kenntnisse für das Berufsleben mitzugeben und so wurde denn Wolle gewaschen und mit schwefliger Säure gebleicht, es wurden Farbstoffe fixirt nnd namentlich wurden Sodauntersuchungen und die sichersten Methoden zur Prüfung gefälschten Baumöls fleissig durchgenommen.

Von Arbeiten, die sich dem Unterrichte im dritten Semester anschlossen, nenne ich die Anfertigung von Gypsabdrücken und galvanoplastischen Niederschlägen, galvanische Versilberung und Vergoldung, Dintenbereitung, Entfernung von Fettflecken aus Papier und Zeug u. dgl. mehr.

Während der Semester, in denen in den Unterrichtsstunden organische Chemie getrieben wurde, liess ich neben einfachen anorganischen Analysen organische Präparate anfertigen. Die letzten mir abgelieferten Präparate waren: Essigsäure-Amyläther, Valeriansäure und Valeriansäure-Amyläther und (mit meiner Unterstützung) Chloralhydrat.

Sieht man von kurzen Anleitungen ab, die einzelnen Lehrbüchern als Anhang beigegeben sind, so fehlt es fast noch gänzlich an Leitfäden für praktisch-chemische Uebungen, die sich zum Schulgebrauche eigneten. Ein ganz kurzer Leitfaden von Dr. A. Hosäus (Helmstedt. Wilh. Beyer's Buchhandlung 1871),

der mir noch soeben zugeht, scheint mit Ausnahme des letzten Abschnittes, — der vorzugsweise die landwirthschaftlichen Verhältnisse berücksichtigt, — ganz geeignet, um den Schülern in die Hand gegeben zu werden. Eine Anzahl von Vorarbeiten, — leider sind es nur sehr wenige, — dienen zur Orientirung im Laboratorium, zum Erlernen des Löthrorblasens und einfacher Handgriffe; es folgen Versuche über die Eigenschaften und über das Verhalten der Körper zu Reagentien, die Anleitung zur Darstellung einiger Präparate, Anleitung zur qualitativen Untersuchung unorganischer Verbindungen und endlich eine Anzahl von Aufgaben, von denen sich wohl auch die eine oder die andere für das Schullaboratorium eignet, wenn sie auch vorzugsweise für die Schüler einer landwirthschaftlichen Lehranstalt zusammengestellt sind.

Ueber die unendlich entfernten Gebilde.

Von Dr. Rudolf Sturm in Bromberg.

Mein Vorschlag, auch schon in die Schule die jetzt in der höhern Geometrie meines Wissens ohne Ausnahme adoptirte Anschauung einzuführen, dass parallele Linien ihren unendlich entfernten Punkt, parallele Ebenen ihre unendlich entfernte Gerade gemein haben, hat, wie wohl zu erwarten war, Angriffe erfahren müssen. Doch erwartet hatte ich nur Angriffe gegen die Einführung in die Schule; ich bin aber im hohen Grade verwundert gewesen, als ich auch Angriffe gegen die Richtigkeit der Anschauung und zwar vorzugsweise solche Angriffe zu lesen bekam: wenigstens glaube ich mich nicht zu irren, wenn ich sie so auffasse. Aus den mir gestellten Fragen habe ich leider nicht deutlich erkennen können, ob derjenige, welcher sie stellt, eine eingehende Bekanntschaft mit der höheren Geometrie besitzt (denn jedes Lehrbuch derselben beantwortet mehrere derselben, sagt z. B. in der That, dass der unendliche Raum in der Richtung einer Geraden in einen Punkt zusammenschrumpft); es ist mir dies bisweilen sehr zweifelhaft geworden, in welchem Falle dann freilich der ganze Streit besser aufgegeben würde, denn er würde mit ungleichen Waffen gekämpft. Aber da ich es mit Mathematikern zu thun habe, so muss ich doch einen gewissen Grad der Kenntniss höherer Geometrie unbedingt voraussetzen, und desshalb will ich gleich von vornherein den Gedanken abwehren, als ob ich mit den folgenden Auseinandersetzungen vorzugsweise belehren wollte; obwohl ich mir vielleicht schmeicheln darf, dass sie diesem oder jenem Leser dieser Zeitschrift grössere Klarheit über einen schwierigeren Punkt der Geometrie verschaffen werden. Ich selbst bin, seitdem ich die Angriffe erfahren, erst tiefer in die Anschauung eingedrungen, deren hohen Werth als überaus kräftiges Beweisinstrument ich bei meinen nun doch schon ziemlich ausgedehnten geometrischen Untersuchungen erkannt, über deren innere Wahrheit und Berechtigung oder vielmehr Nothwendigkeit ich aber noch wenig nachgedacht hatte; und wie ich mir da nun die Sache zurecht gelegt

habe, erlaube ich mir auf den folgenden Blättern darzustellen. Ich fühle mich also meinen Herren Angreifern zum Dank verpflichtet.

Meine früheren Bemerkungen tragen gewiss, weil sie noch einer Zeit entstammen, wo ich mir noch nicht so klar über die Sache war, wie jetzt, manches Unvollkommene an sich und was der Unklarheit, um mich mathematisch auszudrücken, stets proportional ist, sind vielleicht auch etwas zu schroff. Ich musste mir selbst sagen, dass die Vorwürfe in gewisser Beziehung berechtigt waren, und hoffe nun mit meinen Bemerkungen es vielleicht zu erreichen, dass jedem das, worin er Recht hat, auch eingeräumt werde. Vorzugsweise werde ich im Folgenden die theoretische Seite im Auge haben; um die Darlegung der Richtigkeit und innern Nothwendigkeit der neuen Anschauung handelt es sich vor Allem. Ist erst die Richtigkeit festgestellt, so wird die Pädagogik sich fügen und Mittel und Wege finden müssen, um die Anschauung auch den Schülern zur Klarheit zu bringen; darüber habe ich nicht den geringsten Zweifel und ebenso wenig, dass sie es können wird.

Ein Fehler ist vielleicht von mir mit dem Worte „unerreichbar“ gemacht worden*); ich meinte freilich „dem physischen Menschen unerreichbar,“ nicht etwa wegen materieller Hindernisse oder weil die nothwendigen Vehikel nicht zu beschaffen sind, und dergleichen, sondern weil zur Erreichung eine endlose Zeit nothwendig wäre (so wenigstens wird die reine Geometrie sagen; die praktische nimmt, wie hinlänglich bekannt, Parallelismus schon viel früher an). Sind denn nicht in diesem Sinne die unendlich entfernten Partien aller Linien unerreichbar? Zwei Linien können aber doch einen Punkt dieser Partien gemein haben, also sich in ihm begegnen oder treffen: ich finde darin keinen Widerspruch. Jedoch sehe man am Späteren, was hieran vielleicht doch noch zu rectificiren ist.

„Unerreichbar“ galt mir, wie ich schon im 6. Hefte von 1870 bemerkt habe, als provisorisches Wort, weil ich glaube, dass man erst allmählich zu dem Begriffe „unendlich fern“ übergehen kann: ich hatte den Vorgang der Infinitesimalrechnung in Gedanken, welche ja stets den Uebergang von den endlichen Grössen zu den unendlich grossen oder kleinen macht. Wer

*) Uebrigens sagt auch Baltzer „erreichbar“.

das Wort „unendlich entfernt“ gleich gebrauchen zu können glaubt, thue es, und wenn man als provisorisches Wort, falls ein solches für nothwendig erachtet wird, ein passenderes Wort an Stelle von „unerreichbar“ vorschlagen sollte, werde ich es gern acceptiren. Eine unantastbare Definition zu geben, war in den früheren Bemerkungen gar nicht meine Absicht: ich würde stolz sein, wenn mir das gleich gelungen wäre, was ja bei sehr vielen Grundbegriffen der Mathematik auch jetzt noch nicht als geleistet angesehen werden kann; meine Absicht war vielmehr nur, auf die Anschauung, die ich als den Mathematikern allgemein bekannt voraussetzte, und auf ihre Verwendung in der Schule die Aufmerksamkeit zu lenken, indem ich es vor der Hand Jedem überliess, die Anschauung in die Form der Darstellung zu bringen, die ihm die beste scheinen würde. Suchen wir alle, die wir uns Mathematiker nennen, zunächst sie zu verstehen, und machen wir uns dann alle an die saure Arbeit der Aufstellung einer auch schon für Tertianer verständlichen und der neuen Anschauung sich anbequemenden (ihr wenigstens nicht widersprechenden) Definition. Auch die bisherige Definition der parallelen Linien ist nicht vollkommen, enthält sie ja eine Negation. Das scharfe Bewusstsein, was parallele Linien sind, bekommt der Schüler bald, trotzdem die Definition nicht vollkommen ist und schon viele an ihr sich abgemüht haben; sie thut wenig dazu. Es ist ähnlich wie mit der Definition der geraden Linie. In beiden Fällen wird eine ziemlich klare Vorstellung mitgebracht, die entweder a priori besessen oder empirisch erworben ist, worüber ich nicht entscheiden kann. Der geometrische Unterricht schärft die Vorstellung und bringt in unserm Falle den Namen dazu. Wichtig ist ja natürlich die Definition, aber ob sie in der Tertia und auch noch in der Secunda schon sehr wichtig ist, darüber liesse sich noch streiten. Vielleicht lässt man auf diesem Standpunkte es ganz unentschieden, ob die parallelen Linien sich treffen oder nicht: zwei parallele Linien sind solche, die mit einer dritten gleiche Gegenwinkel (correspondirende Winkel) bilden. Jedoch, das sind nur meine Gedanken, die mir jetzt eingefallen sind, die ich also selber noch nicht weiter verfolgt habe*). Nun zur Sache. Unter

*) Ich hoffe hierauf bei einer andern Gelegenheit zurückzukommen.

„unerreichbar“ nie zu denken „auch Gott unerreichbar“, auf diese Idee bin ich nicht gekommen, weiss auch gar nicht, wie Gott in die Mathematik hereingezogen werden kann, in diese Wissenschaft, die nur für solche Wesen existirt, für welche Raum und Zeit existiren: ich halte es für einen Irrthum, mathematische Kenntnisse und Beschäftigung mit der Mathematik ohne Weiteres jedem mit Geiste begabten Wesen zuzuschreiben, sobald man nicht weiss, dass dieses Wesen unter denselben Bedingungen steht, eben so organisirt ist wie wir Menschen auf Erden, vor Allem, dass es ebenso wie wir alle Dinge durch die Medien von Raum und Zeit betrachten muss; des auch sonst excentrischen Gruithuisen berüchtigter Vorschlag, mit den etwanigen Mondbewohnern durch geometrische Figuren zu correspondiren, beruhte auf diesem Irrthum*).

Die Mathematik kann also nur bei den Menschen vorausgesetzt werden und alle Gebilde derselben sind nur so zu behandeln, wie sie den Menschen erscheinen. Daher „darf aber auch der endliche Mensch“, sagt Gauss in einem Briefe an Schumacher, „sich nicht vermessen, etwas Unendliches als etwas von ihm mit seiner gewohnten Anschauung zu Umspannendes betrachten zu wollen.“

Das Unendliche muss in anderem Massstabe von uns angesehen werden, als das Endliche. Wir dürfen nie die Relativität vergessen; wie eine unendlich kleine Grösse neben einer endlichen, so darf diese neben einer unendlich grossen Grösse nicht aufkommen, möchte ich sagen, sie muss vernachlässigt werden, wenn nicht ein Irrthum resultiren soll. So muss auch die endliche Distanz zweier parallelen Linien oder Ebenen (welche, gerade weil sie sich stets gleich bleibt, auch noch in unendlicher Entfernung endlich ist, während die Entfernung der unendlich fernen Partien zweier Geraden, die sich im Endlichen schneiden oder gar nicht schneiden, windschief**) sind, unendlich gross ist) in unendlicher Entfernung gegenüber dieser Entfernung ignorirt werden, während es natürlich in endlicher

*) Man sehe unsere Bem. S. 448—449. D. Red.

**) Dies Wort ist freilich nicht recht passend, aber immer noch passender als das in den Lehrbüchern der niedern Geometrie z. B. von Kambly gebrauchte „sich kreuzende Linien“, denn die beiden Theile eines Kreuzes treffen sich doch.

Entfernung nicht geschehen darf. Thue ich jenes nicht, so verletze ich ein Hauptprincip der Geometrie. Man ersieht, dass ich ebenfalls annehme, dass sich parallele Linien (Ebenen) in Wirklichkeit nie treffen, einen „endlichen“ Punkt (eine „endliche“ gerade Linie), d. h. einen Punkt, eine Linie, die so ist, wie die im Endlichen gelegenen Punkte oder Linien, nicht gemein haben; aber für uns Menschen, die wir uns von ihren unendlich entfernten Partien eben in unendlicher Entfernung befinden, sind diese Partien nicht verschieden, sondern identisch. Beschäftigen wir uns jedoch, ehe wir hier weiter gehen, mit diesen unendlich entfernten Partien selbst und wie wir sie zu behandeln haben, thun wir die volle Berechtigung der jetzt ganz üblichen Vorstellung, die an Paradoxie der vorigen scheinbar nichts nachgiebt, dass eine Gerade blos einen unendlich fernen Punkt hat, und der aus ihr folgenden ähnlichen dar.

Ueber allen Zweifel erhaben ist es, dass eine gerade Linie unendlich viele unendlich entfernte Punkte hat; wir schieben alle diese gewissermassen in einen einzigen Punkt zusammen. Ist das willkürlich oder berechtigt und nothwendig? Rufen wir uns zunächst eine bekanntere Vorstellung ins Gedächtniss: die Himmelskugel. Innerhalb derselben denken wir uns — sobald die Planetenwelt das Gebiet unserer Betrachtung ist — nur die im Vergleich zu den Fixsternen endlich entfernten Planeten; die Fixsterne selbst heften wir alle an die Oberfläche einer Kugel; die Unterschiede zwischen den Entfernungen der verschiedenen Fixsterne verschwinden für uns, obgleich wir recht gut wissen, dass sie vorhanden sind; alle Fixsterne haben die eine Entfernung „unendlich gross.“ Treiben wir Astronomie der Fixsterne, so werden wir natürlich diese Unterschiede nicht ignoriren.

Mit den endlichen Grössen verglichen sind die unendlich grossen Grössen alle gleich (daher ein Zahlzeichen für sie: ∞), mit einander verglichen sind sie verschieden. Aehnlich ist es mit den unendlich kleinen Grössen.

So haben also auch für uns die sämmtlichen unendlich fernen Punkte einer Geraden, sobald wir sie in Beziehung setzen zu endlichen Punkten, den Werth eines einzigen Punktes. Nehmen wir irgend einen endlichen Punkt der Geraden als Ausgangspunkt, so entspricht jeder Entfernung von demselben ein Punkt, der Entfernung ∞ also auch ein Punkt.

Hat nun aber jede Gerade nur einen unendlich fernen Punkt, so befinden sich sämmtliche unendlich fernen Punkte einer Ebene in einer Geraden (G_∞), denn das geometrische Gebilde, das mit jeder Geraden nur einen Punkt gemein hat, muss eine Gerade selbst sein: die sämmtlichen unendlich entfernten Gebilde einer Ebene (Punkte, sowie von ihnen erzeugte Curven) schieben sich in eine Gerade zusammen, und demnach die sämmtlichen unendlich fernen Punkte einer Curve n^{ter} Ordnung in n Punkte. Sämmtliche unendlich fernen Punkte des Raumes überhaupt liegen nun für uns in einer Ebene (E_∞)*), denn die Ebene ist das einzige geometrische Gebilde, welches von allen Ebenen in einer Geraden getroffen wird. Die sämmtlichen unendlich entfernten Punkte einer Fläche n^{ter} Ordnung schieben sich demnach in eine Curve n^{ter} Ordnung zusammen. Jedoch muss man sich bei dieser unendlich fernen Ebene stets bewusst bleiben, dass sie diese eigenthümliche Ebene ist, dass ihre Gebilde an und für sich von anderer Natur sind, als die ihnen gleichnamigen endlichen; was dort unendlich klein ist (und neben dort endlichen Grössen ignorirt wird), ist es nur für uns, an und für sich aber endlich, und was dort für uns endlich ist, ist an und für sich unendlich gross. Ein Punkt dieser Ebene E_∞ ist also jedenfalls von anderer Natur als ein „endlicher" Punkt; er erscheint nur uns dimensionslos, ist es aber an und für sich nicht. Reye nennt daher diese Punkte uneigentliche Punkte.

Zwei Parallelen haben also einen „endlichen" oder „eigentlichen" Punkt in Wahrheit nicht gemein, aber ihre unendlich fernen (uneigentlichen) Punkte sind identisch; ihre unendlich fernen Partien befinden sich, möchte ich sagen, in demselben unendlich fernen (uneigentlichen) Punkte.

---

*) Wenn wir oben das Beispiel der Himmelskugel gebraucht haben, so steht dasselbe mit unserm jetzigen Resultate nicht in Widerspruch: eine Kugel(oberfläche) geht mehr und mehr in eine Ebene über, je idealer wir den Begriff „unendlich gross" fassen; streng genommen in eine doppeltgedachte Ebene; man denke daran, dass alle conzentrischen Kugeln eine imaginäre Berührung längs des Kugelkreises auf E_∞ eingehen und also ein Büschel bilden, zu dem auch die doppelte gedachte Ebene E_∞ des Berührungskreises gehört; jeder Radiuslänge gehört eine Kugel des Büschels zu, der Radiuslänge ∞ diese degenerirte Kugel.

In gleicher Weise haben für uns parallele Ebenen (die eine „endliche“ oder eigentliche Gerade gewiss nicht gemein haben) doch ihre unendlich fernen Geraden gemein; ihre unendlich entfernten Partien liegen beide in einem solchen unendlich entfernten geometrischen Gebilde, welches für uns eine Gerade ist. Aehnliches ist bei den homothetischen Curven und Flächen der Fall.

Von den Strahlen, die in der durch einen Punkt und eine (ihn nicht enthaltende) Gerade gelegten Ebene durch den Punkt gehen, trifft jeder die Gerade in einem Punkte, der (einzige) Parallelstrahl geht nach dem unendlich entfernten Punkte derselben. Diese Anschauung führt, da der allgemeine Satz, dass zwei verschiedene Geraden höchstens einen Punkt gemein haben, niemals unrichtig werden darf, zu der oben noch nicht vollständig klargelegten Vorstellung, dass die beiden unendlich fernen Punkte einer Geraden nach beiden Richtungen identisch sind (die Kugel degenerirt zur doppelt gedachten Ebene E_∞), also nur ein unendlich entfernter Punkt auf jeder Geraden existirt: die Continuität, deren Existenz im Strahlbüschel evident ist, hat zur Folge die Vorstellung des continuirlichen Uebergangs von der einen Seite einer Geraden durch den unendlich entfernten Punkt auf die andere. Aehnlich ist es mit der unendlich entfernten Geraden einer Ebene: das Ebenenbüschel um eine zu der Ebene parallele Gerade schneidet in die Ebene einen Parallelstrahlenbüschel; die (einzige) parallele Ebene schneidet die (einzige) unendlich ferne Gerade ein und durch diese wird der Uebergang von der einen Seite*) der Ebene zur andern vermittelt. —

---

*) Dieses Wort „Seite“ mit seinen so mannigfachen Bedeutungen in der Mathematik ist wahrhaft unleidlich, und sonderbar genug ist es, dass man sich nicht begnügt, es nur da anzuwenden, wo es wenigstens nicht leicht durch ein anderes Wort ersetzt werden kann: die Seiten eines Polygons; eine (begränzte) Linie (z. B. die „Seite“ eines Dreiecks) nach beiden Seiten verlängern, eine (begränzte) Ebene nach beiden Seiten erweitern — in diesem Sinne ist es im Texte gebraucht —; Punkte, die auf derselben Seite oder auf verschiedenen Seiten einer Geraden oder Ebene liegen; zur Illustration diene folgender Satz: „je nachdem die beiden Punkte auf derselben oder auf verschiedenen Seiten der nach beiden Seiten verlängert gedachten Dreiecksseite liegen.“ Man wendet dies Wort auch in solchen Fällen an, wo man viel bessere Worte hat: man spricht noch von Seiten eines Kegels statt von Kanten, von Seiten einer Ecke statt von Kantenwinkeln.

Der grosse Historiker der inductiven Wissenschaften Whewell thut einmal die Aeusserung: „Das Wesen der Triumphe der Wissenschaft und ihres Fortschritts besteht darin, dass wir veranlasst werden, Ansichten, welche unsere Vorfahren für unbegreiflich hielten und unfähig waren zu begreifen, für evident und nothwendig zu halten.“ Die Geschichte der Mathematik beweist hinreichend, dass dieselbe auch für diese Wissenschaft gilt. Wo wären wir, wenn wir heute Euclid's Satz (Elemente X, 7): „Incommensurable Grössen verhalten sich nicht wie Zahlen zu einander“, für richtig hielten, wenn wir noch nicht gelernt hätten, die incommensurablen Grössen zu begreifen, und die alte beschränkte Anschauung von den Zahlen nicht längst abgeworfen hätten? Wo, wenn wir noch die negativen Zahlen (die *quantitates falsae*) als unbegreifliche Dinge abfertigten, so wie wir es heute noch in der Schule — wohl grösstentheils aus Mangel an Zeit — mit den imaginären Zahlen thun? Das Paradoxe muss man begreifen lernen, wenn es sich aller Orten in der Forschung darbietet und wenn es zudem sich als etwas für die Forschung höchst werthvolles gezeigt hat, wie das mit den negativen, den irrationalen, den imaginären Grössen und so auch mit der neuen Anschauung von den Parallelen der Fall ist. Leicht ist es, von der Schwäche der Methode der höheren Mathematik zu sprechen. Sonderbar ist es freilich, dass dieser Vorwurf gegen die höhere Mathematik sich nicht auch in den Schriften der forschenden Mathematiker findet; diese halten es vielmehr für einen grossen Vorzug der neuern Mathematik, dass sie sich von dem oft kleinlichen Geiste der Untersuchung der Alten frei gemacht hat, und die wahre Einfachheit, welche in der Allgemeinheit der Principien beruht, überall obenan hält. Ich weiss auch nicht recht, was mit der „Schwäche der Methode“ gemeint ist: vielleicht ist verstanden, dass die höhere Mathematik, weil sie sonst nicht im Stande ist, gewisse Probleme zu lösen, eine Annahme so wie unsere, nach welcher parallele Linien und Ebenen in unendlicher Entfernung sich doch treffen, machen muss und mit derselben dann die Probleme lösen kann. Es wäre nun ein eigenthümlicher Widerspruch, das, was stark macht zu leisten, was sonst nicht zu leisten wäre, eine Schwäche zu nennen. Ferner glaube ich auch versichern zu können, dass dies nicht die Veranlassung zur Aufstellung der neuern An-

schauung vom Parallelismus gewesen ist, sondern dass dieselbe sich als eine nothwendige Consequenz gewisser allgemeiner Sätze ergeben hat. Nach der obigen Auffassung würde ihr also ungefähr die Bedeutung einer naturwissenschaftlichen Hypothese gegeben, deren Werth ja vorzugsweise darin besteht, dass sie die Forschung leitet. So würde also auch die neuere Anschauung ein Fingerzeig für die Forschung und ein Mittel sein, schnell etwas zu beweisen, jedoch könnte ein damit geführter Beweis nicht als endgiltig angesehen und müsste noch nachträglich verificirt werden. Man stellt sie aber nicht einmal so hoch wie eine naturwissenschaftliche Hypothese, welche man doch eher für wahr als für falsch hält, so lange man sie adoptirt; während die Richtigkeit unserer Anschauung ja sogar bestritten wird. Wie dann freilich sich jemals richtige Resultate aus ihr ergeben können, ist uns unklar. Jedoch unsere Anschauung steht viel höher, als eine naturwissenschaftliche Hypothese: was aus dieser deducirt wird, bedarf stets der Verification durch das Experiment. Was wir aber mit Hülfe unserer Anschauung, welche allerdings ein überaus kräftiges Forschungsmittel und Beweisinstrument ist, ableiten, das bedarf keiner nachträglichen Verification; wenn vielleicht da und dort eine solche erfolgt, so geschieht sie nur im Interesse solcher, die mit der Anschauung noch nicht recht vertraut sind. Für den Forscher ist sie nicht nothwendig; er hat von vornherein nicht den geringsten Zweifel, dass er etwas Richtiges findet. Liesse sich freilich — und dies ist die Cardinalfrage — ein einziger falscher Satz nachweisen, der durch sie erhalten ist, dann müsste sie natürlich augenblicklich über Bord geworfen werden. Was flöge dann aber Alles mit? Denn wie vieles steht mit ihr, weil sie eine nothwendige Consequenz des ganzen Systems der Geometrie ist, in unauflöslicher Verbindung? Deshalb wird es auch nie möglich sein, einen falschen aus ihr abgeleiteten Satz zu ermitteln; die Anschauung ist keine Hypothese, sondern sie ist so wahr wie alle andern Wahrheiten der Mathematik. Wahr ist es freilich auch, dass die Parallelen niemals einen „endlichen“ Punkt gemein haben; ich denke jedoch deutlich auseinandergesetzt zu haben, dass diese Wahrheit nicht umgestossen wird. Wer bei ihr aber stehen beibt, für den hat die Geometrie nicht den Charakter der Homogeneität, der sich besonders in der

nirgends durchbrochenen Allgemeingiltigkeit ihrer Sätze manifestirt. Sie zersplittert sich dann wieder, wie bei den Alten, in eine Reihe von Specialuntersuchungen, und Ausnahmen sind dann stets die Menge zu verzeichnen. Während jetzt nach Adoption der neuern Anschauung jeder Situationssatz, der von zwei sich schneidenden Geraden bewiesen ist, unmittelbar auf die parallelen Linien übertragen wird, muss der, welcher jene nicht annimmt, ihn entweder noch für diesen Fall besonders beweisen oder wird, da er ja sich schneidende und parallele Linien einander schroff gegenüberstellt, ihn in diesem Falle möglicherweise als nicht richtig ansehen. Ich habe ferner auf die Einführung des Gesetzes der Reciprocität in der Schule bei anderer Gelegenheit aufmerksam gemacht; dessen allgemeine Giltigkeit steht und fällt mit der Richtigkeit der neuen Anschauung; wenn aber dieses umfassendste aller Gesetze preisgegeben werden muss, wenn auch auf diese grosse Wahrheit kein Verlass mehr ist, was helfen uns dann noch die kleineren Wahrheiten? Wenn es unbedingt stets richtig ist, dass zwei Punkte immer eine Gerade gemein haben, dann muss nach der planimetrischen Reciprocität zweien Geraden stets ein Punkt und nach der stereometrischen zweien Ebenen stets eine Gerade gemein sein. Zu dem gewiss richtigen Satze: „Zwei Gerade mit gemeinsamem Punkte befinden sich in derselben Ebene“ ist der stereometrisch reciproke Satz: „Zwei Gerade, die in derselben Ebene liegen, haben einen Punkt gemein“, der nun auch richtig sein muss, wenn nicht das Reciprocitätsgesetz falsch ist.

Eine Gerade (Ebene) soll für jede Curve (Fläche) 2. Grades einen Pol haben, aber nicht, wenn sie just durch deren Centrum geht? Vier harmonische Strahlen treffen jede Gerade derselben Ebene in vier harmonischen Punkten, aber nicht, wenn diese einem der vier Strahlen parallel ist? Zwei Kreise derselben Ebene haben stets zwei Aehnlichkeitspunkte, aber nicht, wenn sie gleich gross sind? Derartige Durchlöcherungen der Continuität könnten noch viele angeführt werden: wem dieses buntscheckige Gewirr von Sätzen und Ausnahmen gefällt, mit dem will ich nicht rechten; ich kann keinen Geschmack daran finden.

Durch drei Punkte, A, B, C, ist es stets möglich, einen Kreis zu führen, ausser wenn die drei Punkte in derselben Geraden liegen, weil in diesem Falle die Senkrechten in den Mitten

von AB und BC, die in ihrem Schnittpunkt das Centrum des Kreises liefern, parallel werden, also nach der alten Anschauung sich nicht treffen, mithin kein Centrum geben (Herr Fresenius sagt im 1. Hefte des 2. Jahrg. d. Zeitschr.: „sie liefern darin zwei"; diesen Schluss verstehe ich nicht*). Nach der neuen Anschauung wird gar keine Ausnahme nothwendig: der Mittelpunkt des Kreises ist unendlich fern, der Radius unendlich gross; der Kreis ist also zu einer Geraden — ABC — degenerirt. Er existirt demnach, nur ist er nicht von der erwarteten Art.

Die höhere Geometrie verbannt noch viel mehr, in consequenter Festhaltung des Princips der Continuität, alle Ausnahmen und hat zu dem Zwecke die Degenerationen und die imaginären Gebilde eingeführt: zwei Gerade oder zwei Punkte (die auch zusammenfallen oder imaginär werden können) vertreten sehr häufig einen Kegelschnitt. Apollonius freilich würde sie dafür nicht angesehen haben, und der Brennpunkts-Definition genügt ein solcher Complex auch nicht, aber wir haben den Begriff eben erweitert. An drei Gerade lassen sich stets vier Kreise tangential legen, ausgenommen, wird jetzt hinzugefügt, wenn die drei Geraden durch denselben Punkt gehen oder wenn sie alle drei parallel sind. Zunächst ist klar, dass nach Adoption der neuen Anschauung über den Parallelismus die zweite Ausnahme als Specialfall der ersten gar nicht mehr nothwendig ist; die höhere Geometrie geht bekanntlich noch weiter und duldet gar keine Ausnahme: die vier Kreise haben sich in dem Ausnahmefall in einen einzigen vereinigt mit unendlich kleinem Radius, dessen Centrum in dem gemeinsamen Punkte liegt, (in einen Punktkreis), oder richtiger: in einen Kreis, der in ein System von zwei (imaginären) Geraden degenerirt ist, die vom gemeinsamen Punkte nach den beiden unendlich fernen Kreispunkten der Ebene (auf der unendlich fernen Geraden) gehen und die sich im Falle, wo die drei zu berührenden Geraden parallel sind, beide mit dieser unendlich fernen Geraden vereinigen, so dass der Kreis durch eine doppelte Gerade repräsentirt wird.

Wer wird es sich ferner entgehen lassen, das Prisma den Schülern als speciellen Fall des Pyramidenstumpfs und den Cy-

*) Fresenius schliesst (II. H. 1. S. 4. No. 19): Wenn zwei Linien auf deren jeder das Centrum liegen muss, sich nicht treffen, so müssen zwei Centra vorhanden sein. Dieser Schluss ist sehr klar! D. Red.

linder als speciellen Fall des Kegelstumpfs darzustellen, indem der Scheitel der Ergänzungspyramide resp. des Ergänzungskegels als ins Unendliche entwichen bezeichnet wird?

Wie geometrisch dargethan werden soll, dass tg $90^0 = \pm \infty$, ohne einen gemeinsamen Punkt für zwei parallele Geraden anzunehmen, weiss ich nicht.

Ueberall drängt sich die neue Anschauung auf und sie soll keineswegs mit Gewalt eingeführt werden, sondern wird vielmehr von den Gegnern mit Gewalt zurückgewiesen; von sehr Vielen wird sie wenigstens geduldet und sporadisch ein schüchterner Versuch mit ihr gemacht. Ich erlaube mir aus zwei weit verbreiteten Lehrbüchern einige Stellen mitzutheilen. Koppe: Planimetrie §§ 242, 246, 252; Kambly: Stereometrie §§ 1, 24, 35. Vollständig aufgenommen ist sie in Baltzer's Elementen der Mathematik, auf deren Darstellung und historische Notizen ich verweise (Planimetrie § 2, Stereometrie § 1). Aus denselben habe ich zuerst erfahren, dass sie bis auf Desargues (1630) zurückzudatiren ist und dass Newton sich ihrer schon mit der grössten Freiheit bediente, dass er schon nicht den geringsten Anstand nahm, einen von zwei sich schneidenden Geraden erwiesenen Situationssatz auf zwei parallele Gerade zu übertragen. Mit Staunen habe ich bei einer freilich bis jetzt noch flüchtigen Kenntnissnahme der *Principia mathematica philosophiaè naturalis* gesehen, wie viele jetzt übliche Anschauungen, die ich erst einer spätern Zeit angehörig glaubte, schon Newton geläufig waren. Da das genannte Werk Wenigen zugänglich ist, so citire ich aus demselben zwei der von Herrn Baltzer angeführten Stellen wörtlich:

Liber I, lemma 18:... Sed etiam e punctis quatuor *A, B, C, D* possunt unum vel duo abire ad infinitum eoque pacto latera figurae, quae ad puncta illa convergunt, evadere parallela.

Liber I, lemma 22: . . . Nam rectae quaevis convergentes transmutantur in parallelas . . . idque quia concursus ille hoc pacto abit in infinitum. —

Es scheint, als ob in der niedern Geometrie mehr Anstand genommen würde, die Permanenz allgemeiner Sätze als oberstes leitendes Princip hinzustellen, während sie doch in der elementaren Arithmetik ungescheut anerkannt wird; denn Brüche, negative Zahlen, irrationale, imaginäre Zahlen, Potenzen mit negativen, mit gebrochenen Exponenten verdanken diesem Principe ihre

Existenz: es galt, die Beschränkung, die gewissen Regeln auferlegt war, los zu werden; die Geschichte der Mathematik berichtet, mit welchem Misstrauen diese neu geschaffenen Grössen, welche noch viel Verdächtiges und Unbegreifliches an sich trugen, im Beginne aufgenommen wurden: das Princip der Permanenz forderte ihre Existenz und wir haben gelernt, das Misstrauen zu überwinden, das Verdächtige abzustreifen, das Unbegreifliche zu begreifen, und müssen es auch unsern Schülern lehren. —

Sei es mir nun gestattet, die Sache auch etwas mit Hilfe der analytischen Geometrie zu betrachten: die Entstehung der Anschauung wird dadurch vielleicht klar werden.

In der analytischen Geometrie gilt als unumstösslicher Fundamentalsatz, dass solche Werthe der Unbekannten, welche die Gleichungen zweier oder mehrerer Curven oder Flächen zugleich befriedigen, die Coordinaten eines gemeinsamen Punktes der Curven oder Flächen sind. Soll dieser Satz nicht seine Allgemeinheit verlieren, so muss, weil die Gleichungen zweier planimetrischen (in derselben Ebene liegenden) Geraden

$$S = Ax + By + C = 0,$$
$$S_1 = A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$$

stets, wie aus der Algebra bekannt ist, durch ein Werthepaar

$$x = \frac{BC_1 - B_1 C}{AB_1 - A_1 B}, \quad y = \frac{A_1 C - AC_1}{AB_1 - A_1 B}$$

befriedigt werden, auch zwei parallelen Geraden ein gemeinsamer Punkt zugeschrieben werden; für zwei solche Geraden ist bekanntlich $A : A_1 = B : B_1$, also $AB_1 - A_1 B = 0$, mithin $x = \infty$, $y = \infty$; folglich ist der gemeinsame Punkt ein unendlich entfernter Punkt: möge man freilich nicht vergessen, dass die Punkte in der Unendlichkeit anderer Natur sind, als die im Endlichen. Die Cartesischen Coordinaten bestimmen ihn sehr ungenau. Ersetzen wir sie durch Polar-Coordinaten:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi,$$

so sind r, φ des gemeinsamen Punktes der beiden Linien $S = 0$, $S_1 = 0$ bestimmt durch:

$$r = \frac{\sqrt{(BC_1 - B_1 C)^2 + (CA_1 - C_1 A)^2}}{AB_1 - A_1 B},$$

wobei das Vorzeichen der Wurzel, welche ich mit R bezeichnen will, so zu nehmen ist, dass r positiv wird, was vom Vorzeichen von $AB_1 - A_1 B$ abhängt;

$$\cos\varphi = \frac{BC_1 - B_1C}{R}, \ \sin\varphi = \frac{CA_1 - C_1A}{R}, \ \operatorname{tg}\varphi = \frac{CA_1 - C_1A}{BC_1 - B_1C};$$

sind $S = 0$ und $S_1 = 0$ parallel, also $A : A_1 = B : B_1 = 1 : \lambda$, so wird $r = \infty$, $R = (C_1 - \lambda C)\sqrt{A^2 + B^2}$, wobei das Zeichen der Wurzel unentschieden bleibt, da $AB_1 - A_1B = 0$, also beide Zeichen hat;

$$\cos\varphi = \frac{B(C_1 - \lambda C)}{R}, \ \sin\varphi = \frac{A(\lambda C - C_1)}{R},$$

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{B}{A} = -\frac{B_1}{A_1};$$

das zweideutige Zeichen von R und also auch von $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ zeigt an, dass der gemeinsame Punkt in unendlicher Entfernung sowohl nach der einen Seite als nach der Seite auf dem vom Anfangspunkt beiden Linien parallel gezogenen Radius vector liegt (denn der concave Winkel φ, dessen Tangente $= -\frac{B}{A}$ oder $-\frac{B_1}{A_1}$, ist der von den beiden Linien $S = 0$ und $S_1 = 0$ mit der positiven Abscissen-Axe gebildete Winkel), weil die obigen Formeln für φ es unentschieden lassen, in welchen von zwei diametral gegenüberliegenden Quadranten dieser vom (stets positiven) Radiusvector mit der positiven Abscissen-Axe gebildete Winkel liegt. Dass alle zu $S = 0$ und $S_1 = 0$ parallelen Geraden (für die ja $\frac{B_2}{A_2} = \frac{B_3}{A_3} = \ldots = \frac{B}{A} = \frac{B_1}{A_1}$ ist) ebenfalls durch diesen Punkt gehen, ist nun ersichtlich; seine Coordinaten ($r = \infty$, $\operatorname{tg}\varphi = -\frac{B}{A} = -\frac{B_1}{A_1} = -\frac{B_2}{A_2} = -\frac{B_3}{A_3} = \ldots$) befriedigen die Gleichungen aller dieser Linien.

Diese sämmtlichen Parallelen bilden also einen besonderen Fall eines Strahlenbüschels, dessen Mittelpunkt auf der unendlich fernen Geraden liegt. Jedem Punkte dieser Geraden entspricht ein System von Parallelen. —

Wenn drei Gerade

$$S = 0,$$
$$S_1 = 0,$$
$$S_2 = A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

durch denselben Punkt gehen, so ist bekanntlich

$$\varDelta = \begin{vmatrix} A, & B, & C \\ A_1, & B_1, & C_1 \\ A_2, & B_2, & C_2 \end{vmatrix} = 0;$$

es wäre nun umgekehrt $\Delta = 0$ nicht das entscheidende Kriterium, dass drei Gerade einen Punkt gemein haben, wenn nicht auch drei parallele Geraden als einen gemeinsamen Punkt habend angenommen würden; denn sind $S = 0$, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$ parallel, so ist $A : A_1 : A_2 = B : B_1 : B_2$

oder $\begin{vmatrix} A, & B \\ A_1, & B_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} A_2, & B_2 \\ A, & B \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} A_1, & B_1 \\ A_2, & B_2 \end{vmatrix} = 0,$

wodurch $\Delta = C \begin{vmatrix} A_1, & B_1 \\ A_2, & B_2 \end{vmatrix} + C_1 \begin{vmatrix} A_2, & B_2 \\ A, & B \end{vmatrix} + C_2 \begin{vmatrix} A, & B \\ A_1, & B_1 \end{vmatrix}$

auch zu Null wird.

Oder fassen wir zwei Gerade als im Raume gelegen auf, also jede durch 2 Gleichungen bestimmt:

$$\begin{cases} S = Ax + By + Cz + D = 0, \\ S_1 = A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0; \end{cases}$$
$$\begin{cases} S_2 = A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \\ S_3 = A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0; \end{cases}$$

wenn diese beiden Geraden einen gemeinsamen Punkt haben, so gibt es drei Werthe x, y, z, welche alle 4 Gleichungen befriedigen; das ist nur möglich, wenn

$$\Delta = \begin{vmatrix} A, & B, & C, & D \\ A_1, & B_1, & C_1, & D_1 \\ A_2, & B_2, & C_2, & D_2 \\ A_3, & B_3, & C_3, & D_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Andererseits wenn die beiden Geraden in einer und derselben Ebene liegen, so muss es 4 von Null verschiedene Grössen λ, μ, ν, ϱ geben, welche die Gleichung

$$\lambda S + \mu S_1 = \nu S_2 + \varrho S_3$$

identisch (d. h. für alle Werthe von x, y, z) richtig machen. Dies ist nur der Fall, wenn

$$\Delta' = \begin{vmatrix} A, & A_1, & A_2, & A_3 \\ B, & B_1, & B_2, & B_3 \\ C, & C_1, & C_2, & C_3 \\ D, & D_1, & D_2, & D_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Da aber $\Delta' = \Delta$ ist, so würde $\Delta = 0$ nicht das entscheidende Kriterium dafür sein, dass die beiden Geraden einen Punkt gemeinsam haben, wenn nicht Parallele auch als solche Geraden angesehen würden, welche einen gemeinsamen Punkt

haben, wenn also nicht „zwei Gerade, die einen Punkt gemeinsam haben“ und „zwei Gerade, die in derselben Ebene liegen“ als identische Begriffe angenommen würden. Diesem Complexe zweier Geraden derselben Ebene oder mit gemeinsamem Punkte gegenüber steht der Complex aus zwei windschiefen Geraden. Zwei Geraden in einer Ebene (parallele oder sich im Endlichen schneidende) bilden die durch einen wirklichen Doppelpunkt bewirkte Degeneration einer ebenen Curve 2. Ordnung (eines Kegelschnittes), zwei windschiefe Geraden bilden eine Raumcurve 2. Ordnung mit einem scheinbaren Doppelpunkte.

Um einem leicht zu begehenden Irrthum vorzubeugen, fügen wir noch eine Bemerkung hinzu. Wenn man sich nun in Gedanken zu dem „unendlich fernen“ Punkt, der zwei parallelen Geraden gemeinsam ist, versetzt (ich stelle mir z. B. die Geraden von zwei Gestirnen A und B nach einem dritten Gestirne C vor, dessen Entfernung von A und B unendlich gross ist im Vergleich mit der Distanz AB), so werden natürlich AC und BC nicht divergent: der Winkel zwischen 2 Geraden kann sich nicht ändern. Der Punkt C verliert dann seinen Punktcharakter und bekommt Dimensionen, die Distanz wird also bei C wieder endlich, hingegen vereinigen sich nun A und B und die Distanz verschwindet dort, gewissermassen im Unendlichen auf der andern Seite.

Gewöhnlich wird bei parallelen Linien viel von Richtung gesprochen, ohne dass die Bedeutung dieses Wortes vorher erläutert worden ist. Gemeinhin pflegt man zu demselben noch die Bestimmung wohin? hinzuzufügen: „ich gehe in der Richtung auf eine Stadt“, „die Kanonen schossen alle in derselben Richtung d. h. auf denselben Punkt hin.“ Wenn man in der Geometrie das Wort ohne den bestimmenden Zusatz gebraucht, so geschieht dies in Folge einer ein für alle Male gemachten Convention über das Ziel der Richtung: wenn nun aber gerade parallele Geraden als von derselben Richtung bezeichnet werden, so müssen doch auch sie ein gemeinsames Ziel für ihre Richtung haben: ein unendlich fernes — als Punkt erscheinendes — Object. Zwei Linien haben dieselbe (oder gleiche) Richtung, wenn sie nach demselben unendlich entfernten Punkte (oder nach zwei verschiedenen im Unendlichen gelegenen, aber für uns identischen Punkten) hinstreben. Zwei Menschen gehen in derselben Richtung (ohne Zusatz), wenn sie dasselbe unend-

lich entfernte Object stets im Auge behalten; die Absicht, es erreichen zu wollen, ist ja gar nicht nothwendig.

Zum Schlusse ausser den frühern noch ein paar Worte über die pädagogische Verwerthung. Wofern nur in der Tertia für eine der neuen Anschauung wenigstens nicht widersprechende Definition der parallelen Linien gesorgt ist, so spielt die Frage selbst für diese Klasse kaum eine Rolle; ich bin nicht minder, wie die Herren, die mich angegriffen haben, der Ansicht, dass Tertianer für diese Anschauung noch nicht das Verständniss haben; ausserdem fehlt ja auch die Gelegenheit, die Sache zu verarbeiten. Auch in der Secunda ist nach meiner Erfahrung noch nicht sehr reichliche Gelegenheit vorhanden; bietet sie sich dar, so soll sie nicht gerade zurückgewiesen werden. In der Prima jedoch, besonders im stereometrischen und in dem aus der neuern Geometrie entlehnten planimetrischen Unterrichte drängt sich die Anschauung aller Orten auf und darf also nicht zurückgewiesen werden. Eins ist mir unzweifelhaft, wäre unser Pensum grösser und stände uns also mehr Zeit zu Gebote, so müssten wir unbedingt die Schüler in die neue Anschauung einweihen, besonders wenn die Elemente der neuern Geometrie etwas eingehender betrieben würden. Als bekannt vorausgesetzt wird sie übrigens in Lehrbüchern, welche der Mathematik Studirende auf einer Universität und polytechnischen Schule so bald als möglich in die Hand nimmt, z. B. in Salmon's analytischer Geometrie der Kegelschnitte (deutsch bearbeitet von W. Fiedler). Unsere Pflicht ist es, sie auf eine für die Schüler der Prima verständliche Art zu verarbeiten; zunächst wird man parallele Beweise mit und ohne die neue Anschauung mittheilen, freilich müssten die Lehrbücher danach eingerichtet sein. Meine Erfahrung ist noch zu gering, sonst würde ich mir erlauben, darüber schon Mittheilungen zu machen. Ich wiederhole aber meine Bitte an erfahrenere und geschicktere Collegen, Versuche zu machen in dem Unterricht selber vor Allem, aber vielleicht auch in der Abfassung eines die Anschauung consequent berücksichtigenden Lehrbuchs*), das den Schülern in die Hand gegeben werden kann; denn Baltzer's Elemente sind ja doch vorzugsweise für uns Lehrer bestimmt.

*) Ein Lehrbuch, das diesen Forderungen einigermassen Rechnung trägt, ist: Beez, Elemente der Geometrie. Plauen 1869. D. Red.

Bemerkung zu Dr. Sturm's vorstehendem Aufsatze.

Von J. Kober.

Auf meine Frage, ob es Wahrheit sei, dass, wie aus Sturms Auffassung folgt, eine Schar von Parallelen in einem Punkte zusammentreffe, und also der unendliche Raum in einen Punkt zusammenschrumpfe*), entgegnet Herr Sturm: „Jedes Lehrbuch der höhern Geometrie sagt in der That, dass der unendliche Raum in der Richtung einer Geraden in einen Punkt zusammenschrumpft" und weiterhin: „Ein Punkt dieser [unendlich entfernten] Ebene ... erscheint uns nur dimensionslos, ist es aber an und für sich nicht ... Die unendlich entfernten Partien zweier Parallelen befinden sich in demselben unendlich fernen Punkte."

Dieser Punkt ist also gerade so ein Punkt, wie der in hoher Luft schwebende Adler.

Dieser „nicht dimensionslose" Punkt verdiente einen Platz in des Verfassers Aufsatz „über Incorrectheiten in der Sprache der Mathematik", da man doch nicht für ein geometrisches Gebilde ohne Ausdehnung und eins mit Ausdehnung dasselbe Wort setzen sollte.

Meine übrigen Einwendungen übergeht Herr Sturm.

Schade, dass Herr Sturm seine Schulzeit nicht in Dresden verlebt und unsre Anstalt als Schüler besucht hat. Dann würde er wahrscheinlich den grössten Theil seines Aufsatzes, sicherlich aber die „Bitte" an „erfahrenere Collegen", „Versuche" mit der „neuen Anschauung"**) zu machen, weggelassen haben, da er sich überzeugt hätte, dass dieselben wenigstens bei uns längst aufgehört haben, „Versuche" zu sein***). Nächstens hierüber mehr!

Es scheint übrigens, dass ich mich an der angefochtenen Stelle nicht ausführlich genug ausgesprochen habe; sonst würde man wohl nicht aus derselben herausgelesen haben, dass ich die Sicherheit der Methode und der Resultate der höheren Mathematik anzweifle. Ich hätte vielleicht in dem Schlusssatze statt „Schwierigkeiten" schreiben sollen „Umständlichkeiten" und statt „Schwäche" ein milderes Wort.

Bemerkung des Herausgebers.

Ohne auf die Punkte in denen ich mich, wie Herr Kober (und gewiss viele andere) in direktem Gegensatz zu Dr. S. befinde, hier näher einzugehen†), sehe ich mich doch, damit es den Lesern dieser Zeitschrift nicht scheine, als fühle ich mich geschlagen, genöthigt,

*) S. Bd. I. S. 492. D. Red.

**) Statt „Anschauung" dürfte man wohl passender sagen: „Auffassung." D. Verf.

***) Ich bilde mir übrigens nicht etwa ein, diese Methode im geometrischen Unterricht allein oder wohl gar zuerst angewandt zu haben. D. Verf.

†) Ich möchte hierin den Mitarbeitern nicht vorgreifen. D. Herausgeber.

wenigstens auf die gegen meine Anmerkung Bd. I. S. 480 direct gerichtete Stelle (s. hier S. 394) „unter unerreichbar mir zu denken auch Gott unerreichbar .... beruhte auf diesem Irrthum" Folgendes zu entgegnen:

Der Angelpunkt des Streits, auf den es hier ankommt, liegt in den Worten: sobald man nicht weiss .... dass es (nämlich das mit Geist begabte Wesen) alle Dinge durch die Medien von Raum und Zeit betrachten muss. — Ich bin allerdings hier in dem Falle mit dem Herrn Verf. gar nicht streiten zu können, weil ich Zeit und Raum aus guten Gründen und voller Ueberzeugung nicht (wie die idealistischen Philosophen — wohl auch Mathematiker) für Medien, gleichsam Brillen halte, durch welche wir die Dinge betrachten oder durch welche uns die Dinge, je nach der Eigenschaft der Brille, erscheinen, sondern vielmehr — für Grundexistenzen (Elemente), in welchen und durch welche überhaupt das Sein der Dinge ermöglicht wird. Nach dieser Ansicht ist jeder denkende Geist, auch der höchste an Zeit und Raum gebunden; und selbst wenn man allenfalls noch ein raumloses Sein (d. h. ein Sein ausserhalb oder jenseits des Raumes, der dann begrenzt oder endlich sein müsste) gelten lassen wollte, so ist doch ein *zeitloses Sein* der reinste Widerspruch, den es nur geben kann und Gott selbst „ohne Zeit" zu denken, unmöglich. Existiren aber für ein denkendes Wesen Raum und Zeit, dann muss es für dasselbe auch Mathematik geben.

Der Herr Verf. bezeichnet es als Irrthum, den höhern Wesen Mathematik (math. Beschäftigung) zuzuschreiben, sobald man nicht wisse, dass es für sie auch Raum und Zeit gebe. So lange aber der Verf. das Gegentheil, dass nämlich für geistig anders construirte Wesen Raum und Zeit nicht seien, zu beweisen unterlässt, so lange scheint mir meine Behauptung wenigstens die grössere Wahrscheinlichkeit für sich zu haben. Erst wenn der Herr Verf. jenen Beweis beigebracht haben wird, dann wird sichs zeigen, auf welcher Seite der „Irrthum" gewesen ist.

Ein wirklicher Irrthum ist es aber, dass des excentrischen Gruithuison Idee auf diesem (vermeintlichen) „Irrthume" beruhe. Denn, da die Mondbewohner (wenn es solche überhaupt gibt) auf einem Körper wohnen, der, wie die Erde, im Raume sich bewegt und zu dieser Bewegung Zeit braucht, so müssen sie auch eine Vorstellung von Zeit und Raum haben*) und also auch, wenn sie sonst geistig weit genug vorgeschritten und nicht Thiere sind, — Mathematik. Wohl aber beruht der Glaube an die Möglichkeit der Ausführung jener Idee auf Irrthümern, aber freilich, wie jeder sieht, auf ganz andern, als der vom Herrn Verf. bezeichnete ist.

*) Weil nämlich bei aller Verschiedenheit von der menschlichen Geistesorganisation die Bewegung (oder der Verkehr) in diesen Elementen des Seins die Grundlage jeder geistigen Organisation sein muss.

Die Umformungsregeln für algebraische Ausdrücke.

Notiz von Dr. Ernst Schröder, Professor am Gymnasium zu Baden-Baden.

Die algebraischen Ausdrücke: Differenz, Quotient, Wurzel und Logarithmus, welche die Ergebnisse der vier inversen Operationen vorstellen, lassen sich bekanntlich mit Hülfe einer beliebigen Zahl so umformen, dass sie dabei ihren Charakter und ihren Werth unverändert beibehalten. Die Regeln, nach welchen dies geschehen kann, werden durch die ebenfalls bekannten Formeln ausgedrückt:

$$\text{I.}\quad \begin{cases} a - b = (a+n) - (b+n), \\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{a \,.\, n}{b \,.\, n}, \\ \sqrt[b]{a} = \sqrt[b \,.\, n]{a^n}, \\ \overset{b}{\log}\, a = \overset{b^n}{\log}\, (a^n), \end{cases}$$

und pflegen etwa wie folgt in Worte gefasst zu werden:

Der Werth einer Differenz bleibt ungeändert, wenn man Minuend und Subtrahend derselben um eine beliebige aber die gleiche Zahl vermehrt (oder vermindert).

Der Werth eines Bruches bleibt ungeändert, wenn man Zähler und Nenner desselben mit einer beliebigen aber der gleichen Zahl multiplicirt (oder dividirt).

Der Werth einer Wurzel bleibt ungeändert, wenn man den Wurzelexponenten mit einer beliebigen Zahl multiplicirt und zugleich den Radicanden auf die Potenz dieser nämlichen Zahl erhebt (desgleichen auch, wenn man das Gegentheil ausführt).

Der Werth eines Logarithmus ändert sich nicht, wenn man dessen Basis und Numerus mit irgend einer Zahl potenzirt (oder auch radicirt).

Im Gegensatz zum Werthe aber ändert sich die Form der genannten Ausdrücke bei Anwendung der obigen Sätze.

Wenn man diese Sätze zur Umformung eines Ausdruckes anwendet, welcher unter die Kategorie der in Rede gestellten fällt, so wird man dabei entweder von der linken Seite der obigen Gleichungen I. zur rechten Seite derselben, oder umgekehrt, überzugehen haben. Der Uebergang von der linken zur rechten Seite, also die Anwendung jener Formeln im Sinne von vorwärts, heisst das Erweitern oder Resolviren des ursprünglichen Ausdruckes (linker Hand in I.). Das Umgekehrte, also die Anwendung der Formeln im Sinne des Ueberganges von rechts nach links, oder rückwärts, heisst das Kürzen oder Reduciren des (rechter Hand stehenden) Ausdruckes.

Es mag hier noch beiläufig auf den eigenthümlichen Umstand hingewiesen werden, dass die dritte der obigen vier Formeln mit den drei andern nicht zu harmoniren scheint; denn während bei der Umformung die beiden Operationsglieder der drei andern Ausdrücke $a - b$, $\frac{a}{b}$ und $\overset{b}{\log}\, a$ durch die nämliche Rechnungsart mit der willkührlichen Zahl n verknüpft werden, geschieht dies bei den Operationsgliedern des Ausdruckes $\sqrt[b]{a}$ durch verschiedene Rechnungsoperationen.

An Stelle des dritten Satzes möchte man — nach der Analogie mit den übrigen zu schliessen — vielmehr den Satz erwarten:

Eine Wurzel bleibt ihrem Werth nach ungeändert, wenn man Radicand und Wurzelexponent mit irgend einer Zahl exponenzirt (oder logarithmirt), wie es etwa die Formel aussprechen würde:

$$\sqrt[b]{a} = \sqrt[n^b]{n^a}$$

Diese Vermuthung erweist sich jedoch als eine unrichtige, und es ist nicht uninteressant, sich von dem Grund der auffallenden Abweichung Rechenschaft zu geben — indessen liegt dies ausserhalb des Zweckes der gegenwärtigen Mittheilung.

Ich habe mir nun die Aufgabe gestellt, nicht nur für die übrigen Ausdrücke: Summe, Product und Potenz, welche das Ergebniss der drei directen Operationen bilden, ähnliche Sätze aufzustellen, sondern überhaupt die ganze Klasse von

Sätzen zu erschöpfen, welche einen gewissen Charakter gemein haben. Ich meine diejenigen Sätze, nach welchen, falls man jedes der beiden Operationsglieder a und b eines einfachen Ausdruckes mit einer beliebigen aber der gleichen Zahl n durch irgend eine der sieben algebraischen Operationen verknüpft und alsdann die beiden Ergebnisse abermals durch eine Elementaroperation mit einander verbindet, das Resultat unabhängig von jener Zahl n sein wird.

Dass hierzu die Sätze I. selbst gehören, ist ersichtlich; doch erscheint der Charakter der letzteren insofern noch etwas verallgemeinert, als jetzt nicht einmal verlangt wird, dass der transformirte die Zahl n enthaltende Ausdruck von derselben Natur sei, als der ursprüngliche von n befreite Ausdruck. Es handelt sich demnach darum, einen der zwölf für die Zahl a gebildeten Elementarausdrücke:

$$a + n, \quad a - n, \quad n - a,$$
$$a \,.\, n, \quad \frac{a}{n}, \quad \frac{n}{a},$$
$$a^n, n^a, \quad \sqrt[n]{a}, \sqrt[a]{n}, \quad \overset{n}{\log}\, a, \overset{a}{\log}\, n,$$

mit einem der zwölf ebenso für die Zahl b gebildeten Ausdrücke (auf eine der zwölf möglichen Arten) durch eine der sieben Elementaroperationen zu verknüpfen, so jedoch, dass bei beliebigem Werthe von a und b das Ergebniss von n unabhängig werde. Mit andern Worten: von den $12^3 = 1728$ auf die angegebene Art erhältlichen Ausdrücken sind diejenigen ausfindig zu machen, in welchen die Zahl n sich heraushebt. Lässt man jeden Ausdruck weg, der aus einem früheren durch Vertauschung der Buchstaben a und b abgeleitet werden kann, so bleiben — wie man bei genauerer Prüfung sieht — noch 876 überhaupt mögliche verschieden gebaute (und bis auf 24 äusserlich unsymmetrische) Ausdrücke, von welchen, wie sich herausstellt, 33 die verlangte Eigenschaft haben.

Ich will nun die gedachten Sätze, durch Formeln ausgedrückt, zusammenstellen — der Uebersicht wegen mit Wiederholung der 4 schon angegebenen I. Sie bestehen im Wesentlichen in der Gleichsetzung von respective 5, 5, 7, 7, 6, 6 und 6 Ausdrücken, und werden durch die $4 + 4 + 6 + 6 + 5 + 5 + 5 = 35$ Gleichungen dargestellt:

$$
\text{II.}\quad\begin{cases}
a-b=(a+n)-(b+n)=(a-n)-(b-n)=(n-b)-(n-a) \\
\qquad =(a-n)+(n-b), \\
a+b=(a+n)+(b-n)=(a-n)+(b+n)=(a+n)-(n-b) \\
\qquad =(b+n)-(n-a), \\
\dfrac{a}{b}=\dfrac{an}{bn}=\dfrac{a}{n}:\dfrac{b}{n}=\dfrac{n}{b}:\dfrac{n}{a}=\dfrac{a}{n}\cdot\dfrac{n}{b}=\overset{n^b}{\log}\,(n^a)=\overset{\sqrt[a]{n}}{\log}\,\sqrt[b]{n}, \\
a\,.\,b=(an)\,.\,\dfrac{b}{n}=\dfrac{a}{n}\,.\,(bn)=(an):\dfrac{n}{b}=(bn):\dfrac{n}{a}= \\
\qquad =\overset{\sqrt[b]{n}}{\log}\,(n^a)=\overset{\sqrt[a]{n}}{\log}\,(n^b), \\
\sqrt[b]{a}=\sqrt[bn]{a^n}=\sqrt[\frac{b}{n}]{\sqrt[n]{a}}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^{\frac{n}{b}}=\sqrt[\overset{a}{\log}\,n]{\sqrt[b]{n}}=\left(\sqrt[b]{n}\right)^{\overset{n}{\log}\,a}, \\
\overset{b}{\log}\,a=\overset{b^n}{\log}\,(a^n)=\overset{\sqrt[n]{b}}{\log}\,\sqrt[n]{a}=\overset{b}{\log}\,n\,.\,\overset{n}{\log}\,a=\dfrac{\overset{n}{\log}\,a}{\overset{n}{\log}\,b}=\dfrac{\overset{b}{\log}\,n}{\overset{a}{\log}\,n}, \\
a^b=(a^n)^{\frac{b}{n}}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^{bn}=\sqrt[\frac{n}{b}]{a^n}=(n^b)^{\overset{n}{\log}\,a}=\sqrt[\overset{a}{\log}\,n]{n^b}.
\end{cases}
$$

Diese Formeln, von denen wohl manche noch keinem Mathematiker zu Gesicht gekommen sein mögen, enthalten in der That die Vorschriften für die Transformation eines jeden der sieben algebraischen Ausdrücke und lehren gewissermassen, in Bezug auf welche Operationen eine Zahl n sich selber das Gleichgewicht hält, oder sich aufhebt.

Einige von diesen Gleichungen bedürfen eigentlich noch einer Erläuterung wegen der bekannten Vieldeutigkeit der Operationen dritter Stufe; da aber in gegenwärtiger Mittheilung ein formelles Interesse vorwaltet, so halte ich es nicht für nöthig hier näher darauf einzugehen: man kann sich, um die Eindeutigkeit aller Ausdrücke zu wahren, z. B. auf den Fall beschränken, wo sämmtliche Operationsglieder und die beiden Resultate natürliche Zahlen sind.

Der Beweis obiger Formeln ist durchgehends leicht zu finden, und namentlich bei den inversen Operationen durch die sogenannte Probe derselben zu führen. Er dürfte ein auch für Schüler passendes Exercitium im Raisonnement abgeben, ebenso wie schon das Aussprechen der Sätze, d. h. das Uebersetzen derselben aus der Zeichensprache in die Wortsprache. Was

letzteres betrifft, so würden sogar sich dem Tableau II. leicht allgemeinere Sätze entnehmen und sich schliesslich sämmtliche Formeln mnemonisch zusammenfassen lassen.

Schwieriger und umständlicher dürfte es sein, den Nachweis für die Vollständigkeit der obigen Zusammenstellung II. zu liefern, welche übrigens — vorbehaltlich einer nachher zu erwähnenden Ergänzung — verbürgt werden kann. In dieser Hinsicht ist nämlich zunächst zu bemerken, dass man aus den Gleichungen II., mit Ausnahme der zehn für $a + b$ und $a \,.\, b$ in der zweiten und vierten Zeile angegebenen, durch Vertauschung von a und b noch 25 neue mit den angegebenen gleichberechtigte Formeln ableiten kann. Ausserdem aber wird die ursprünglich gestellte Aufgabe ganz allein noch gelöst durch nachstehende sechs Formeln:

$$\text{III.} \begin{cases} (n - a) - (b + n) = (n - b) - (a + n) = -(a + b), \\ \frac{n}{a} : bn = \frac{n}{b} : an = \overset{n^a}{\log} \sqrt[b]{n} = \overset{n^b}{\log} \sqrt[a]{n} = \frac{1}{a \,.\, b}, \end{cases}$$

welche ich nur den obigen II. aus dem Grunde nicht anreihen mochte, weil sie einen wesentlich anderen Charakter zeigen, weil sie nämlich gar keine Umformungsregeln für die Elementarausdrücke selbst vorstellen und auch stets illusorisch bleiben, sobald man sich auf natürliche Zahlen beschränkt. Somit hat man im Ganzen $35 + 25 + 6 = 66$ die Anforderung erfüllende Formeln, woraus durch Weglassung derjenigen Hälfte, die in Bezug auf a und b zur andern Hälfte symmetrisch ist, die vorerwähnte Zahl 33 hervorgeht. —

Schliesslich noch einige Bemerkungen zu dem angegebenen Tableau II.

Während die beiden ersten Zeilen (das ganze Tableau zu 7 Zeilen gerechnet) wenig Bemerkenswerthes enthalten, dürfte aus der dritten, vierten und sechsten Zeile hervorzuheben sein, dass sich jeder Bruch (sowie auch jedes Produkt) direct als ein Logarithmus schreiben lässt, und umgekehrt, worin denn die bekannte Analogie in den Rechengesetzen dieser beiden Ausdrücke ihre Erklärung findet.

Von den obigen Formeln sind es ausser I. nur die beiden: $\overset{b}{\log} a = \overset{b}{\log} n \,.\, \overset{n}{\log} a = \frac{\overset{n}{\log} a}{\overset{n}{\log} b}$ der sechsten Zeile, welche in

den Lehrbüchern Aufnahme gefunden haben, um den Uebergang aus einem Logarithmensystem in ein anderes zu vermitteln. Die darauf folgende Formel:

$$\overset{b}{\log}\, a = \frac{\overset{b}{\log}\, n}{\overset{a}{\log}\, n}$$

zeigt jedoch, dass man die Logarithmen ganz wohl auch noch anders in einer Tafel zusammenstellen könnte. Die üblichen Tafeln enthalten die Logarithmen aller Numeri in Bezug auf eine einzige Basis. Statt dessen könnte man auch die Logarithmen eines bestimmten Numerus in Bezug auf alle möglichen Grundzahlen zusammenstellen.

In der That würden mit einer solchen Tafel die numerischen logarithmischen Rechnungen ebenfalls ausführbar sein, wenngleich die Regeln dazu sich weniger einfach gestalten, als für die Rechnung mit den gewöhnlichen Tafeln.

Interessant dürften vielleicht auch noch diejenigen unter den Formeln II. erscheinen, nach welchen ein Potenz- oder Wurzel-Exponent in die Grundzahl, und umgekehrt die letztere in den Exponenten des ganzen Ausdruckes gebracht werden kann.

Bemerkungen zum Unterricht in der Division und Multiplication.

Von Dr. A. Kuckuck in Berlin.

In Heft II des laufenden Jahrganges dieser Zeitschrift fand ich zu meiner Freude, dass auch von anderer Seite einmal der Umstand, dass der elementare Rechenunterricht in keiner Weise auf den Unterricht im Rechnen und in der Arithmetik auf den Gymnasien und Realschulen Rücksicht nimmt, gerügt wurde. Ich habe zu wiederholten Malen in der Zeitschrift für das Gymnasialwesen auf diesen grossen Uebelstand aufmerksam gemacht, ohne dass auch nur eine Spur von Erfolg sichtbar geworden wäre. Die Elementarlehrer kümmern sich eben nicht um das, was auf den höheren Schulen gelehrt wird und verharren ungestört bei der Methode, die sie in ihrer Jugend gelernt und auf den Seminarien befestigt haben. Die Plagen und die Geduldsproben, die sie dadurch den Gymnasiallehrern auferlegen, scheinen ihnen absolut gleichgiltig zu sein, denn sonst würden sie doch einmal den alten Schlendrian aufgeben und sich an die Forderungen kehren, die die höheren Schulen an den vorbereitenden Rechenunterricht stellen müssen. Ich will an dieser Stelle nicht auf das eingehen, was auch über die Addition und Subtraction zu sagen wäre, sondern nur die Multiplication und Division berücksichtigen. Bei der Aufnahme von Schülern in die Sexta unseres Gymnasiums (des grauen Klosters in Berlin) veranstalte ich seit mehreren Jahren eine kleine Aufnahmeprüfung im Rechnen, die gewöhnlich im Hinschreiben von einigen höchstens fünfziffrigen Zahlen und in der Lösung eines Divisionsexempels mit höchstens dreiziffrigem Divisor besteht. Wenn doch unter den 30—40 Schülern, die zur Aufnahme kommen, nur einige wären, die das Divisionsexempel zu Stande bringen, wenn der Divisor hinter dem Dividendus steht! Sie können bei dieser Stellung gar nicht dividiren, sie müssen durchaus den

Divisor vor den Dividendus stellen. Die Meisten können eine Frage wie: „wieviel ist 36 durch 4?" gar nicht beantworten, weil sie eine solche Form einer Divisionsaufgabe gar nicht kennen; ich muss mich entschliessen, zu fragen: „wieviel ist 4 in 36?" Bei dem späteren Rechenunterrichte in der Sexta muss dies natürlich umgelernt werden, denn es geht doch nicht an, zuerst $4 : 36 = 9$ und dann $4 : 36 = \frac{4}{36}$ zu lehren. So lange man es mit ganzen Zahlen und demnach mit Divisionen zu thun hat, bei denen der Divendendus grösser als der Divisor ist, könnte man es vielleicht noch gestatten, den Divisor vor den Dividendus zu schreiben, bei der Bruchrechnung ist es doch aber ganz unzulässig, wenn man nicht etwa an die Mathematik die Anforderung stellen wollte, dass sie nicht $a : b = \frac{a}{b}$ sondern $a : b = \frac{b}{a}$ definirt. Um daher den üblen Gebrauch so bald als möglich auszurotten, darf bei mir von Sexta an der Divisor nur hinter den Dividendus gestellt und auch dieser Stellung gemäss gesprochen werden: also 36 durch 4 gleich 9. Bei der Frage: „wie oft ist 4 in 36 enthalten?" bringt es der Sprachgebrauch mit sich, die 4 vor 36 zu nennen, ich sehe aber nicht ein, warum man nicht auch 36 : 4 schreiben soll; 36 ₰ : 4 ₰ muss natürlich gelesen werden: „wie oft sind 4 ₰ in 36 ₰ enthalten?" Das von mir geforderte Umlernen ist aber schnell verlangt, aber nicht so schnell ausgeführt. Man glaubt nicht, wie fest das sitzt, was das Kind in den zwei oder drei ersten Schuljahren täglich gelernt und gesprochen hat. Die Redensarten, welche zum Schaden des Rechnens bei dem Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren auf unseren Elementarschulen im Schwunge sind, prägen sich dem Gedächtnisse des Kindes mit ausserordentlicher Festigkeit ein und sind gar nicht oder nur sehr schwer wieder auszulöschen. Nur mit der grössten Strenge und mit einem grossen Aufwande von Geduld lässt sich Einiges zwar vertilgen, aber nicht Alles. Dergleichen Redensarten sind aber bei dem Rechnen nicht nur vollständig überflüssig, sondern auch schädlich, da sie schnelles Rechnen verhindern. Wie in der Mathematik jedes Zeichen, das nicht zur Sache gehört, unnöthig und durchaus zu vermeiden ist, weil ihm eine Bedeutung beigelegt werden kann, die es nicht haben soll, so ist auch

unserer Ansicht nach jede Redensart, die nicht durch die Rechnung selbst bedingt wird, zu unterdrücken. Die Schüler lernen z. B. beim Dividiren das beliebte: „Hole ich mir die 5 herunter“, aber sie lernen auf keinen Fall, was das „Herunterholen“, d. h. das Anhängen der nächsten Ziffer des Dividendus an den Rest für eine Bedeutung hat.

Die Stellung des Dividendus hinter dem Divisor wird auf den höheren Schulen mit der Zeit der umgekehrten Platz machen müssen (es gibt leider auch auf Universitäten gebildete Lehrer der Mathematik, die den Dividendus hinter den Divisor stellen lassen), und vielleicht bequemen sich auch die Elementarlehrer endlich einmal, den alten Schlendrian abzulegen, da ja schon lange genug dagegen geschrieben und gesprochen wird. Ganz und gar scheint es aber bis jetzt unbemerkt geblieben zu sein, dass ein ähnlicher Gebrauch, wie bei der Division auch bei der Multiplication besteht. Ich meine die Ordnung, in welcher die einzelnen Theilproducte bei mehrziffrigem Multiplicator berechnet werden. Warum fängt man mit der niedrigsten Ordnung des Multiplicators an und nicht mit der höchsten? Warum rechnet man:

512 · 634	und nicht	512 · 634
2048		3072
1536		1536
3072		2048
324608		324608

Die erste Art und Weise hat ihr Alter für sich, sonst weiter Nichts, die zweite aber den Umstand, dass bei der abgekürzten Multiplication nur so und nicht anders gerechnet wird. Haben die Schüler nur die erste gelernt, so muss man bei jener Rechnung erst die zweite einüben lassen: das erschwert natürlich die Erlernung der abgekürzten Multiplication ausserordentlich. In dem Rechenbuche von Schellen und in der neuesten Ausgabe der Aufgabensammlung von Meier Hirsch ist dies dadurch vermieden, dass der Multiplicator mit umgekehrter Ziffernfolge unter den Multiplicandus gesetzt ist, also für 17,184563 $\times$ 12,3456 ist $\begin{array}{r}17{,}184563\\ \times\ 654321\end{array}$ gesetzt. Dem alten Schlendrian eine solche Concession zu machen, scheint mir recht sehr überflüssig; warum wirft man ihn nicht bei Seite und rechnet von Anfang

an so, wie man später rechnen muss? Trotzdem mir recht viele der in Schulen eingeführten Rechenbücher in die Hände kommen, habe ich bis jetzt noch in keinem, das natürlich ausgenommen, was von Harms und mir herausgegeben ist, diese Anordnung beim Multipliciren gefunden. Da die Rechnung mit Decimalbrüchen und also auch die abgekürzten Rechnungsarten schon immer auf den höheren Schulen getrieben worden sind, so ist es schwer zu begreifen, dass man nicht schon längst der alten Methode den Krieg erklärt hat.

Die Elementarlehrer werden nach Einführung des neuen Mass- und Gewichtsystems auch mit Decimalbrüchen rechnen und auch abgekürzt rechnen müssen: sollten sie dabei nicht das Unzweckmässige jener Methode schon erkannt haben?

Die Erklärung und Erlernung der Multiplication wird doch nicht etwa durch diese veränderte Ordnung erschwert? Allerdings ist die Bekanntschaft mit der Lehre von den Decimalbrüchen noch neu, da sie in die Elementarschulen erst nach Einführung des neuen Mass- und Gewichtsystems Eingang gefunden hat und es lässt sich daher wohl das Beibehalten der alten Mode noch erklären. Absolut unerfindlich ist aber das Festhalten der Stellung der beiden Daten bei der Division. Ich weiss nicht, wie weit die Mathematik auf den Seminarien getrieben werden mag, etwas Arithmetik wird doch aber wohl gelehrt werden: sollte man da nicht bis $a : b = \frac{a}{b}$ vordringen? Und wenn dies nicht der Fall sein und mithin auf Seminarien gebildeten Lehrern keine Gelegenheit geboten sein sollte, die Bedeutung von $a : b$ kennen zu lernen, so kennen sie doch jedenfalls die auf den Seminarien unterrichtenden Lehrer. Haben diese denn kein Verständniss dafür, was für Noth den Lehrern und Schülern gemacht wird, wenn der Schüler Jahre lang lernt $1 : 5 = 5$ und dann $1 : 5 = \frac{1}{5}$? Den Vorwurf, den ich damit den Seminarlehrern machen muss, trifft aber auch die Herren, welche auf den höheren Schulen unterrichten. Es sieht beinahe so aus, als ob man erst jetzt $a : b = \frac{a}{b}$ und nicht schon immer definirt hätte. Die Herren, die den Rechenunterricht auf den Gymnasien und Realschulen in Händen gehabt haben, hätten doch schon längst auf das Missliche jener Schreibweise bei der

Division aufmerksam machen und eine Uebereinstimmung durchsetzen sollen. Sie müssen sich einfach nicht darum gekümmert haben und ich glaube, es kümmern sich Viele auch jetzt noch nicht darum. Der Rechenunterricht erscheint den auf Universitäten gebildeten Mathematikern viel zu elementar, als dass sie sich viel mit ihm abgeben sollten. Als Probecandidaten übernehmen sie ihn allenfalls, bald aber streben sie nach dem mathematischen Unterrichte in den mittleren und höheren Klassen, denn wie kann man sich als Mathematiker mit so elementaren Dingen abgeben? In der That stecken an vielen Gymnasien die Rechenstunden in demselben Fache wie die Geographie- und Naturgeschichtsstunden, d. h. sie scheinen nur dazu da zu sein, um Probecandidaten Beschäftigung geben zu können. Die Bedeutung des Rechenunterrichtes einmal für die formale Bildung und dann als Vorbereitung für den späteren mathematischen Unterricht in den mittlern und höhern Klassen ist erst von Wenigen erkannt und im Allgemeinen besteht zwischen Rechnen und Mathematik ein grosser Unterschied. Ist der Grund der so häufig recht dürftigen Erfolge des mathematischen Unterrichtes bei Schülern, die doch in den Sprachen Befriedigendes leisten, nicht gewöhnlich in der mangelhaften Vorbildung durch das Rechnen zu suchen? Die Natur des mathematischen Unterrichtes bringt es mit sich, dass etwaige Lücken in den Kenntnissen weitreichende Folgen nach sich ziehen und ein gedeihliches Fortschreiten in diesem Unterrichtsgegenstande geradezu in Frage stellen. Aus diesem Grunde erscheint es mir nöthig, dass man dem Rechenunterrichte mehr Aufmerksamkeit schenke, als gewöhnlich geschieht und dass man vor allen Dingen dafür sorgt, dass die Schüler, die wir von den Elementarschulen in die Sexten der höheren Schulen bekommen, in den vier Species mit ganzen Zahlen feste und sichere Kenntnisse haben, mit denen man sofort weiter operiren kann, ohne erst dieselben umgestalten zu müssen. Bei grösserem allgemeinen Interesse der mathematischen Lehrer für den Rechenunterricht, werden sich auch die Herren Elementarlehrer bequemen müssen, sich bei ihrem Unterrichte mehr nach dem spätern Unterrichte zu richten, und nicht von vornherein vielen Schülern Erfoge im mathematischen Unterrichte zu erschweren und zu verkümmern.

Kleinere Mittheilungen.

Die „separirte" Tangentenformel.

(Eine kurze Notiz zur Trigonometrie.)

Vom Gymnasiallehrer J. Brockmann in Cleve.

Bei der trigonometrischen Auflösung eines schiefwinkligen ebenen Dreiecks, von welchem zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben sind, kann man bekanntlich zwei verschiedene Wege gehen, je nachdem man zunächst die dritte Seite, oder zunächst die beiden andern Winkel berechnen will. In diesem zweiten Falle ist es nach den Lehrbüchern der Trigonometrie Gebrauch, die Tangentenformel

$$a+b : a-b = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(A+B) : \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(A-B)$$

zur Berechnung der unbekannten Differenz der beiden nicht gegebenen Winkel anzuwenden, um dann aus ihr und der bekannten Summe derselben die Winkel einzeln zu bestimmen. So elegant diese Methode theoretisch auch ist, so hat sie für die Praxis ihre grossen Bedenken. Denn der Zweck der praktischen Berechnung einer unbekannten Grösse ist die Erlangung eines sichern, nicht fehlerhaften Resultates. Das Misstrauen, welches man gerechter Weise gegen seine eigenen Rechnungsausführungen hegen muss, macht die sogenannte Controle über die errechneten Resultate jedem Rechner willkommen, und ein gewissenhafter Rechner macht in jedem Falle von der ihm zu Gebote stehenden Controle Gebrauch, bevor er sich betreffs der Richtigkeit seiner Rechnung beruhigt. Wo die Richtigkeit eines Resultates ein erhöhtes wissenschaftliches Interesse hat, wie z. B. in der rechnenden Astronomie, da haben sogar Männer von grösstem Rufe eigene Controleformeln aufgestellt, um die allmählig gewonnenen Resultate während der Rechnung selbst zu prüfen. Ich erinnere hier an die bekannten Controleformeln von Gauss, die jeder rechnende Astronom bei der Berechnung der Ephemeriden eines Planeten anwendet.

Wenn nun auch die Richtigkeit des Resultates einer einfachen trigonometrischen Rechnung ein verschwindend geringes wissenschaftliches Interesse im Vergleich mit dem hier angezogenen Fall aus der rechnenden Astronomie hat, so werden meine Fachgenossen un-

zweifelhaft mit mir darüber einig sein, dass die blosse Kenntniss des Weges einer Rechnung halbes Können ist. Sicherheit in der Ausführung der Rechnung macht erst die Kenntniss des Weges der Rechnung werthvoll.

In dem Falle aber, dass man nach der oben angegebenen Tangentenformel aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel eines Dreiecks die beiden andern Winkel berechnet, hat man eben keine andere Controle des Resultates, als die eigene Sicherheit in der Ausführung der Grundoperationen des gemeinen Rechnens, welche bei keinem Menschen absolut genannt werden kann. Denn die übliche Probe durch Addition des gegebenen und der berechneten Winkel ist hier nicht allein illusorisch, sondern sogar ein wissenschaftlicher Schnitzer, der zwar von einem Fachmann wohl schwerlich, von einem Abiturienten dagegen nicht selten gemacht wird. (Wer Abiturientenarbeiten corrigirt, wird gewiss trotz der unzweifelhaft im Unterrichte ertheilten Warnung in derselben meine Behauptung bestätigt gefunden haben.)

Es ist nun kaum zu begreifen, wie in den meisten Lehrbüchern der Trigonometrie gerade diejenige Formel meistens nur beiläufige Erwähnung findet, welche die erwünschte Controle für unsern Fall der Rechnung ermöglicht. Die Formel

$$\operatorname{tg} B = \frac{b \, . \sin A}{c - b \, . \cos A}$$

aus welcher durch blose Vertauschung von b und c auch

$$\operatorname{tg} C = \frac{c \, . \sin A}{b - c \, . \cos A}$$

hervorgeht, hat unverdienter Weise eine consequente Vernachlässigung und eine ungerechte Schätzung ihrer Wichtigkeit erfahren. Denn wenn man nach ihnen die nicht gegebenen Winkel B und C aus den gegebenen Stücken einzeln berechnet, so ist die nöthige Controle durch die Addition der drei Winkel gegeben.

Da man nach der gewöhnlich angewandten Tangentenformel die unbekannten Winkel B und C „combinirt“, nach obiger Formel aber „separirt“ berechnet, so scheint mir die Benennung „separirte“ Tangentenformel für die letztere Formel wohl empfehlenswerth*).

Zudem ist eine Umformung der separirten Tangentenformel in eine für logarithmische Rechnungen bequeme Form auf zwei Weisen leicht auszuführen. Entweder setze man

$$\cos \varphi = \frac{b \, . \cos A}{c} \text{ und } \cos \psi = \frac{c \, . \cos A}{b},$$

) In meinem Lehrbuche der Trigonometrie, erschienen im Verlage B. G. Teubner, Leipzig 1869, habe ich diese Benennung gewählt).

*) Vgl. dort § 46 S. 35. — Helmes (Math. III § 76 u. 77) nennt den in der Formel ausgesprochnen Satz den „logarithmisch-unterbrochenen“ Tangentensatz im Gegensatz zu dem „logarithmisch-bequemen“. D. Red.

woraus man leicht erhält

$$\operatorname{tg} B = \frac{\frac{1}{2} b \,.\, \sin A}{c \,.\, \sin \varphi^2} \text{ und } \operatorname{tg} C = \frac{\frac{1}{2} c \,.\, \sin A}{b \,.\, \sin \psi^2};$$

oder man setze

$$\frac{c}{b \,.\, \sin A} = \operatorname{cotg} \varphi \text{ und } \frac{b}{c \,.\, \sin A} = \operatorname{cotg} \psi,$$

woraus man findet

$$\operatorname{tg} B = \frac{\sin A \,.\, \sin \varphi}{\sin (A - \varphi)} \text{ und } \operatorname{tg} C = \frac{\sin A \,.\, \sin \psi}{\sin (A - \psi)}.$$

Die letztere Umformung ist immer gestattet, die erstere nur, wenn die Quotienten $\frac{b \,.\, \cos A}{c}$ und $\frac{c \,.\, \cos A}{b}$ die Einheit nicht übersteigen. Da einer von diesen Quotienten immer diese Bedingung erfüllt, so mag man auch nach einmaliger Anwendung der Formel den dritten Winkel nach dem Sinussatze berechnen; die Möglichkeit der Controle bleibt.

Ist die Reibungs- oder die Influenz-Elektrisirmaschine für die Schule die geeignete Quelle der Reibungselektricität?

Von Dir. Dr. Krumme in Remscheid.

Die widersprechenden Urtheile über die Leistungsfähigkeit und Haltbarkeit der Influenzelektrisirmaschine veranlassten mich, weil ich gerade in der Lage bin, eine Elektrisirmaschine anschaffen zu müssen, das Urtheil einer Autorität auf diesem Gebiet, des Herrn Prof. P. Riess in Berlin, einzuholen. Ich bat Herrn Prof. Riess mir mitzutheilen, welche der beiden Arten von Elektrisirmaschinen er für die am wenigsten empfindliche und somit für Schulzwecke brauchbarere halte und ersuchte ihn gleichzeitig um die Erlaubniss, sein Urtheil publiciren zu dürfen. Auf diese Anfrage hatte Herr Prof. Riess die Güte, Folgendes zu erwiedern: „Die Influenzmaschine ist sehr bequem und ich habe mich derselben seit einigen Jahren zur Ladung von Batterien ausschliesslich bedient. Sie ist aber gegen die Witterung und Ausdünstungen der Umstehenden so empfindlich, dass ich sie zu Schulzwecken nicht empfehlen kann — ein Mangel, dem vielleicht durch passende Einschliessung der Maschine abzuhelfen wäre. So lange dies nicht praktisch nachgewiesen ist, kann ich zu Schulzwecken nur die Reibungsmaschine empfehlen, der auch unter den ungünstigsten Verhältnissen eine genügende Menge von E. abgewonnen werden kann."

Notiz aus der Chemie.

Von Dr. Müller in Remscheid.

Eine auf Wasser schwimmende Natriumkugel wird von einem grösseren Auditorium nicht gesehen, nimmt man jedoch statt des Wassers eine Salpeterlösung, so verbrennt dieselbe ebenso wie Kalium, selbstverständlich aber mit gelbem Lichte.

Literarische Berichte.

MEUNIER, C., (Oberlehrer an der höhern Bürgerschule zu Lennep). **Rechenbuch für Elementar- und höhere Schulen.** 3 Thle. Remscheid, Verlag von Herm. Krumm jr. Pr. ?.

Von den drei Theilen des vorliegenden Rechenbuchs enthalten die beiden ersten den Uebungsstoff für die höhern Schulen bis incl. Quarta resp. für die Volksschule. Der dritte Theil gibt den Uebungsstoff für Tertia und Secunda.

Der erste Theil enthält in streng methodischer Stufenfolge einen reichen Uebungsstoff für die 4 Species in unbenannten ganzen Zahlen und Brüchen. Der zweite Theil enthält den Stoff für das Resolviren und Reduciren, für die 4 Species in benannten ganzen Zahlen und Brüchen, die Zeitrechnung. Wie aus dem Vorworte erhellt, wünscht der Verfasser, dass dem Rechnen mit benannten Zahlen das Rechnen mit der reinen Zahl voraufgeht. In diesem Punkte wird er wahrscheinlich Widerspruch finden. Ich gebe zu, dass das Rechnen mit benannten Zahlen nicht bildender ist als das mit reinen Zahlen. Aber das abwechselnde Rechnen mit benannten und unbenannten Zahlen dient zur Belebung des Unterrichts und ich für meinen Theil würde jedenfalls dem Rechnen mit Brüchen das Rechnen mit benannten ganzen Zahlen vorausgehen lassen. Uebrigens braucht ja kaum erwähnt zu werden, dass sich das Buch nach Belieben in der einen oder andern Weise gebrauchen lässt.

Vom 7. Abschnitte ab lässt der Verfasser jeder Gruppe von Aufgaben des ganzen Werks die nöthigen Erläuterungen in sorgfältig redigirter Fassung vorausgehen, so dass alles unnütze Diktiren vermieden wird und das Buch sowohl während der häuslichen Arbeiten als auch nach der Schulzeit überhaupt dem Schüler als Lehrer und Wegweiser dienen kann. Namentlich ist bis zu den Kontokorrenten hin auch die Form der Darstellung von vollständig durchgerechneten Beispielen gegeben, was ebenso sehr methodisch richtig wie auch nothwendig ist, weil die Form der Darstellung noch häufig vernachlässigt wird. Leichte und schwere Aufgaben sollen den Wechsel von Kopfrechnen und schriftlichem Rechnen dem Lehrer erleichtern. Noch enthält der zweite Theil den Uebungsstoff zum Rechnen mit Dezimalbrüchen und die gerade, umgekehrte

und zusammengesetzte Regeldetri letztere Rechnungsarten in gewöhnlichen Brüchen und Dezimalbrüchen, so dass das Rechnen mit beiden Arten von Brüchen gleichmässig geübt wird.

Um einen geisttödtenden Mechanismus zu verhindern, wendet der Verfasser die Proportions- und Kettenrechnung erst dort an, wo diese Rechnungsarten zum Verständniss gebracht werden können. Bis Quarta incl. sollen nur die 4 Species gebraucht werden. Bei diesem Verfahren kann auch eine wirkliche Fertigkeit erzielt werden, was nicht möglich ist, wenn dem Schüler eine bunte Reihe der verschiedensten Rechnungsaufgaben vorgeführt wird. Die Aufgaben über Regeldetri sind wie die Aufgaben des dritten Theils mannigfaltig und die verschiedensten Verhältnisse berücksichtigend; überhaupt ist das Buch, wie eigentlich jedes Schulbuch sein soll, ein Produkt langjähriger Erfahrung und sorgfältiger Auswahl.

Wie der Verfasser mit methodischem Takt bei der Auswahl und Gruppirung der Aufgaben zu Werke gegangen ist, will ich mit ein paar Worten an den Aufgaben über Regeldetri zeigen.

Zunächst werden von drei Aufgaben die vier verschiedenen Lösungsweisen gegeben. Es folgen zunächst einfache Aufgaben, dann Aufgaben, worin das Resultat von mehreren Umständen abhängig ist, endlich vermischte Aufgaben. Bei den Aufgaben über umgekehrte Regeldetri kommen zunächst Aufgaben, die durch den Schluss von der Mehrheit auf die Einheit gelöst werden sollen, dann solche, bei welchen der Schluss von der Einheit auf die Mehrheit und endlich solche, bei welchen der Schluss von der Mehrheit anf die Einheit und von dieser auf eine andere Mehrheit anzuwenden ist. Zum Schluss kommen vermischte Aufgaben über gerade und umgekehrte Regeldetri.

Der dritte Theil des vorliegenden Rechenbuches füllt in der Schulbücher-Literatur eine wirkliche Lücke aus und dies ist die Veranlassung, dass ich hier auf das Werk aufmerksam mache. Dieser dritte Theil ist, wie man aus der Inhaltsangabe ersehen wird, lediglich für höhere Schulen bestimmt. Er enthält die Prozentrechnung, die Zinsrechnung, Proportionsrechnung, Mischungs- und Münzrechnung, Aufgaben über das spezifische Gewicht, Kettenrechnung, Wechsel- und Effektenrechnung, Fakturen, Kontokorrente, Raumberechnungen.

Die Aufgaben aus der Zinsrechnung sind streng methodisch gruppirt. Jeder Gruppe von Aufgaben geht auch hier eine Anleitung zur Lösung voraus, zum Theil Zahlen, zum Theil, um dem Schüler einen allgemeinen Ueberblick über die Verhältnisse zu geben, Buchstaben anwendend.

In dem Abschnitte über die Verhältnisse und Proportionen ist durchweg durch die Fassung der Aufgaben das Verhältniss in den Vordergrund gestellt. So bildet dieser Abschnitt eine vortreffliche Vorstufe für den zeitlich in unmittelbarem Anschlusse daran zu behandelnden Abschnitt aus der Geometrie. Bei den

Aufgaben über das spezifische Gewicht ist durchgängig das Gewicht in Grammen, das Volumen in Kubikzentimetern angegeben, wodurch die Rechnungen dieses Kapitels an Anschaulichkeit sehr gewinnen. Das Verfahren bei der Kettenrechnung ist durch ein ausgerechnetes, den Aufgaben vorangeschicktes Beispiel gründlich erläutert.

Dem Rechnen mit Staatspapieren, Aktien etc. ist grosse Aufmerksamkeit zugewandt worden, ebenso den Kontokorrenten (nach der progressiven, retrograden und Staffelrechnung); und es dürfte wenig Rechenbücher geben, welche die beiden letzten Kapitel mit gleicher Gründlichkeit und Sachkenntniss behandeln wie das vorliegende.

REMSCHEID, den 17. Juli 1871.

Dr. KRUMME,
Direktor der städtischen Gewerbeschule.

AUTENHEIMER, FR. (Herausgeber von Bernoulli's Vademecum). Aufgaben über mechanische Arbeit. 84 S. Stuttgart 1871, J. G. Cotta. 12 Sgr.

Man wird im physikalischen Unterrichte mehr und mehr dahin kommen, die Grundbegriffe und Gesetze als die Hauptsache anzusehen, sie durch geeignete, alles unnützen Beiwerks entkleidete Apparate zur Anschauung zu bringen und sie durch passend gewählte Aufgaben dem Schüler zum geistigen Eigenthum zu machen. Die meisten der bis jetzt erschienenen Aufgabensammlungen sind noch zu sehr Sammlungen von blossen Zahlenbeispielen, was hauptsächlich seinen Grund darin hat, dass sie nicht auf dem naturgemässen Wege des allmähligen Sammelns entstanden sind, sondern den Eindruck von Massenproduktion machen. Man sehe sich nur die Aufgaben über den freien Fall, über das Parallelogramm der Kräfte und ähnliche an. Nur durch Theilung der Arbeit kann hier ein Fortschritt erwartet werden und diese ist bereits eingetreten, indem in den letzten Jahren Sammlungen physikalischer Aufgaben erschienen sind, die entweder nur kleinere abgegrenzte Abschnitte der Physik behandeln oder bestimmte Zwecke verfolgen und somit ebenfalls auf die Umfassung des Ganzen verzichten. Ich erinnere beispielsweise nur an Nystrom, Rechen-Aufgaben aus der Elektrizitätslehre; Berlin, Jul. Springer, oder an die im ersten Jahrgange dieser Zeitschrift von mir besprochenen „Sechszehn mathematisch-physikalischen Probleme von G. Emsmann; Leipzig, Quandt & Händel.“

Zu der ersteren Art von Aufgaben gehören auch die in der Ueberschrift genannten von Autenheimer. Sie behandeln einen Theil der Physik, der wohl in Zukunft noch mehr als bis jetzt geschehen ist, als der eigentliche Kern der Mechanik fester Körper vor den übrigen Theilen dieses Kapitels bevorzugt werden wird.

Das Werkchen enthält 106 Aufgaben, sachlich verschieden und für die oberen Klassen unserer höheren Schulen nicht zu schwierig. Jeder Aufgabe folgt die vollständige Auflösung. Die Angaben sind theils in Buchstaben gegeben, theils in Zahlen; Ersteres, wo der Einfluss eines jeden Elementes auf das Gesammtresultat sichtbar bleiben soll, Letzteres, wo es sich darum handelt, das Resultat als Ganzes vor die Anschauung zu bringen. Die Aufgaben sind mannigfaltig, nicht nach der Schablone gemacht, sondern mit grosser Sachkenntniss und mit methodischem Takt ausgewählt.

Nach einer die Definitionen enthaltenden Einleitung folgen drei Gruppen von Aufgaben.

Die erste Gruppe enthält 16 Aufgaben über die mechanische Arbeit ohne Rücksicht auf die Zeitdauer. Die Aufgaben behandeln die beim Heben von Lasten und beim Transport auf horizontaler oder schiefer Ebene geleistete Arbeit. Aus dem Satze, dass sich nicht „Arbeitsgrössen in beliebigen Mengen aus nichts gewinnen lassen“, leitet der Verfasser die Gleichgewichtsgesetze einiger einfacheren Maschinen ab. Die letzte Aufgabe dieses Abschnitts, die Herleitung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte aus dem Prinzip der Arbeit, würde ich dem Verfasser rathen, bei einer neuen Auflage zu unterdrücken, weil sie eine *petitio principii* enthält. Zum Beweise wird nämlich der Ausdruck für die Arbeit einer Kraft gebraucht, deren Angriffspunkt einen Weg beschreibt, der mit der Richtung der Kraft einen schiefen Winkel bildet. Um diesen Ausdruck zu erhalten (No. 7 der Einleitung) wird die Kraft in zwei Seitenkräfte zerlegt, von denen die eine mit der Richtung des Wegs des Angriffspunktes zusammenfällt, während die andere Seitenkraft auf der Richtung dieses Weges senkrecht steht. Mit anderen Worten, die Zerlegung einer Kraft in zwei Seitenkräfte, also auch die Zusammensetzung der letzteren in erstere nach dem Parallelogramm der Kräfte wird beim Beweise des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte vorausgesetzt.

Die zweite Gruppe von 35 Aufgaben behandelt die Arbeit mit Rücksicht auf die Zeit, während welcher sie geleistet worden ist, führt also den Begriff von Pferdekraft in die Rechnung ein. Den Stoff zu diesen Arbeiten liefern die Arbeitsleistungen eines Menschen bei den gewöhnlichen mechanischen Verrichtungen, der zum Betrieb von Hammerwerken, Schleifsteinen etc. nothwendige Arbeitsaufwand, die theoretische Arbeit einer ohne oder mit Expansion arbeitenden Dampfmaschine, endlich die Bestimmung der Arbeitsleistung von Dampfmaschinen und Turbinen mittelst des Dynamometers (Zaunes) von Priny.

Die letzte Gruppe von 55 Aufgaben behandelt die Beziehung zwischen Arbeit und lebendiger Kraft. Für den letzteren Ausdruck schlägt der Verfasser die Bezeichnungen angesammelte Arbeit oder lebendige Arbeit vor. Den Stoff zu diesen Aufgaben, welche der

30*

Natur der Sache nach schwieriger als die vorangehenden sind, liefern die Arbeitsleistungen der verschiedenen mechanisch verwendbaren Kräfte (des bewegten Wassers, des Dampfes), die Beziehung zwischen Arbeitsaufnahme (abgabe) und Geschwindigkeitszunahme (abnahme) eines Schwungrades, die in bewegten Eisenbahnzügen enthaltene angesammelte Arbeit, Arbeitsleistung der Pulvergase beim Schiessen etc. Die letzte Aufgabe endlich berechnet die Wärmemenge, welche bei Dampfmaschinen nützlich verwandt wird.

REMSCHEID, den 11. Juli 1871.

Dr. KRUMME,
Direktor der städt. Gewerbesch.

I. MÜNCH, Peter, Dir. der Real- und Gewerbe-Schule zu Münster. Lehrbuch der Physik mit 284 in den Text gedruckten Abbildungen. Freiburg, Herdersche Verlagshandlung 1871. (neu!)

II. EMSMANN, Dr. Aug. Hugo, Prof. und Oberlehrer an der Realschule zu Stettin. Elemente der Physik zum Gebrauche für die obern Klassen höherer Schulen, namentlich der Gymnasien, Realschulen und höhern Bürgerschulen. Leipzig, Otto Wigand 1871. 2. Auflage.

III. SCHERLING, Chr. Prof. am Catharineum zu Lübeck. Grundriss der Experimental-Physik für höhere Unterrichts-Anstalten. Leipzig, H. Haessel 1871. 2. Auflage.

Von den vorstehenden Lehrbüchern liegen die beiden letztgenannten schon in zweiter Auflage vor, und wir werden ihnen aus diesem Grunde nicht dieselbe Aufmerksamkeit zu widmen haben wie dem ersten, das nicht nur neu, sondern auch in einer Verlagshandlung erschienen ist, die sonst vorzugsweise andern literarischen Erscheinungen als den mathematisch-naturwissenschaftlichen ihre Thätigkeit zuzuwenden pflegte. Da sei es denn vorweg gesagt, dass die **Physik von Münch** äusserlich eine recht hübsche Ausstattung erfahren; man findet scharfen Druck auf weissem Papier, angemessene schematische Figuren — die wenigen vollständigen Zeichnungen sind nicht original, wie beispielsweise die der Dampfmaschine pag. 253, welche von ähnlichen in andern Werken nur dadurch sich unterscheidet, dass die rechte mit der linken Seite vertauscht ist — man findet eine mässige Anzahl von Druckfehlern und ein angemessnes Format, klein Octav. Der äussern Form entspricht beim ersten flüchtigen Durchlesen der Inhalt ganz und gar, man erhält den Eindruck eines verständig angelegten und in klarer Darstellung durchgeführten Schulbuches, dessen Verfasser sich wissenschaftlicher und pädagogischer Zielpunkte wohl bewusst geworden, und denselben in seiner Arbeit allseitig Rechnung getragen. Es ist keine für die Schule verwendbare neuere Entdeckung oder Anschauung übergangen, das Ganze ist klar disponirt und Erklärungen und Gesetze haben

eine scharfe präcise Fassung erhalten, so dass wir für alle diese Punkte nur wenige Correkturen vorzuschlagen hätten, wenn ein näheres Eingehen darauf in unserer Absicht läge. Hervorheben wollen wir nur zwei Punkte, die unsern seit langer Zeit gehegten und zum öftern ausgesprochenen Wünschen ganz entgegen kommen; der Verfasser fasst die Physik als Bewegungslehre und unterscheidet demgemäss die beiden Haupttheile: 1. die Lehre von der Bewegung der Körper, 2. die Lehre von den Molekular-Bewegungen, während er die allgemeinen Eigenschaften der Körper und Aehnliches in die Einleitung verweist, grade wie wir es so oft vorgeschlagen, und wie es nach Einführung des Principes „von der Erhaltung der Kraft“ in die Wissenschaft nicht anders mehr sein kann. Auch der zweite Punkt, die Einführung der Influenz-Elektricität in das Schulbuch ohne alle Umschweife, ist hier besonders hervorzuheben, da es so lange gedauert hat, bis dieser Begriff hinlänglich klar gestellt worden. (Die richtige Erklärung der Elektrisirmaschine habe ich zuerst in einem Aufsatze in "Natur und Offenbarung" 1855 und später in einem Programme „die atomistische Hypothese“ 1858 versucht, als noch alle, auch die grössern und bessern Schulbücher von einer mittheilenden Wirksamkeit der Elektitricität fabulirten.) Dass ein einsichtiger Lehrer beim jetzigen Standpunkte der physik. Literatur ein gutes Schulbuch schreiben muss, versteht sich eigentlich von selbst, und um Kleinigkeiten sollen verständige Männer nicht rechten, doch hat das vorliegende Werkchen grade zwei Seiten, die eine längere Auseinandersetzung wünschenswerth machen. Die Physik von Münch ist ein Theil eines Sammelwerkes, welches ausserdem anorganische und organische Chemie und Mineralogie von Lorscheid, Zoologie von Altum und Landois, so wie Botanik von Landois enthalten soll. Dieser Umstand hat unserer Physik keinen Vortheil gebracht. Physik und Chemie haben beide eine gemeinschaftliche Einleitung, die das Lehrbuch von Witzschel — von uns in den Jahn'schen Jahrbüchern 1861 recensirt — als Lehre von den Kräften im Allgemeinen bezeichnet. Dahin gehört namentlich der erste Theil der Wärmelehre, Ausdehnung der Körper, Messung der Wärme, freie und latente Wärme, dahin gehört die Auseinandersetzung über Adhäsions- und Cohäsionsverhältnisse, über Capillarität, Krystallisation, Endosmose und dergleichen, dahin endlich eine Uebersicht chemischer Processe zur tiefern Erfassung der Constitution der Körper. Es ist sofort ersichtlich, dass unser Verfasser in der Reihe seiner Mitarbeiter auf den Bearbeiter der Chemie Rücksicht zu nehmen hatte, um nicht von diesem Anzuführendes ebenfalls weitläufig zu erörtern. So ist es denn gekommen, dass die angedeuteten Lehren entweder zu knapp besprochen, oder an Stellen untergebracht sind, an denen sie weniger am Platze zu sein scheinen. Ueberhaupt ist bei Münch nicht immer wirklich zu einander Gehöriges auch wirklich zusammen gestellt, Anderes nur mit einem Worte angedeutet, wo man eine nähere Aufklärung erwartete, wieder Anderes sogar ganz übergangen.

Geben wir die Belege zu diesen Behauptungen. Die Cohäsion und Adhäsion ist nur sehr mangelhaft berührt, erstere auf Seite 5 zur Erklärung des Aggregatzustandes der Körper, letztere pag. 84 in folgender Weise: „Zwischen festen und flüssigen Körpern findet bei unmittelbarer Berührung eine Anziehung statt, welche man Adhäsion nennt ... In vielen Fällen ist die Adhäsion der Flüssigkeit gegen einen festen Körper grösser als ihre Cohäsion, in andern ist sie kleiner ... Ist die Adhäsion einer Flüssigkeit gegen eine Gefässwand grösser als ihre Cohäsion, so ist die Gestalt ihrer Oberfläche in der Nähe der Wand concav und die Flüssigkeit gehoben; ist die Adhäsion kleiner als die Cohäsion, so ist die Oberfläche convex und die Flüssigkeit herabgedrückt.“ Nun folgt eine wesentlich mathematische Darstellung der Capillarität, während die oben angedeuteten Auslassungen im Texte je ein Beispiel als Anschauung für das Gesetz enthalten. Damit kann man unmöglich zufrieden sein, schon deshalb nicht, weil der Verfasser die Meinung veranlassen könnte, als existire Adhäsion nur zwischen festen und flüssigen Körpern. Die Thatsache z. B., dass in einem Zimmer Riechstoffe in der Nähe der Wände mehr wahrgenommen werden als in der Mitte des Raumes, darf doch wohl in keinem physik. Lehrbuche fehlen. — In der Aeromechanik findet sich in § 1. eine kurze Beschreibung der Luftpumpe mit einer kleingedruckten Anmerkung: „Gebrauch der Luftpumpe; Erfinder der Luftpumpe ist Otto von Guerike, Bürgermeister von Magdeburg 1650.“ Dann folgt weiter im Anschlusse an den Toricellischen Versuch die Lehre vom Barometer und dessen Anwendung, weiterhin die Bewegung der luftförmigen Körper, und schliesslich in § 17 die nähere Berechnung der Evacuirung so wie in § 18 die der Verdichtung in der Hahnluftpumpe. In einer kleinen Anmerkung zu § 17 stehen die Versuche mit der Luftpumpe: „Blasensprengen, Quecksilberregen, Magdeburger Halbkugeln, Aufblähen eines Ballons oder eines verschrumpften Apfels, Porosität einer Eierschale oder des Holzes, Imprägniren des Holzes, Aufschäumen des Bieres.“ Die Eisbildung unter der Luftpumpe steht in der Lehre von der Wärme pag. 239, wo auch der Leidenfrostsche Versuch näher berührt wird, ohne jedoch der neuern wichtigern und umfassendern Wiederholungen desselben von Boutigni zu gedenken. Auch das Compensationspendel steht in dem Kapitel über die Wärme. Seite 79 ist der Compressionscoefficient der Luft für eine Atmosphäre angegeben, ohne dass vorher der Begriff Atmosphärendruck klar gemacht ist. Dove's Drehungsgesetz der Winde habe ich vergeblich aufgesucht. Das Sachregister muss einer genauen Revision unterworfen werden; die Theorie des Stereoskopes steht pag. 205 und 206; Daguerrotypie und Photographie sind 214 bei Gelegenheit der Camera obscura zwar nur genannt; alle drei Artikel aber sucht man im Register vergebens, ebenso wenig den des Solenoides, obgleich Ampère's Theorie mit Recht weitläufig entwickelt ist. Münch betont hauptsächlich die gewählte mathematische Dar-

stellungsart der physikalischen Lehren. Erst wird das Gesetz klar und bestimmt ausgesprochen. Dann folgt ein wichtiges Beispiel nicht selten von historischer Bedeutung, dann die Andeutung des experimentellen Beweises und schliesslich mehr oder minder vollständig die mathematische Deduktion. Er tritt ganz und gar in die Fussstapfen Witzschel's, nur dass er auch in dem zweiten Theile, in der Lehre von den Molekularbewegungen dieselbe Darstellungsweise mit vorwiegender mathematischer Deduktion beibehält, während dieser sie in denselben Capiteln sichtbar zurücktreten lässt. Im dritten Hefte des 16. Jhrg. von Schloemilch's Zeitschrift für Mathematik hat der Referent das Verfahren der Herrn Münch und Emsmann sehr anerkennend hervorgehoben, anknüpfend an ein Wort Kants, nach welchem in der Physik nur so viel Wissenschaft, als darin Mathematik zu finden sei. Die Thatsache, dass die Theilung der Arbeit zu einer Experimental- neben einer mathematischen Physik gezwungen hat, und die Bemerkung, dass es schwer halten dürfte, zwischen den Verdiensten eines Dove und denen eines Neumann zu Gunsten des einen dieser bedeutenden Physiker zu entscheiden, wird die Vermuthung rechtfertigen, dass der Kantische Ausspruch nicht einmal in der Wissenschaft so streng und absolut verstanden werden darf, als es der vorher erwähnte Referent will, geschweige denn in der Schule. Hier, in den Gymnasien wie in den Realschulen, kann immer nur eine Propädeutik gegeben werden, und da jede naturwissenschaftliche Untersuchung drei Phasen hat, die erste des Sammelns von Thatsachen, die zweite deren Gruppirung und die dritte deren Erklärung (oder sagen wir für die Physik, deren mathematische Construktion), von denen jede vorhergehende nothwendige Voraussetzung für die folgende ist, so scheint es mir einzig und allein sachgemäss, also auch pädagogisch richtig zu sein, für die Propädeutik in unsern Mittelschulen die Sammlung von Thatsachen und deren sinnige Gruppirung vorzugsweise in Aussicht zu nehmen, die mathematische Deduktion hingegen auf das nothwendigste zu beschränken, zumal ein Theil der mechanischen Gesetze der mathematischen Geographie überwiesen werden kann. In unsern Schulen wird viel gelernt, vielleicht auch viel gedacht, ganz gewiss aber wenig gesehen und gehört; schon deshalb ist es wichtig, die Erscheinungen der Aussenwelt, nicht allein die sofort in die Augen fallenden, weil sie entweder selten oder grossartig, sondern auch diejenigen, an denen ihrer Gewöhnlichkeit halber die meisten Menschen gedankenlos vorüberschreiten, beachten und unter gewisse Kategorien bringen zu lassen. Deshalb haben auch verständige Lehrer wie Heussi, Müller, des alten Baumgartner nicht zu gedenken, aus ihren Lehrbüchern die mathematische Construktion so viel möglich verbannt und diese einem besondern Theile oder Supplementbande überwiesen. Endlich reicht die Elementarmathematik für die Physik nicht aus, es muss bei Beschränkung auf dieselbe an wichtigen Stellen Wichtiges übergangen werden, so z. B. bei den Ge-

setzen des Ausflusses von Flüssigkeiten aus Gefässen und Röhren. Mit Rücksicht auf diese Auseinandersetzungen ist es doch gewiss fraglich, ob die von Münch beliebte vorzugsweise mathematische Darstellung mit Zurücksetzung des Thatsächlichen unbedingte Anerkennung verdient selbst dann, wenn die Bestimmung seiner Arbeit zunächst die Realschule und erst in zweiter Reihe das Gymnasium trifft. Mir ist, wie ich das neulich in diesen Blättern hervorgehoben, die Physik zugleich Philosophie des gesunden Menschenverstandes über die Natur und die natürlichen Dinge, und in dieser Auffassung gerade ein nothwendiges Lehrobject für die Realschule, die der philosophischen Schulung durch Grammatik und philosophische Propädeutik entbehren muss. Schliessen wir an diese allgemeinen Bemerkungen wieder einzelne Erinnerungen an.

Beim Hebel wählt Münch folgende Beispiele: „Hebel erster Art: Brechstangen, Zangen, Wagen; Hebel zweiter Art: Pumpenschwengel an Druckpumpen, Blechscheren, Kräutermesser; Hebel dritter Art: Tritt an der Drechselbank oder am Spinnrade, der menschliche Arm, Zuckerzangen, Pincette; Winkelhebel: Schellenzug, Thürschloss, Zeigerwage". Hier fehlen nicht nur die wichtigsten und zugleich einfachsten Instrumente zur Vermehrung der Beispiele wie Brod-, Taschen- und Federmesser, Scheren etc., sondern auch nothwendige Andeutungen wie Spiller sie gibt, wenn er sagt, beim Hammer liegt der Drehpunkt im Handgelenke, oder wenn er ausführt, dass bei einem Manne von 120 Pfund Gewicht mit einer Belastung von 200 Pfund auf den Schultern, wenn er auf einem Fusse ruht, wie das selbst beim Gehen auf kurze Momente der Fall ist, der Muskel in der Rundung des gebogenen Kniees $6 . 320 = 1920$ Pfund zu tragen hat. Man vergleiche nur, nebenbei gesagt, entsprechende Artikel bei Spiller und Münch, und man wird die evidenteste Ueberzeugung gewinnen, dass die vorherrschende math. Deduktion bei diesem nicht im mindesten dieselbe belehrende Anregung gewähren wird, welche die reiche Sammlung des Thatsächlichen bei jenem zur unmittelbaren Folge hat.

Stellen wir uns endlich ganz auf den Münch'schen Standpunkt, so müssen wir anerkennen, dass seine Art und Weise vor der seiner Vorgänger vieles voraus hat, sein Werkchen ist jedoch an manchen Stellen zu aphoristisch oder zu knapp, und Schüler wie junge Lehrer, die sich desselben bedienen, werden in nicht seltenen Fällen zu Witzschel greifen müssen. Einzelne Bemerkungen mögen auch hier gestattet sein. Beim Parallelogramm der Kräfte darf die Relation nicht fehlen,

$$P_1 P_2 \sin (P_1 P_2) = P_1 P_3 \sin (P_1 P_3) = P_2 P_3 \sin (P_2 P_3),$$

worin drei Kräfte P_1, P_2, P_3 gegeben, deren jede der beiden andern das Gleichgewicht hält und $(P_1 P_2)$, $(P_1 P_3)$, $(P_2 P_3)$ die Winkel bezeichnen, die die Richtungslinien der drei Kräfte mit einander machen. — Das Gesetz des Flaschenzuges ist mittelst des Principes der virtuellen Geschwindigkeiten herzuleiten, um so mehr, als auch dieses allgemeine Princip in einer mathematischen Elementar-

Physik nicht ohne Illustration bleiben darf. Bitzel — Grundzüge der Mechanik — deducirt das Gesetz also: Ist Q die an der untersten Flasche hangende Last, P die dazu gehörige Kraft, m die Anzahl der tragenden Seile, und nimmt man an, das im Gleichgewicht sich befindende System mache eine kleine Bewegung, so dass Q den Weg w' macht, während P den Weg w zurücklegt, so muss sein $P.w - Q.w' = 0$. Wenn aber Q um w' gehoben wird, so müssen sich sämmtliche Seile um je w' verkürzen oder P um mw' senken d. h. $P.m.w' - Q\,w' = 0$ oder $P = \frac{Q}{m}$. — Die Schwerpunktsberechnungen sind zu weit ausgedehnt, und beim Pendel müsste die Formel $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ direkt hergeleitet werden in der bekannten Weise, wie sie im Fischer-August enthalten und auch noch von Witzschel beibehalten ist. Das mag genügen! Rügen wir zum Schlusse noch eine kleine Ungenauigkeit des Verfassers in der Schreibweise $\frac{41000000}{990} = 42000$ statt $\frac{41000000}{990} = 42000$ ungefähr, die sich mehrmals wiederholt *). Die Physik von Münch sei der eigenen Prüfung bestens empfohlen!

II. **Die Elemente der Physik von Emsmann** sind in der Verlagshandlung von Otto Wigand erschienen, aus welcher auch die Physik von Witzschel hervorgegangen; ja einzelne Figuren der Elemente wie die 9 und 14 scheinen dieser ganz und gar entnommen. Auch darin findet Uebereinstimmung statt, dass beide Autoren den

*) Ich benutze diese Gelegenheit, um auf eine kleine Anmerkung Kobers Rücksicht zu nehmen, der in diesen Blättern†) die Fahrlässigkeit eines Mathematikers rügt, welcher sich die Gleichung 100 Thlr. Capital = 5 Thlr. Zinsen erlaubt hat. Wenn die Redaktion andre Fahrlässigkeiten aus Schülerheften daneben gestellt, so sind diese doch wohl ganz andrer Art als die von Kober angezeigte. Es ist offenbar, dass 5 Thlr. Z. gleiche Geltung††) mit 100 Thlr. C. haben, ebenso wie 3 Menschen einer Arbeitszeit von 12 Tagen entsprechen können. Dadurch scheint die symbolische Darstellung

100 Thlr. C. = 5 Thlr. Z. oder 3 M. = 12 Tg. gerechtfertigt zu sein. Leider ist das bei genauerer Erwägung nicht der Fall, denn sonst müsste aus

$$\begin{array}{l} 3\text{ M.} = 12\text{ Tag.} \\ \text{x} = 4\text{ -} \\ \hline \end{array}$$

geschlossen werden $\frac{3}{x} = \frac{12}{4}$ oder $x = 1$.

Wenn man, wie es bei den math. Collegen so häufig der Fall ist, in kleinen Städten isolirt dasteht, so laufen selbst beim ernstesten Streben nach Concinnität und Präcision, nicht selten beklagenswerthe Flüchtigkeiten unter die Feder, die jedoch recht bald bei einem leisen Mahnruf verschwinden. Dass eine Zeitschrift ins Leben gerufen, welche solche Mahn- und Weckrufe ertönen lässt, ist immerhin ein nicht zu unterschätzendes Verdienst des Herausgebers.

†) S. Hft. II. S. 144. Anm. D. Red.

††) Nicht gleiche Geltung haben sie, vielmehr hat nur die Arbeit der 100 Thlr. gleiche Geltung (gl. Werth) mit 5 Thlr. Zinsen; oder: 5 Thlr. Zinsen sind der Arbeitswerth von 100 Thlr. Capital. — D. Red.

mechanischen Theil der Physik weitläufiger behandeln, als namentlich die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität. Die äussere Ausstattung des Emsmann'schen Werkes verdient keine unbedingte Anerkennung, die nicht schematischen Figuren sind oft unklar und verschwommen, und wichtige Apparate haben gar keine Abbildung erhalten. Der Standpunkt des Verfassers ist wesentlich der des mathematischen Physikers, aber er findet in Uebereinstimmung mit unsern Ansichten eine Vorschule der Physik nöthig, in welcher die Lehre der Phänomene und der Gesetze, nicht aber die der Kräfte zu behandeln sei. Diese Vorschule legt er für die Realanstalten in die Tertia, für das Gymnasium in die Secunda, so dass also die vorliegenden Elemente dort in Secunda und Prima, hier allein in der Prima gebraucht werden sollen. Emsmann hat also dieselbe Disposition wie Heussi getroffen, nur fasst er mehr wie dieser in dem mathematischen Theile die ganze Wissenschaft in ein Ganzes zusammen. Dass er aber zu den Gesetzen und ihren mathematischen Formeln nicht die vollen Beweise gegeben, ist nach unserer Ansicht höchst unbequem, sowohl für Schüler, die zu Heftausarbeitungen genöthigt sind als für junge Lehrer, die ein dürres Compendium nach anderen Werken mühsam ergänzen müssen. Erler tadelt in den Berliner Blättern für Gymnasialwesen ebenfalls diese Einrichtung, und zwar aus dem weitern Grunde, dem auch wir vollständig beipflichten, dass es viel rathsamer sei, die Hauptformeln mit einem Beweise zu versehen als neben die Hauptformel alle möglichen abgeleiteten hinzusetzen und die Beweise zu unterdrücken. Für uns ist die Hauptsache, dass der Gebrauch des Buches in der Hand des Schülers ungemein erschwert ist, und zu Ausarbeitungen oder gar Diktaten nöthigt, für welche unsere Schulen durchaus keine Zeit haben. Die Hauptthätigkeit muss bei der gegenwärtigen Einrichtung unserer höhern Lehranstalten in die Schule gelegt werden, schriftliche Arbeiten, Präparationen und Repitionen zu Hause sind absolut für die Hauptlehrgegenstände aufzusparen, da man unmöglich von jungen Leuten eine mehr als neunstündige Geistesarbeit für den Tag verlangen kann. Unser Verfasser will nun gar noch physikalische Aufgaben vorgelegt und behandelt wissen, und wenn er es mit seinem Lehrgegenstande ernst meint, woran durchaus nicht zu zweifeln ist, so muss er in der That seine Anforderungen bedeutend herabstimmen. Experimental-Physik auf Gymnasien und Realschulen und physikalische Aufgaben auf letzteren als Propädeutik und Hinüberleitung zur mathematischen Physik sind durchaus hinreichend, um die Ziele beider Arten von Anstalten vollständig erreichen zu lassen.

Lobend ist an der Emsmann'schen Arbeit hervorzuheben, dass sie eine grosse Masse von Erscheinungen anführt, und so den Fehler vermeidet, in den unserer Ansicht nach Münch gefallen ist, tadelnd dagegen, dass die systematische Anordnung nicht den Anforderungen entspricht, die der heutige Standpunkt der theoretischen Physik verlangt. Der Prüfung des Einzelnen haben wir uns im Allge-

meinen begeben, der verdienstvolle Verfasser verbürgt eine durchdachte Arbeit, die ihre Freunde bereits gefunden hat, nur zu dem Capitel der Elektricität wollen wir uns einige Anmerkungen erlauben, um zu zeigen, dass bei künftigen Auflagen die bessernde Hand nicht fehlen darf.

1. Die Elemente der Physik haben die Wirkung der Elektricität durch Mittheilung noch nicht aufgegeben. Pag. 250 heisst es: „Setzt man einen Körper dadurch in den elektrischen Zustand, dass man ihn durch einen schon elektrisirten berührt, oder wenigstens so nahe bringt, dass ein Funken überspringt, so sagt man, er sei elektrisirt durch Mittheilung.“ Und späterhin „auf den Gesetzen der Vertheilung beruhet die Holz'sche Influenz- oder Elektro-Maschine.“ Das Näherbringen, so dass ein Funken überspringt, hätte den Verfasser allein schon auf eine andere Ansicht bringen müssen, denn ein elektrischer Funke entsteht nur bei der Ausgleichung oder Neutralisirung verschiedener Elektricitäten. Die Holz'sche Elektrisir-Maschine ist nur eine Art von zweckmässig eingerichtetem Elektrophor dahin, dass durch sie vermittels der Influenz grosse Massen von Elektricität zur Wirksamkeit gelangen, während beim Elektrophor immer nur kleine Mengen hervortreten. Unsere oben citirte Erklärung der Elektrisirmaschine gibt Münch also wieder: „Beim Gebrauche der Maschine muss man einen der beiden Conduktoren, in der Regel den negativen, mit der Erde in leitende Verbindung setzen. Dann wird die Scheibe elektrisch, die — Elektricität geht zum — Conduktor und von da zur Erde. Die + Elektricität der Scheibe wirkt, in der Reihe der Aufsauger angekommen, auf diese und den + Conduktor vertheilend, zieht die — Elektricität an, die aus den Spitzen der Aufsauger ausströmt, und zur Scheibe übergehend, diese neutralisirt, während die abgestossene + Elektricität auf dem + Conduktor verbleibt“. Zwischen den Spitzen des Aufsaugers und der Scheibe bemerkt man im Dunkeln electr. Luft, heisst es unter andern Beweisen in unserm Neustädter (*w/p*) Programm „Die atomistische Hypothese“. Wofür spricht der Versuch, dass ein + elekt. Korkkügelchen, einem gleich grossen unelekt. bis zur Berührung genähert, nun nur die Hälfte seiner frühern elekt. Spannung zeigt, während das zweite Kügelchen auch + elekt. geworden und gleiche Spannung mit dem ersten erhalten hat? Offenbar nur für die Influenztheorie!

2. Emsmann theilt das Wichtigste aus der Elektro-Dynamik mit, auch deutet er die Ampère'sche Theorie mit der Frage an: „Wie wird man die Wirkung der Magnete aufeinander und die Wirkung des Erdmagnetismus im Hinblicke auf die Wirkung der Solenoide auffassen können?“ Er thut aber sehr Unrecht, diese historisch wichtige Theorie nicht ausführlich zu behandeln.

3. Die galvanische Polarisation ist übergangen und so entbehrt der Verfasser des wirksamsten Mittels, die Theorie der einfachen und constanten galvanischen Ketten klar zu stellen.

4. Bei der Besprechung des Morse'schen Drucktelegraphen ist das in Deutschland übliche Alphabet mitgetheilt. Das ist ziemlich überflüssig, wenigstens im Hinblicke darauf, dass des Wheatston'schen Chronoskopes nicht gedacht ist.

III. Das dritte der angezeigten Lehrbücher, **die Experimentalphysik von Scherling,** ist nach Anlage und Ausführung mit Spiller's Grundriss der Physik zu vergleichen. Das Experiment ist schon durch den Titel hinlänglich betont, doch fehlen an keiner Stelle die elementar-mathematischen Beweisführungen zwar nicht so weit wie bei Münch, der z. B. die mathematische Deduktion des Reversionspendels gibt, was Sch. nicht thut, doch noch immer ausführlich genug, um beim Unterrichte in der Schule manche Partien unterdrücken zu müssen. Die Herleitung von $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ schliesst sich nahe an die alte Weise an, doch verkümmert eine etwas künstliche Durchführung den Genuss, den die directe Bewältigung gerade eines solchen Problemes gewährte. Die Figuren sind klar und rein, und meist von originaler Zeichnung, es finden sich sogar manche neue, für die man dankbar sein wird, so der Differenzialflaschenzug, die Reichenbach'sche Wassersäulenmaschine und die Quecksilberluftpumpe zur Anfertigung der Geislerschen Röhren. Sch. Physik macht überhaupt einen angenehmen Eindruck und ist des kleineren Umfanges halber in den Händen von Schülern vielleicht zweckmässiger wie Spiller, der in den aufeinanderfolgenden Auflagen nach Seiten des aufgesammelten Materials im Hinblicke auf Schulzwecke vielleicht des Guten zu viel gethan hat. Unser Verfasser sagt in der Vorrede zur ersten Auflage: „Ich mache einen scharfen Unterschied einestheils zwischen solchen Lehrbüchern, welche auch zum Selbstunterrichte bestimmt sind, und in der Hand eines Lehrers, der erst docendo lernen will, als Leitfaden dienen sollen, andrerseits solchen, welche wie eine Grammatik die Fundamentalgesetze einer Wissenschaft möglichst übersichtlich darstellen sollen, und welche ein den Stoff beherrschender Lehrer seinen Schülern zur Repetition in die Hand geben will." Hiermit sind wir einverstanden, vorausgesetzt, dass mit den angeführten Worten die übermässige Breite der oft selbstgefälligen Darstellung in Lehrbüchern, die zum Selbstunterrichte bestimmt sind, getadelt wird und hervorgehoben werden soll, dass die vorliegende Experimentalphysik so eingerichtet ist, dass sie erst nach gründlichen Vorträgen in der Schule von den Schülern verstanden und erfasst werden kann. Lehrer der Physik, die docendo lernen wollen, wird es kaum noch geben, wenn man den Lehr- und Lern-Stoff berücksichtigt, wohl aber für ewige Zeiten solche, die der Form nach docendo lernen wollen und lernen müssen. Im Vorwort zur zweiten Auflage heisst es: „Der Abschnitt Meteorologie ist beseitigt worden, weil die wichtigsten physikalischen Erscheinungen in der Atmosphäre schon an den betreffenden Stellen in der Physik ihre Erwähnung oder Erklärung gefunden haben, und weil

andre meteorologische Gesetze theils in der mathematischen, theils in der physikalischen Geographie ihre Erledigung finden." Es ist selbstverständlich, dass ein physik. Lehrbuch die meteorologischen Erscheinungen als letzte und schwerwiegendste Experimente behandelt; in der Natur soll sich dem Schüler das aufs herrlichste offenbaren, was er in der Schule durch Anschauung geahnt hat. Eine selbständige Meteorologie hat also ihren Boden ganz und gar verloren: Scherling thut aber für die Darlegung der Naturerscheinungen nicht selten viel zu wenig. Nur ein Beispiel. Dass er nicht von Parallaxe, von scheinbarer und wirklicher Grösse und Entfernung spricht, mag vielleicht noch angehen, weniger aber, wenn er den Regenbogen mit folgenden Worten abfertigt: „Ein Regenbogen zeigt uns ganz genau die Farben des Spektrums. Er erscheint nur bei niederfallendem Regen, wenn zugleich die Sonne scheint, und findet seine Erklärung ähnlich wie das Spektrum. Neben dem Hauptbogen sieht man häufig noch einen Nebenbogen, dessen Farben in umgekehrter Reihenfolge liegen. Der Hauptbogen entsteht durch zweimalige Brechung und einmalige totale Reflexion, der Nebenbogen durch zweimalige Brechung und zweimalige totale Reflexion in den kugelförmigen Wassertropfen". Das ist offenbar zu wenig, abgesehen davon, dass das Nebensächliche hervorgehoben und die Hauptsache übergangen ist. Die Spektralfarben beim Regenbogen sind nicht das wichtigste, wohl aber die Erledigung der Frage, wesshalb erscheint der Regenbogen als Bogen? Zuweilen sind wichtige Notizen fortgeblieben. Wenn man von Porosität spricht und Beispiele anführt, so darf der Versuch der Florentiner Akademie nicht ausgelassen werden; wenn Arago's circulare Polarisation Erwähnung findet, so muss auch schon des Verständnisses halber der Gegensatz, die elliptische Polarisation genannt werden. Dass es sich um den Gegensatz zwischen Differenzen von $^1/_4$ Wellenbreite oder anderer Theile dieser Breite handelt, ist als historische Notiz selbst für Schüler ganz unverfänglich. Wenn unser Verfasser zwischen Frictions- und Influenz-Elektricität unterscheidet, so ist das schon in dem früher Gesagten erledigt, wir fügen nur hinzu, dass die Lehre von der Elektricität nicht wohl geordnet werden kann nach den verschiedenen Elektricitätsquellen: wir können nur von statischer und dynamischer Elektricität sprechen. Das sorgfältig ausgearbeitete Inhaltsverzeichniss reicht nicht aus; den Mangel eines Registers wird nicht der Referent allein zu beklagen haben.

Dem Leser dieser Blätter gegenüber wollen wir uns die kleine Schlussbemerkung nicht versagen, dass der Hauptzweck des gegenwärtigen Referates erreicht sein wird, wenn recht viele Collegen Veranlassung nehmen, die angezeigten Lehrbücher einer eigenen Prüfung zu unterwerfen, eine eigentliche Kritik sollte und konnte bei dem gewöhnlich zur Disposition stehenden Raume nicht gegeben werden.

Neustadt i. W. P., im August 1871. Fahle.

Bock, (Prof. Dr. in Leipzig.) **Plastische anthropologische Lehrmittel zum Anschauungsunterrichte in Schulen.**

Nachdem ich auf Anrathen des Prof. Bock für unsere Anstalt ein Herzmodell von Fleischmann in Nürnberg hatte kommen lassen, schrieb ich an ihn, dass mir dasselbe sehr wohl gefalle, aber viel zu theuer sei und dass wohl Realschulen, aber nicht Volksschulen soviel an dergleichen Unterrichtsmittel verwenden könnten. Ich fragte an, ob es durch ihn nicht möglich werden könne, dass dergleichen um der Schule willen billiger hergestellt werden könnten. Auf weitere Anregung von anderer Seite ging Prof. Bock auf diesen Gedanken ein und er arbeitete nun mit dem Bildhauer Steger (Frankfurter Strasse) Tag für Tag, so dass binnen kurzer Zeit 24 Lehrmittel fertig werden konnten. Ich reiste dieser Dinge halber besonders nach Leipzig, um der pädagogischen Welt ein auf Anschauung begründetes Urtheil bieten zu können.

Diese Lehrmittel sind nach jeglicher Seite hin allen Schulen auf's wärmste zu empfehlen. Dass sie naturgetreu sind, versteht sich von selbst, da sie ja von einem Fachmanne, der viele tausende von Menschen während seiner Lebenszeit secirt und somit die genaueste Kenntniss der menschlischen Organe besitzt, herstammen. Methodisch gut sind sie auch, da sie gerade das darstellen, was wir für unsere Schulen nothwendig brauchen. Wer das Fleischmann'sche Herz im Unterrichte gebraucht hat, weiss, dass nie das ganze Innere, sondern immer nur eine Hälfte gezeigt werden kann; sein Modell ist zu complicirt hergestellt, während das Bock'sche bedeutend grössere die für den Unterricht wünschenswertheste Einfachheit bei aller Naturtreue zeigt. Die Lehrmittel sind meist in Naturgrösse und dann Abgüsse von Theilen gesunder Cadaver; mehrfach zeigen aber auch welche (z. B. Herz, Ohr, Auge u. s. w.) bedeutende Vergrösserung, damit die Gesammtheit der Schüler selbst in überfüllten Classen zugleich anschauen kann. Was wir aber als die schönste Eigenschaft derselben ansehen, die sie befähigt, nach und nach selbst in die ärmste Schule zu dringen, ist der spottbillige Preis.

Um dies nur an einigen Präparaten nachzuweisen, führe ich an, dass

	bei Fleischmann in Nürnberg	bei Zeiller in München	bei Steger in Leipzig	
ein Modell des Ohres	$14\frac{1}{6}$ ℳ.	$37\frac{1}{2}$ ℳ.	3 ℳ.	
- - - Auges	$14\frac{1}{6}$ ℳ.	$20\frac{1}{2}$ ℳ.	$2\frac{1}{2}$ ℳ.	kosten.

In gleichem Verhältniss bewegt sich der Preis der übrigen Präparate. Ihn zu erlangen, war nur dadurch möglich, dass Prof. Bock die Cadaver unentgeldlich zu Gebote standen und vorzugsweise, dass er für all seine viele Mühe und Arbeit auch nicht einen Heller Entschädigung beanspruchte, ja sogar, um das Unternehmen in den gewünschten Gang zu bringen, der ihm so hoch geschätzten Schule und Lehrer willen Opfer an Geld brachte. Bildhauer Steger

aber beansprucht für seine Thätigkeit nur sehr geringe Entschädigung.

Bis jetzt sind fertig: 1 Modell des Herzens (3 ℳ), 1 des Ohres (3 ℳ), 1 des Auges ($2^1/_2$ ℳ), 3 des Kopfes (à $2^1/_2$ ℳ), 2 der Lunge (à $1^1/_2$ ℳ), 6 Gelenke (à 1 ℳ), 1 des Fusses mit seinen Bändern ($1^1/_2$ ℳ), 1 der Hand ebenso (1 ℳ), 3 des Kehlkopfes (2 à 1 ℳ u. 1. 1 ℳ 10 *ngr.*), 4 des Gehirns (à 1 ℳ 10 *ngr.*), eins, das den Bau der Haut bei mehrhundertmaliger Vergrösserung schematisch darstellt. Ausserdem gedenkt Prof. Bock noch mehrere Zähne mit Darstellung des mikroskopischen Baues bei bedeutender Vergrösserung, einen ganzen Körper (wahrscheinlich ohne Kopf), bei dem man die Muskeln abnehmen und die Lage der innern Theile zeigen kann, (wird vielleicht nur ca. 15 ℳ kosten!) u. a. m. darzustellen.

Ich bin fest überzeugt, dass im anthropologischen Unterrichte mit den Bock'schen Lehrmitteln eine neue Aera beginnen wird. Dass einem tiefgefühlten Bedürfnisse mit ihnen abgeholfen ist, geht daraus hervor, dass schon vielfach Bestellungen, sogar aus Amerika, angekommen sind. Prof. Leukart kaufte solche für die Universität; im pathologischen Museum fand ich bereits die Hirnpräparate; Aerzte haben sich mir gegenüber auf's beste über die ihnen vorgelegten Lehrmittel ausgesprochen und geäussert, dass dieselben auch für sie von Wichtigkeit wären, da man an ihnen so gut, wie am todten Leibe Anatomie studieren könne.

Prof. Bock ist gewiss von der gesammten Schulwelt der beste Dank und die grösste Anerkennung zu widmen. Immermehr wird das von Rückwärtslern so vielfach angefeindete Wort von Diesterweg wahr: Jeder Lehrer ein Naturforscher. Immermehr wird es jedem im Volke möglich, das Gebot: Erkenne dich selbst! zu erfüllen.

DRESDEN. H. ENGELHARDT.

Naturwissenschaftliche Anschauungsvorlagen v. G. ELSSNER in Löbau i/S.

Ich kann es gestehen, mit wahrer Sehnsucht sah ich einer neuen Lieferung dieser botanischen Hilfsmittel entgegen; ich erwartete etwas Gutes und sah mich in meinen Erwartungen nicht getäuscht. Sie soll helfen, den Unterricht über die Gräser, vorzüglich über die Getreidearten zu erleichtern. Dass Herr Elssner sich von jetzt an zunächst solchen Pflanzenfamilien zuwenden will, welche der Betrachtung ganzer Schulklassen gewisse Schwierigkeiten bieten, ist ganz anerkennenswerth.

Was nun die mir vorliegende Lieferung speciell betrifft, so besteht sie aus 7 Tafeln, welche wieder in der früher beschriebenen Manier gearbeitet sind. Tf. 1 stellt Keimung und Entwicklung der Gräser dar. Wir erblicken dabei ein Samenkorn von 2 Seiten, 3 Stadien der Keimung, ein Halmstück mit Blatt und ein Blatt mit seinen drei Theilen, die Blattspreite nur theilweis. Die ein-

zelnen Stücke sind selbst für den Massenunterricht gross genug dargestellt; man bedenke nur, dass die Blattspreite 1^{dcm} breit, ein keimendes Samenkorn 3^{dcm} lang dargestellt ist. Tf. 2 zeigt die vergrösserte Blüthe und die Zergliederung derselben von *Secale cereale*, Tf. 3 den Blüthenstand, die Blüthe und die einzelnen Blüthentheile von *Bromus mollis*, Taf. 4 dasselbe von *Triticum vulgare*, Tf. 5. dasselbe von *Avena sativa*, Tf. 6 von *Hordeum distichum*, Tf. 7 die Aehren von *Secale cereale, Triticum vulgare* und *Hordeum distichum* in der Höhe der Tafel.

Die Ausführung ist eine vortreffliche, der Preis ein spottbilliger, die Auswahl und Darstellung methodisch gut. Diese Lieferung sei nicht nur unsern Mittelschulen, sondern auch unsern Volksschulen recht warm empfohlen. Dass die Abbildungen sachlich richtig, dafür zeugt genug, dass sie von einigen Universitätslehrern bei ihren Vorlesungen benutzt werden. Von künftigen Lieferungen muss aber verlangt werden, dass die Vergrösserung angegeben wird. Möge Herr Elssner fortfahren, uns noch mit vielen so gelungenen Tafeln zu beschenken! Möge ihm aber auch nicht die dazu nöthige Anerkennung und Unterstützung fehlen!

DRESDEN. H. ENGELHARDT.

Bibliographie.

Von April bis August d. J.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Briefe über Berliner Erziehung. Zur Abwehr gegen Frankreich. Berlin. Trowitzsch. 15 Sgr.

Cohn, Die Humanisten-Periode. Vortrag geh. in d. liter. Ges. zu Potsdam. 6 Sgr.

Dronke, Julius Plücker, Prof. d. Math. u. Physik in Bonn. Bonn. 5 Sgr.

Fricke, Ist der Religionsunterricht in der Schule eine pädagogische Nothwendigkeit? Berlin. Duncker. 2½ Sgr.

Jäger, Gymn. Dir., Gymnasien und Realschule I. Ordnung. Mainz. Kunze. 7½ Sgr.

Kneule, Ueber die Anwendung von Strafen bei der Erziehung. Augsburg. 3 Sgr.

Sommerfeld, Ein Beitrag zur Realschulfrage. Anclam. Dietz. 5 Sgr

Stanger, Ueber nationale Erziehung. München. Fritsch. 5 Sgr.

Thomé, Schulgesundheitspflege. Grundriss der Gesundheitspflege in den Schulen für Unterrichtsbehörden, Schulvorstände, Lehrer, Baumeister und Aerzte. 2 Aufl. Lpz. Mayer. 12 Sgr.

Wiese, Deutsche Bildungsfragen aus der Gegenwart. Ein Vortrag. Berlin. Wiegandt. 8 Sgr.

Wolfram, Allg. Chronik des Volkschulwesens. 6. Jahrgang. Hamburg. Haendke. 12 Sgr.

Zezschwitz, Der Pädagog Heinrich Pestalozzi, ein Mann der Hoffnung unseres Volkes in grossen Tagen. Erlangen. Deichert. 6 Sgr.

Mathematik.

Albrich, Sammlung von geometrischen Aufgaben. Hermannstadt. 6 Sgr.

Baumblatt, Vollständiges Rechenbuch nach dem neuen Mass u. Gewicht. Mannheim. Schneider. 15 Sgr.

Bibliotheca historica-nat., phys.-chem. et mathematica od. syst. geordnete Uebersicht der in Deutschland und dem Auslande auf dem Gebiete der gesammten Naturw. und der Mathematik neu erschienenen Bücher; hers. v. Prof. Guthe. 20. Jahrg. 2. Heft. Juli—Decbr 1870. Göttingen. 9 Sgr.

Blom, Solution du problème de diviser l'angle en trois parties égales par de lignes droites et circulaires. Christiania. (Lpz. Brockhaus.) 5 Sgr.

Brandt, Mathematisches Uebungsbuch mit eingereihten Erklärungen und Sätzen für höhere Lehranstalten. Münster. Russel. 12 Sgr.

Bremicker, Log. trig. Tafel mit 3 Decimalen. 32. 6 S. Berlin. Nicolai. 5 Sgr.

Büttner, Der Rechenunterricht in der Elementarschule. Ein methodisches Handbuch mit besonderer Berücksichtigung der einklassigen Schule. 2. Aufl. Stolp. Eschenhagen. 16 Sgr.

Clouth, Tafeln zur Berechnung goniometrischer Coordinaten. Halle, Nebert. $1^2/_3$ Thlr. Schreibp. $2^1/_3$ Thlr.

Dietzel, Leitfaden für den Unterricht im technischen Zeichnen an Real- Gewerbe- etc. Schulen. 3. Heft. Die Elemente der Perspective. 2. Aufl. Mit 64 Holzschnitten. Leipzig. Seemann. 10 Sgr.

Dronke, Einleitung in die höhere Algebra. 1. Theil. Halle. Nebert. $22^1/_2$ Sgr.

Exner, Ueber die Maxima u. Minima der Winkel, unter welchen krumme Flächen von Radien-Vectoren durchschnitten werden. Wien. Gerold. 4 Sgr.

Fiedler, Die darstellende Geometrie. Ein Grundriss für Vorlesungen an techn. Hochschulen und zum Selbststudium. Mit 228 Holzschnitten und 12 lith. Tafeln. Leipzig. Teubner. 4 Thlr. 24 Sgr.

Flink, Geometr. Anschauungs-, Berechnungs- und Darstellungs-Unterricht für Schullehrerseminar-Zöglinge. 3. Thl. Die Anfangsgründe des geom. Zeichnens. Mit 1 Atlas von 12 Tafeln. 2 Aufl. Meersburg. 22 Sgr.

Gasser, Das Rechnen mit gemeinen und Decimalbrüchen. 2. Aufl. Frankfurt. Jäger. 9 Sgr.

Gressler's Rechenbuch neu bearb. v. Postel. Langensalza. $1^1/_2$ Sgr.

Heinisch, Aufgaben zum Kopf- und Zifferrechnen. 1. u. 2. Heft. Bamberg. $4^1/_2$ Sgr.

Hesse, Prof. O., Die Determinanten, elementar behandelt. Lpz. Teubner. 10 Sgr.

Hessel, Prof., Uebersicht der gleicheckigen Polyeder und Hinweisung auf die Bezieh. dieser Körper zu den gleichflächigen Pol. Marburg. Ehrhardt. 5 Sgr.

Heuer, Rechenbuch. 17. Aufl. Hannover. Helwing. 8 Sgr.

Hofmann, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik und Algebra. Für Gymnasien und Gewerbeschulen. In 3 Theilen. 4. Aufl. Bayreuth. Gnau. 16 Sgr.

Jacobi, C. G. J., Mathematische Werke. 3 Bde. Berlin. Reimer. 4 Thlr.

Joseph, Neue Aufgaben zum kaufmännischen Rechnen. 3. Aufl. Quedlinburg. Basse. $7^1/_2$ Sgr. Resultate 5 Sgr.

Kentenich, Praktische Rechenschule. 5. Aufl. 7 Sgr.

Kleinpaul, Aufgaben zum prakt. Rechnen. Für Real-, Gewerbe- und Bürgerschulen. 7. Aufl. Barmen. Langewiesche. 18 Sgr.

Kober, Aufgaben für den Rechenunterricht. 3 Hefte. Dresden. à 5 Sgr.

Köpp, Neue Aufgabensammlung zum schriftl. Rechnen. 1. Heft. Die vier Grundrechnungs-Arten im Zahlenraume von 1 bis 100. Bensheim. Lehrmittelanstalt. $1^1/_3$ Sgr.

Leitz, Aufgaben für das schriftliche Rechnen in Mittel- und Volksschulen. Mannheim. Löffler. 2 Sgr.
Lettau, Algebraische Aufgaben mit Berücks. d. neuen Masse u. Gewichte. Langensalza. Gressler. 27 Sgr.
Liersemann, Lehrbuch der Arithm. u. Algebra. Lpz. Teubner. 12 Sgr.
Lübsen, Ausführliches Lehrbuch der Analysis zum Selbstunterricht mit Rücksicht auf die Zwecke des prakt. Lebens. 5. Aufl. Lpz. Brandstetter. $1^1/_5$ Thlr.
Marbach, Arithm. Exempelbuch für Volksschulen. 2 Hefte. Schleusingen. à $3^3/_4$ Sgr.
Masbaum, Rechenbuch für Volksschulen. Kopf- und Tafelrechnen. 4. Aufl. 4 Sgr.
Neumann, Director C., Repetitorium der Elementarmathematik. 1. Thl. Arithmetik. Dresden. Höckner. 10 Sgr.
Ohlert, Dir., Lehrbuch der Mathematik für Realschulen und Gymnasien sowie zum Selbstunterricht. 1. Thl. Geometrie. 2. Thl. Ebene und sphär. Trigonometrie. Analyt. Geometrie der Ebene. Elbing. 1 Thlr.
Paufler, Das Zahlenrechnen in der Realschule. Lpz. Hinrich. 10 Sgr.
Quitzow, Prakt. Rechenbuch für Schulen. 7. Aufl. Güstrow. 5 Sgr.
Rechenbuch für Elementarschulen vom Lehrerverein zu Düsseldorf. 4. Aufl. $5^1/_2$ Sgr.
Rechenbuch für Elementarschulen, enth. Kopf- u. Tafelrechn.-Uebungen. 3 Hefte, à 3 Sgr. Münster. Aschendorf.
Recknagel, Ebene Geometrie für Schulen. München. Ackermann. 16 Sgr.
Repertorium der technischen, mathematischen u. naturwissenschaftlichen Journalliteratur. Her. v. Schotte. 3. Jahrg. 1871. Lpz. Quandt und Händel. 2 Thlr.
Reuter, Lehrbuch der Geometrie für den Schul- und Selbstunterricht. 1. Thl. Planimetrie. 2. Aufl. Lübeck. Grautoff. 15 Sgr.
Schlotke, Die Hauptaufgaben der descriptiven Geometrie. In stereoskop. Figuren dargestellt. 30 Steintafeln mit 2 Bl. Text. Hamburg. Friederichsen. 1 Thlr. 12 Sgr.
Schlotterbeck, Aufgaben für das prakt. Rechnen. 5 Hefte. Schwerin. Hildebrand. 10 Sgr.
Schmidt, 100 algebr. Aufgaben mit prakt. Lösungen. 3. Aufl. Wittenberg. 6 Sgr.
Schrader, Theorie der endlichen summirbaren Reihen. Halle. 20 Sgr.
Schram, Anfangsgründe der Geometrie od. geom. Formenlehre. Wien. Beck. 1 Thlr.
Schütze, Kopfrechnenschule. 2. Aufl. Langensalza. 25. Sgr.
Schumann, Lehrbuch der Elementarmathematik für Gymnasien u. Realschulen. 5. Thl. Analyt. Geometrie der Ebene. Berlin. Weidmann. 10 Sgr. (cplt. 1 Thlr. 26 Sgr.)
Sonnenburg, Lehrbuch der gesammten Elementargeometrie für Gymn., Realschulen etc. 3 Thle. 2. Aufl. Bremen. 2 Thlr. 19 Sgr.
Spieker, Lehrbuch der ebenen Geometrie mit Uebungsaufg. für höhere Lehranstalten. 5. Aufl. Potzdam. Stein. 25 Sgr.
Spitz, Erster Cursus der Differential- und Integralrechnung nebst einer Sammlung v. vielen Beisp. und Uebungsaufg. Lpz. Winter. $3^1/_2$ Thlr.
Staudigl, Lehrbuch der neueren Geometrie f. höhere Unterrichtsanstalten und zum Selbststudium. Wien. Seidel. $2^2/_3$ Thlr.
Steinhauser, Die Netze der Poinsot'schen Körper zum Behufe der Darstellung ihrer Modelle. Eine vollständige Anleitung zur Anfertigung der Modelle aus Pappe. Mit 5 Taf. Graz. Leykam. 16 Sgr.
Stubba, Anleitung zum Zifferrechnen. 3. Heft. Die gem. Brüche und Decimalen. 5. Aufl. Bunzlau. $1^1/_4$ Sgr.
Vega, Log. trig. Handbuch. 54. Aufl. Bearb. v. Bremiker. Berlin. Weidmann. $1^1/_4$ Thlr.

Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- u. Maschinen-Mechanik. 1. Theil. Lehrbuch der theoret. Mechanik. 5. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 1 Thlr.
Weller, Method. Lehrbuch der Geometrie f. höhere Lehranstalten nebst einer Anleitung zum Feldmessen. Aarau. Sauerländer. 18 Sgr.
Winter, der Rechenschüler. Stufenweis geordnete Uebungsaufgaben zum Tafelrechnen in Bürger- und Landschulen. Lpz. Wöller. 2 Hefte, à 2 Sgr.
Wöckel, Geometrie der Alten in einer Sammlung von 850 Aufgaben. Neu bearb. v. Schröder. 9. Aufl. Nürnberg. Bauer. 18 Sgr.
Worpitzky, Beiträge zur Functionentheorie. Berlin. Calvary. 12 Sgr.

Physik.

Bänitz, Physik für Volksschulen. Nach methodisch. Grundsätzen bearbeitet. Mit 63 in den Text eingedr. Holzschnitten. Berlin. Stubenrauch. 6 Sgr.
Boymann, Lehrbuch der Physik für Gymnasien, Realschulen etc. Mit 300 Holzschnitten. 2. Aufl. Köln. Schwann. $1^1/_3$ Thlr.
Briot, Lehrbuch der mechan. Wärmetheorie. Deutsch herausgegeben von Prof. Heinr. Weber. Lpz. Voss. 2 Thlr. 4 Sgr.
Buff, Lehrbuch der physikalischen Mechanik. In 2 Thln. 1. Thl. Braunschweig. Vieweg. $2^1/_2$ Thlr.
Crüger, Grundzüge der Physik mit Rücksicht auf Chemie als Leitfaden für die mittlere physikalische Lehrstufe methodisch bearbeitet. 14. Aufl. Mit 171 in den Text eingedr. Holzschnitten. Erfurt. Körner. 18 Sgr.
Decker, Physik und Chemie auf ihrer ersten Unterrichtsstufe für die höheren Klassen der Volksschule und für Töchterschulen. 2. verb. Aufl. Mit 76 Holzschnitten. Troppau. Schüler. 10 Sgr.
Dorner, Grundzüge der Physik. Mit 259 Holzschn. Hamburg. Meissner. 24 Sgr.
Frey, Das Mikroskop und die mikroskopische Technik. Ein Handbuch für Aerzte und Studirende. Mit 342 Figuren und Preissverzeichnissen mikroskop. Firmen. 4. verb. Aufl. Leipzig. Engelmann. $2^2/_3$ Thlr.
Frick, Anfangsgründe der Naturlehre für die mittleren Klassen höherer Lehranstalten. 7. verb. Aufl. Mit 259 Holzschn. Freiburg. Wagner. 27 Sgr.
Heussi, Lehrbuch der Physik für Gymnasien, Realschulen etc. 4. Aufl. Mit 440 Abb. u. einer farb. Spektraltafel. Lpz. Frohberg. 1 Thlr. 12 Sgr.
Huber, Mechanik für Gewerbe- und Handwerkerschulen sowie zum Gebr. in Realschulen und zum Selbstunterricht. 3. Aufl. Mit 505 Holzschn. Stuttgart. Engelhorn. 1 Thlr. $22^1/_2$ Sgr.
Klein, Das Gewitter und die dasselbe begleitenden Erscheinungen. Graz. Leykam. 24 Sgr.
Krist, Anfangsgründe der Naturlehre für die unteren Klassen der Mittelschulen. 4. Aufl. Mit 308 Holzschnitten. Wien. Braumüller. 24 Sgr.
Mann, Einzelnes aus der Undulationstheorie der Wärme. Durch Anwendung elementarer Mittel dargestellt. Frauenfeld. Huber. 10 Sgr.
Pisco, Die Physik für Unterrealschulen. 8. Aufl. Mit 315 Holzschnitten. Brünn. Winiker. 24 Sgr.
Repertorium für Experimentalphysik, für physikal. Technik, mathem. u. astron. Instrumentenkunde. Herausg. von Prof. Carl. 7. Bd. 6 Hefte. München. Oldenbourg. 6 Thlr. 12 Sgr.
Schellen, Der elektr. Telegraph in den Hauptstadien seiner Entwickelung und in seiner gegenwärtigen Ausbildung und Anwendung etc. Mit 573 Holzschn. 5. gänzl. umgearb. etc. Aufl. Braunschweig. Vieweg. $4^2/_3$ Thlr.
Scherling, Grundriss der Experimentalphysik für höhere Unterrichtsanstalten. Mit 198 Holzschnitten. 2. Aufl. Leipzig. Hässel. $1^1/_5$ Thlr.
Schödler, Das Buch der Natur. 1. Thl. Physik, Astronomie u. Chemie. 10 Aufl. Braunschweig. Vieweg. $1^1/_3$ Thlr.
Trappe, Schulphysik. 5. Aufl. Mit 247 Abb. Breslau. Hirt. $27^1/_2$ Sgr.

Tyndall, Die Wärme betrachtet als eine Art der Bewegung. Autorisirte deutsche Ausgabe. Herausg. von Helmholtz und Wiedemann nach der 4. Aufl. des Orig. 2. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 2. Abth. $1^2/_3$ Thlr.
Ule, Aus der Natur. Essays. 1. Reihe. Lpz. Frohberg. $1^1/_2$ Thlr.
Vierordt, Die Anwendung des Spektralapparates zur Messung und Vergleichung der Stärke des farb. Lichtes. Tübingen. Laupp. 25 Sgr.
Wittwer, Die Moleculargesetze. Leipzig. Teubner. 1 Thlr.
Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. II. Bd. Die Lehre vom Licht. 2. Aufl. 3 Thlr.

Chemie.

Fittig, Ueber die Constitution der sogenannten Kohlenhydrate. Tübingen. Fues. 12 Sgr.
Fleischer, Die Titrirmethode als selbständige quantitative Analyse. Lpz. Barth. $1^1/_3$ Thlr.
Gorup-Besanez, Lehrbuch der Chemie. In 3 Bdn. 1. Bd. Lehrbuch der anorg. Chemie. 4. mit bes. Berücksichtigung der neueren Theorien bearb. u. verb. Aufl. 2. u. 3. Lfg. Braunschweig. Vieweg. à 1 Thlr.
Hinterberger, Lehrbuch der Chemie für Unterrealklassen, Real-Gymnasien etc. 11. Aufl. Wien. Braumüller. 1 Thlr.
Hosaeus, Leitfaden für praktisch-chemische Uebungen. Unter Berücksichtigung gewerbl. und landwirthsch. Verh. zum Schulgebrauch zusammengestellt. Helmstedt. Beyer. 10 Sgr.
Husemann, Elemente der Chemie als Grundlage des landwirthschaftl. Unterrichts für landwirthschaftl. Schulen, Lehrerseminarien etc, Aarau. Christen. 8 Sgr.
Jacobsen, Chemisch-techn. Repertorium. Uebersichtlich geordnete Mittheilungen der neuesten Erfindungen, Fortschritte und Verbesserungen auf dem Gebiete der techn. und industriellen Chemie mit Hinweis auf Maschinen, Apparate und Literatur. 9. Jahrgang. 1871. 2. Halbjahr. Berlin. Gärtner. 24 Sgr. (cplt. 1 Thlr. 14 Sgr.)
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie und verwandter Theile anderer Wissenschaften. Unter Mitwirkung von Laubenheimer, Naumann, Nies, Rose herausgegeben v. Ad. Strecker. Für 1869. 1. Heft. Giessen. Ricker. $2^2/_3$ Thlr.
Kolbe, Erprobte Laboratoriumseinrichtungen. Leipzig. Barth. 6 Sgr.
Kopp, Die Entwickelung der Chemie in der neueren Zeit. 1. Abtheilung. Die Entwicklung der Chemie vor und durch Lavoisier. 10. Band der „Geschichte der Wissenschaften in Deutschland." München. Oldenbourg. 26 Sgr. (I—X: $22^1/_3$ Thlr.)
Lielegg, Erster Unterricht aus der Chemie an Mittelschulen. Ausg. für Realschulen. Wien. Beck. 24 Sgr.
Lielegg, dasselbe für Realgymnasien. 9 Sgr.
Martius-Matzdorf, Ueber explodirende und erstickende Gase und die Mittel zur Verhinderung ihrer schädl. Wirkung. Kreuznach. 5 Sgr.
Philipps, Der Sauerstoff. Vorkommen, Darstellung und Benutzung desselben zu Beleuchtungszwecken nebst einem neuen Verfahren der Sauerstoff-Beleuchtung. Berlin. Springer. 15 Sgr.
Roscoe, Kurzes Lehrbuch der Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. Deutsch von Schorlemmer. 3. Aufl. Braunschweig. Vieweg. $1^2/_3$ Thlr.
Sonnenschein, Handbuch der analyt. Chemie. Quantitative Analyse. Berlin. Hirschwald. $2^1/_3$ Thlr.
Ulbricht, Leitfaden für die qualitative und quantitative Analyse in chem. u. techn. Laboratorien. 1. Thl. Die qualit. Analyse. Ung. Altenburg. 12 Sgr.
Zeitschrift für analyt. Chemie. Herausg. von Fresenius. 10. Jahrg. 1871. 4 Hefte. Wiesbaden. Kreidel. 3 Thlr.

Astronomie und math. Geographie.

Brünnow, Lehrbuch der sphärischen Astronomie. 3. Ausgabe. Berlin. Dümmler. 4 Thlr.
Frischauf, Grundriss der theoretischen Astronomie und der Geschichte der Planetentheorien. Graz. Leuschner. $1^1/_6$ Thlr.
Garbich, Analytische Methode zur Berechnung der Sonnenfinsternisse sowie aller anderen Occultationen. Triest. Schimpff. 1 Thlr.
Holl, Leitfaden der mathemat. Geographie für höhere Schulen. Stuttgart. Aue. 16 Sgr.
Kutzner, Erste Einführung in die Gebiete der mathemat. Geographie, Himmelskunde, Geognosie und Geologie. Ein Lehrbuch für Schulen. Langensalza. Beltz. 10 Sgr.
Littrow, Physische Zusammenkünfte der Planeten (1) bis (82) während der nächsten Jahre. Wien. Gerold. 16 Sgr.
Mädler, Der Himmel. Gemeinfassliche Darstellung des Wichtigsten aus der Sternkunde. Hamburg. Berendsohn. 2 Thlr.
Reimann, Die Höhenbestimmung der Sternschnuppen. Breslau. Maruschke. 10 Sgr.
Wetzel, Allgemeine Himmelskunde. Eine populäre Darstellung nach den neuesten Forschungen. Berlin. Stubenrauch. $2^5/_6$ Thlr.
Weyer, Vorlesungen über nautische Astronomie; gehalten an der Königl. Marineschule zu Kiel. Kiel. Schwers. 1 Thlr.
Winkler, Leitfaden zur mathemat. und physikal. Geographie für höhere Bildungsanstalten, insbesond. Schullehrer-Seminarien. Dresden. Wolf. 20 Sgr.

Naturgeschichte.

Bibliothek, montanistische. Verz. der in Deutschland und im Ausland in den Jahren 1866—70 auf den Geb. des Berg-, Hütten- und Salinenwesens, der Mineralogie, Geognosie, Geologie und Paläontologie erschienenen Bücher, Zeitschriften u. Karten. Lpz. Quandt u. Händel. 15 Sgr.
Cotta, Geologische Bilder. 5. Aufl. Mit 220 Abb. Lpz. Weber. $1^1/_2$ Thlr.
Credner, Das Leben in der todten Natur. Vortrag geh. im Gewandhaus zu Leipzig. Lpz. Hinrich. 4 Sgr.
Darwin, Die Abstammung des Menschen und die geschlechtliche Zuchtwahl. Aus dem Engl. v. Carus. 1. Bd. Stuttg. Schweizerbart. $2^2/_3$ Thlr.
Degenhardt, Der oberschlesich-polnische Bergdistrict mit Hinweglassung des Diluviums im Anschluss an die v. Ferd. Römer ausgeführte Karte von Oberschlesien. 1:100000. Berlin. Neumann. 2 Thlr.
Fitzinger, Revision der Ordnung der Halbaffen oder Aeffer. Wien. Gerold. 25 Sgr.
Fricker, Excursionsflora zur leichten und sicheren Bestimmung der höheren Gewächse Westfalens und der angrenzenden Gegenden, nebst einer Einleitung in die allg. Botanik. Für höhere Lehranstalten und zum Selbststudium. Mit 37 Holzschn. Arnsberg. Grote. 1 Thlr.
Fritzsch, Vergleichung der Blüthezeit der Pflanzen von Nordamerika und Europa. Wien. Gerold. 5 Sgr.
Fromm, Pflanzenbau und Pflanzenleben. Ein Handbuch der Botanik zum Selbstunterricht. Berlin. Langmann. 10 Sgr.
Garcke, Flora von Nord- und Mitteldeutschland. Zum Gebrauche auf Excursionen in Schulen und beim Selbstunterricht bearb. 10 verb. Aufl. Berlin. Wiegandt u. Hempel. 1 Thlr.
Heller, Leitfaden der Naturgeschichte. 3 Theile. Wien. 9, 6 u. 4 Sgr.
Hertzka, Die Urgeschichte der Erde und des Menschen. Ein Cyclus von Vorlesungen, gehalten im Pester Bürgerclub. 1. Vorlesung. Ueber die Darwin'sche Theorie v. d. Verwandlung der Arten. Pest. Rosenberg. 10 Sgr.

Jäger, Lehrbuch der allg. Zoologie. Ein Leitfaden f. Vorträge und zum Selbststudium. 1. Abth. Zoochemie und Morphologie. Lpz. Günther. 2 Thlr.

Kenngott, Lehrbuch der Mineralogie zum Gebrauch beim Unterricht. 2. Aufl. Darmstadt. Diehl. 20 Sgr.

Kiessler, Flora der Umgegend von Stendal. Zum Gebrauch in Schulen und auf Ausflügen. Stendal. Franzen. 15 Sgr.

Koch, Synopsis der Vögel Deutschlands. Kurze Beschreibung aller in Deutschland vorkommenden Arten. Mit 296 Abb. auf 8 Taf. Heidelberg. Winter. 1 Thlr.

Kohn, Erster Unterr. in der Naturgeschichte. Pest. Rosenberg. 18 Sgr.

Lorinser, Botanisches Excursionsbuch f. die deutsch-österreich. Länder. Nach der analyt. Methode bearb. 3. Aufl. Wien. Gerold. 2 Thlr.

Lotos, Zeitschrift f. Naturwissensch. Red. v. Zepharovich. 21. Jahrgang. 12 No. Prag. Calve. 1 Thlr. 24 Sgr.

Lüben, Leitfaden zu einem methodischen Unterricht in der Naturgesch. in Bürgerschulen, Realschulen, Gymnasien und Seminarien. Mit vielen Fragen und Aufgaben zur mündl. und schriftl. Lösung. In 4 Kursen. 4. Kursus. 6. Aufl. Leipzig. Schultze. 10 Sgr.

Lüben, Naturgeschichte für Kinder in Volksschulen. Nach unterrichtl. Grundsätzen bearb. 1. Thl. Thierkunde. 2. Thl. Pflanzenkunde. 7. Aufl. Halle. Anton. à $2^1/_2$ Sgr.

Meyer, Das Alter der Erde. Berlin. Calvary. $1^1/_3$ Thlr.

Möbius, Das Thierleben am Boden der deutschen Ost- und Nordsee. 122. Heft der Sammlung gem. wiss. Vortr. v. Virchow u. Holtzendorff. 6 Sgr.

Müller, Ad. und K. Müller, Gefangenleben der besten einheimischen Singvögel. Lpz. Winter. 24 Sgr.

Pflanzen-Etiquetten für sämmtliche Phanerogamen und Gefässkryptogamen Nord- und Mitteldeutschlands mit der Angabe der Linné'schen Classe und Ordnung, der natürl. Familie, der Blüthezeit und Ausdauer. 15 Bogen. Lpz. Schultze. 16 Sgr.

Redtenbacher, Fauna austriaca, die Käfer. Nach der analyt. Methode bearb. 3. gänzl. umgearb. u. bed. verm. Aufl. 1. Heft. Wien. Gerold. 1 Thlr.

Reichenbach, Beiträge zur Orchideenkunde. Mit 6 Taf. Jena. Frommann. $1^1/_3$ Thlr.

Riedel, Grundzüge der Zoologie für Mittelschulen. Mit 63 Holzschnitten. Heidelberg. Groos. 24 Sgr.

Ruprecht, Wand-Atlas für den Unterricht in der Naturgeschichte aller drei Reiche. 2. Aufl. 1. Lief. 10 col. Steintafeln. Dresden. Meinhold. 2 Thlr.

Schilling, Kleine Schulnaturgeschichte des Thier-, Pflanzen- und Mineral-Reiches. 13. Aufl. Mit 800 Abb. Breslau. Hirt. 1 Thlr.

Schmeling, Das Ausstopfen und Conserviren der Vögel und Säugethiere. Eine Einleitung, das Ausstopfen durch Selbstunterricht zu erlernen. Mit 34 Holzschnitten. Berlin. Mode. 18 Sgr.

Schmidt, Ueber einige Wirkungen des Lichtes auf Pflanzen. Breslau. Maruschke. 10 Sgr.

Seidenzucht, Die japanesische. Abhandlungen der Herren Brunat, Dawison u. Piquet. Im Auftrag des Königl. Ministeriums für landwirthschaftl. Angelegenh. übers. v. Gnadendorff. Berlin. Wiegandt. 10 Sgr.

Seubert, Grundriss der Botanik. Zum Schulgebrauch bearb. 2. Aufl. Lpz. Winter. 12 Sgr.

Simler, Leitfaden der botanischen Formenlehre od. Anleitung zum wiss. Beschreiben der Blüthenpflanzen und zur Kenntniss der botanischen Kunstausdrücke. Zürich. Schabelitz. 6 Sgr.

Simler, Botanischer Alpenbegleiter d. Alpenclubisten. Eine Hochalpenflora. Ebend. 20 Sgr.
Stangenberger, Naturgeschichte für die Volksschule. Mit 260 Abbild. 5. Aufl. Lpz. Oehmigke. 18 Sgr.
Troschel, Handbuch der Zoologie. 7. Aufl. Berlin. Lüderitz. 3 Thlr.
Türk, Pflanzenkunde. Die wichtigsten wildwachsenden Nutz- und Zierpflanzen. Leitfaden beim Schul- und Selbstunterricht. 3 Bändchen. Coburg. à 5 Sgr.
Vogt, Carl, Lehrbuch der Geologie und Petrefactenkunde. 2. Bd. 1. Lfg. 3. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 1 Thlr.
Wagner, Illustrirte deutsche Flora. Eine Beschreibung der in Deutschland und der Schweiz einheimischen Blüthenpflanzen und Gefässkryptogamen. Mit 1250 Illustrationen. Stuttgart. Thienemann. 5 Thlr.
Weinhold, Die wichtigsten wildwachsenden und angebauten Heil-, Nutz- und Giftpflanzen. Systematisch geordnet. Bonn. Weber. 20 Sgr.
Wirth, Bilder aus der Pflanzenwelt. 1. Bdchn. Ausländ. Kulturpflanzen. Langensalza. 15 Sgr.
Zincken, Ergänzungen zu der Physiographie der Braunkohle. Halle. Waisenhaus. 2½ Thlr.

Geographie.

Buch, Das neue, der Reisen und Entdeckungen. Illustr. Bibl. der Länder- und Völkerkunde. 19. Lief. Lpz. Spamer. 5 Sgr.
Egli, Nomina geographica. Versuch einer allgem. geogr. Onomatologie. Lpz. Brandstetter. 7 Thlr.
Erdkunde, kleine. Nach unterr. Grundsätzen bearb. Halle. Anton. 2 Sgr.
Götze, Geographische Repetitionen f. die oberen Klassen von Gymnasien und Realschulen. Mainz. Kunze. 12 Sgr.
Hammer, Schulatlas der neuesten Erdkunde. 24 col. Karten in Stahlstich. 5. Aufl. Nürnberg. Serz. 1 Thlr. 12 Sgr.
Issleib, Kleine Schulgeographie. Leitfaden für d. geograph. Unterricht in der Volksschule. Gera. Issleib. 2½ Sgr.
Karte des deutschen Reiches mit den neuen Grenzen. 1:1700000. Chromolith. Stuttgart. Nitzschke. In Cart. 24 Sgr. Auf Leinw. 1⅓ Thlr.
Kiepert, Deutsches Beich. Karte von Deutschland in seiner Neugestaltung nach dem Frieden von Versailles. 9. Aufl. 1 : 3000000. Chromol. Berlin. Reimer. 5 Sgr.
Kozenn, Grundzüge der Geographie. 5. Aufl. Wien. Hölzel. 8 Sgr.
Kuznik, Kleine Vaterlandskunde. Uebersicht der Geographie des preuss. Staates und der übrigen deutschen Länder, nebst Abriss der brandenb. preuss. Geschichte für Elementarschulen bearb. 7. Aufl. Lpg. Leuckart. 2 Sgr.
Mann, Kleine Geogr. für die Hand der Kinder in Volksschulen. 5. Aufl. Langensalza. 3 Sgr.
Neumann, Schulgeographie. Berlin. Müller. 5 Sgr.
Ohmann, Schulwandkarte von Europa in 16 lithograph. u. col. Blättern. Vollständige neue Ausgabe mit Berücksichtigung der phys. geogr. Verh. entworfen. 5. Aufl. Berlin. Wruck. 2 Thlr.
Palm, Geographie. Als Memorirstoff für Elementarsch. 2. Aufl. Königsberg. Bonn. 1 Sgr.
Pape, Das deutsche Reich. Neueste Schulkarte von Deuschland in seiner Neugestaltung. Chromolith. Langensalza. 1 Sgr.
Pütz, Leitfaden bei dem Unterricht in der vergleichenden Erdbeschreibung für die unteren und mittleren Klassen höherer Lehranstalten. 12. Aufl. 2. Ausgabe. Freiburg. Herder. 10 Sgr.
Rommel, Das deutsche Reich 1871. Zum Schulgebrauch für Wiederholung des Lehrstoffs bearb. Chromolith. Lpz. Priber. 1 Sgr.
Rommel, Sachsen. Chromol. Ebend. ½ Sgr.

Seydlitz, Schulgeographie. Grössere Ausgabe des Leitfadens für den geograph. Unterricht. 13. Bearbeitung. Mit einer Darstellung Deutschlands in seiner Neugestaltung, wie der reichsunmittelbaren Länder: Elsass und Lothringen. Illustrirt durch 80 erläuternde Abbildungen und geographische Skizzen. Nebst einem geographisch-geschichtl. Register. Breslau. Hirt. 27½ Sgr.

Seydlitz, Kleine Schulgeographie. 13. Bearbeitung. Kleinere Ausgabe des Leitfadens. 34 Abbildungen. Breslau. Hirt. 15 Sgr.

Traut, Lehrbuch der Erdkunde, enth. die Grundlehren der mathemat., physikalischen und politischen Geographie sammt Länder-, Völker- und Staaten-Kunde aller 5 Erdtheile nebst eingestreuten Bildern u. Sizzen. Halle. Schwetschke. 27 Sgr.

Voigt, Leitfaden beim geographischen Unterricht. 25. Aufl. Berlin. Schirmer. 10 Sgr.

Weber, Die Geographie des preuss. Staates. Mit Berücksichtigung der übrigen Theile Deutschlands und sämmtlicher Länder Europa's. 4. Aufl. M. Gladbach. Holster. 1½ Sgr.

Wetzel, Heimathskunde in 2 Theilen. I. Allgemeine Himmelskunde. II. Heimathskunde von Berlin. Berlin. Stubenrauch. 5 Sgr.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Versammlung würtembergischer Reallehrer.

Am Pfingstdienstag d. J. fand in Stuttgart die alljährliche Versammlung der würtembergischen Reallehrer statt. Die Verhandlungen leiteten Prof. Blum und Rektor Schwenk. Im Anschluss an die vorjährigen Verhandlungen führte die Tagesordnung auf „die deutsche Schulgrammatik“. Vom Reallehrer Diez sowohl, als von zwei Mitgliedern der vorjährigen Kommission Assfahl und Glöckler lagen Manuskripte hierüber vor, aus denen dieselben Abschnitte mittheilten. Es wurde beschlossen, die Arbeiten der Begutachtung erfahrener Collegen zu überweisen und dann der Behörde zu übergeben. Darauf folgte ein Vortrag von Wüst von Heidenheim über die Gesundheitspflege in der Schule. Das vom Rektor Schwenk angeregte, für die Reife-Zeugnisse der einjährig Freiwilligen sehr wichtige Zeugnisswesen wurde auf die Tagesordnung der nächsten Versammlung gesetzt, ebenso die Besoldungsfrage, welche einer von den Anstalten zu Esslingen, Ludwigsburg, Reutlingen, Ulm und Stuttgart zu bestellenden Kommission überwiesen wurde. Den Verhandlungen wohnten der Kultminister, der Direktor der Ministerial-Abtheilung für Gelehrte- und Realschulen, sowie der für das Realwesen bestellte vortragende Rath dieser Behörde an.

Einführung von Lehrmitteln zur Veranschaulichung des metrischen Systems in den würtembergischen Volks-, Real- und Gelehrtenschulen.

Zur Bezeichnung, beziehungsweise Beschaffung geeigneter Lehrmittel, welche zu einem erfolgreichen und möglichst rasch zum Ziele führenden Unterricht im metrischen System in allen Schulgattungen geeignet wären, hatte das Königl. würtembergische Kult-Ministerium eine pädagogische Meter-Kommission eingesetzt. Dieselbe zählte als Mitglieder Lehrer aller Schulgattungen und zwar für das Gelehrten- und Realschulwesen zugleich als Kommissions-Vorstand: Oberstudienrath Otto Fischer, für das technische Schulwesen: Prof. Bopp von der K. Baugewerkeschule, für das Realschulwesen: Prof. Vogel von der Realschule, für das landwirthschaftliche Schulwesen: Oberlehrer Kick von Hohenheim, für die Bürgerschule: die Oberlehrer Pleibel und Kochendörfer, für die Mädchenschule: Oberlehrer Külberer, für die Volksschule: Schullehrer Holl, als Techniker: Regierungsrath Kieser, Leiter des Aichungswesens. Diese Kommission bezeichnete aus den vorhandenen Lehrmitteln als für alle vertretenen Schulgattungen besonders empfehlenswerth:

Die grosse Wandtafel des metrischen Systems sammt Text von C. Popp, Professor an der K. Baugewerkeschule zu Stuttgart (Verlag v. Julius Maier), und im Anschluss an dieselbe als körper-

liche Anschauungsmittel aus dem metrischen Lehr-Apparat desselben Verfassers vor allem:

Das Schulmeter mit hervorgehobener Zehn-, Hundert- und Tausendtheilung sammt Text und dem dezimal zerlegbaren Dezimeter-Würfel mit hervorgehobener Eintheilung sammt Text. Verlag der Apparaten-Fabrik von B. Schlesinger in Stuttgart.

Nachdem die Verleger dieser Lehrmittel für die genannten in erster Linie empfohlenen Anschauungsmittel sowohl als für die dieselben ergänzenden Lehrmittel desselben Verfassers, nehmlich:

Die internationale Mass-, Gewichts- und Münz-Einigung durch das metrische System und den einfachen metrischen Lehr-Apparat, der ausser den genannten Stücken noch den hohlen Dezimeter- und Zentimeterwürfel, das Liter, Deziliter und Zentiliter, nebst den entsprechenden Gewichten enthält, für direkten Bezug durch Schulbehörden eine namhafte Preis-Ermässigung bis zu einem bestimmten Termin gewährt hatten, wurden diese Veranschaulichungsmittel von sämmtlichen würt. Oberschulbehörden zur Anschaffung dringend empfohlen und von einer derselben obligatorisch vorgeschrieben. Zugleich wurde von der Kommission ein den neuen Verhältnissen Rechnung tragendes Programm für den gesammten Rechen-Unterricht*) ausgearbeitet, welches demnächst im Druck erscheinen wird.

Kurze Notiz über die Pendelbeobachtungen zu Freiberg zur Bestimmung der Dichtigkeit der Erde. (Mitte April bis Anf. Juli 1871.)

Unter Leitung des Prof. der Astronomie Dr. Bruhns in Leipzig, des gegenwärtigen Chefs der astronomischen Section im Centralbureau der europäischen Gradmessung, wurden von Mitte April bis Anfang Juli dieses Jahres zu Freiberg im Hauptschachte der Grube Himmelfahrt auf sächsische Kosten Pendelbeobachtungen zum Zwecke einer genauen Dichtigkeitsbestimmung der Erde durch Herrn Dr. Albrecht, (astronomischen) Assistent bei der europäischen Gradmessung, ausgeführt. Der Güte des genannten Herrn verdanken wir folgende Notizen:

Die Beobachtungen wurden zuerst über Tage, dann auf der 11., später auf der 4. Gezeugstrecke, zuletzt wieder über Tage, also auf drei Stationen ausgeführt. Das dazu benutzte Instrument war ein dem Centralbureau der europäischen Gradmessung gehöriges sehr werthvolles Reversionspendel aus der Werkstatt von Repsold in Hamburg. Die für die Beobachtungen nöthigen Zeitbestimmungen wurden an einem aufgestellten astronomischen Fernrohre von einem zweiten Assistenten ausgeführt.

Das spezifische Gewicht des herrschenden Gesteins (Gneis) bestimmte Herr Oberbergrath Reich aus Stücken von der 4. und 11. Gezeugstrecke zu 2, 687 (Wasser = 1). Eine Zunahme mit der Tiefe gab sich nicht kund.

Die Bestimmung des mittlern spezifischen Gewichts der Erde unter Anwendung des Pendels war bisher nur von Airy, Direktor der Sternwarte in Greenwich, in einem englischen Kohlenbergwerke angestellt worden. Das Resultat war aber wegen der in ihrer Dichte sehr abwechselnden Kohlen-Schichten zwischen der obern und untern Station sehr unsicher. Er fand ein wesentlich grösseres Resultat, als die frühern Versuche von Reich und Bailly mit der Drehwage ergeben hatten. Auch leitet Airy sein Resultat aus den verschiedenen Gängen guter Pendeluhren, je nachdem sie oben oder unten aufgestellt sind, ab, macht also die

*) Wir bitten um dieses Programm zur Veröffentlichung in dieser Zeitschrift. D. Red.

Voraussetzung, dass an den Uhren durch Translocation nichts geschehen, was Einfluss auf den Gang derselben haben könnte. Diese prekäre Voraussetzung wurde hier nicht gemacht, vielmehr wurden bei den Beobachtungen unter Tage, neben der Bestimmung der Schwingungsdauer, vollständige Beobachtungsreihen zur Auffindung der Entfernung der Schneiden und der Lage des Schwerpunktes ausgeführt.

Auch die grössere Höhendifferenz der obersten und untersten Station von 540^{met} (gegen etwa 380^{met} bei Airy), sowie die Hinzunahme einer dritten (Mittel-) Station müssen den Resultaten grössere Sicherheit geben und so darf das hierbei interessirte wissenschaftliche Publikum mit Spannung der Publikation der Resultate dieser Messungen entgegensehen.

Die Ableitung derselben aus den gemachten Beobachtungen kann erst künftigen Winter geschehen und werden wir seiner Zeit auf die darüber abzufassende Denkschrift aufmerksam zu machen nicht unterlassen.

D. Red.

Zum Repertorium.

Von Dr. F. Fischer in Hannover.

Chemie.

Theoretisch. Ludwig vergleicht in einer Anzahl von Tabellen die Dichtigkeit der Elemente mit den Dichtigkeiten ihrer Oxide und gründet darauf eine Classifikation der Elemente in leichte, deren Oxid schwerer (*H, Si, K, Na, Ba, Ca* u. s. w.) und in schwere, deren Oxide leichter sind als die Elemente (*O, Cl, Br, S, N, P, Co, Fe, Zn, C* u. s. w.). Die ersteren enthalten die stärksten Basenerzeuger, die letzteren die stärksten Säureerzeuger (Ber. ch. G. IV. 538). Wislicenus zählt das Silber zu den zweiwertigen Elementen. Beim Erhitzen von Jodsilber, Silber und Salpetersäure entsteht die Verbindung $Ag_2\,JNO_3$ ($AgJ + AgO.\,NO_5$)*). Aehnliche Verbindungen bildet das Jodsilber mit den Silbersalzen einbasischer organischer Säuren. Es würden demnach die sogenannten Silberoxidverbindungen denen des Kupferoxiduls entsprechen z. B.

$Ag - Cl$ $\vert$ $Ag - Cl$	Chlorsilber	$Cu - Cl$ $\vert$ $Cu - Cl$	Kupferchlorür
Ag $\vert > O$ Ag	Silberoxyd	Cu $\vert > O$ Cu	Kupferoxidul
CH $\vert\vert\vert$ $C - Ag - Ag - Cl$	Acelylen-silberchlorür	CH $\vert\vert\vert$ $C - Cu - Cu - Cl$	Acelylen-kupferchlorür.
$Ag = O$	Silbersuperoxid	$Cu = O$	Kupferoxid

(Ber. ch. G. IV. 63).

Schultz-Sellah hat gefunden, dass die Haloidverbindungen des Silbers durch alle Strahlen chemisch verändert werden, die sie in merklicher Stärke absorbiren. Von dem Ultraviolett des Sonnenspektrums, für das sie sämmtlich empfindlich, wird Chlorsilber bis zur Hälfte zwischen den Frauenhoferschen Linien *H* und *G*, Jodsilber bis über *G* hinaus, Bromsilber bis *F*, eine Mischung von Jodsilber mit Brom- oder Chlorsilber bis *E* photographisch erregt. Die optische Absorption durch Schmelzen er-

---

*) Die eingeklammerten Formeln entsprechen der alten dualistischen Schreibweise mit Aequivalentgewichten.

haltener Platten dieser Substanzen ist genau auf die angegebenen Grenzen der chemischen Wirkung beschränkt (Ber. ch. G. IV. 210). Wird Chlorsilber und Bromsilber durch Licht zersetzt, so wird Chlor und Brom in solcher Menge frei, dass es leicht nachgewiesen werden kann; weniger gut gelingt dieses beim Jodsilber. Diese Zersetzung wird als Dissociationserscheinung aufzufassen sein. Zusatz von freiem Chlor, Brom oder Jod hindert jede Färbung, die farblosen Kristalle dieser Verbindungen werden in diesem Falle aber undurchsichtig oder zerfallen völlig (Ber. ch. G. IV. 343). Vogel hat beobachtet, dass das rothe Blutlaugensalz $K_3\,Fe\,Cy_6$ ($3K.\ C_{12}\ N_6\ Fe_2$) lichtempfindlich ist, indem eine Belichtung von 30 Secunden im Sonnenschein schon genügt, um gelbes Salz $K_4\,Fe\,Cy_6$ ($2K \cdot C_6\ N_3\,Fe$) zu bilden. Gelbes Licht wirkt nicht zersetzend (Ber. ch. G. IV. 90).

Unorganisch. Da das Volumen des Quecksilbers bei der Bildung des Ammoniumamalgams um etwa das zehnfache, das Gewicht aber nur um 0,001—0,002 zunimmt, das Amalgam eine weniger spiegelnde Oberfläche als das Quecksilber hat und sich bis zum ursprünglichen Volumen des Quecksilbers zusammenpressen lässt, beim Nachlassen des Druckes aber sein früheres Volumen wieder annimmt, so hält Steely dasselbe nicht für ein Amalgam sondern für einen Metallschaum. Vergl. d. Ztschr. 271. (Ch. C. Bl. II. 353.) Nach Divers werden, wenn man zu einer wässrigen Lösung von Kaliumnitrat KNO_3 ($KO \cdot NO_5$) unter Abkühlung Natriumamalgam setzt, für je ein At. Nitrat vier At. Natrium oxidirt. Die stark alkalische Flüssigkeit enthält nun in kleinen Mengen ein Salz des Stickstoffoxiduls, welches mit Metalllösungen Niederschläge giebt. Namentlich ist das Silbersalz sehr beständig. Man hat demnach jetzt folgende Reihe von Stickstoffsäuren: Stickoxidulsäure HNO ($NO \cdot HO$), untersalpetrige Säure $H_2\,N_2\,O_3$ ($NO_2 \cdot HO$), salpetrige Säure HNO_2 ($NO_3 \cdot HO$) Untersalpetersäure $H_2\,N_2\,O_5$ (NO_4) Salpetersäure HNO_3 ($NO_5 \cdot HO$) (Ch. C. Bl. II. 460). Entgegen der gewöhnlichen Angabe, dass Schwefel und Wasserstoff sich nicht direkt verbinden, hat Boillot Schwefelwasserstoff H_2S (SH) erhalten, als er den Inductionsfunken über Schwefel in einer Wasserstoffatmosphäre schlagen liess (Ber. ch. G. III. 100). Andere erhielten denselben, indem sie Schwefel und Wasserstoff bei etwa 400° über Bimstein (Ann. Ch. P. 84. 225) oder den Wasserstoff durch kochenden Schwefel leiteten (Ber. ch. G. II. 341). Auch beim Entzünden von Knallgas und Schwefligersäure entsteht Schwefelwasserstoff (Ch. C. Bl. II. 497). Mijers hat gefunden, dass Schwefelwasserstoff bei 350—400° sich zersetzt (Ann. Ch. P. CLIX. 124). Nach den Untersuchungen Mollins ist eisensaures Barium $Ba\,FeO_4$ ($BaO\,FeO_3$), Eisensäureanhydrid FeO_3 (Ber. ch. G. IV. 626). Nach Sabanejeff löst sich ein Molekül Antimonchlorür $Sb\,Cl_3$ ohne Veränderung in zwei Mol. Wasser und scheidet sich beim Verdunsten wieder ab. In zwei bis fünf und vierzig Mol. (4 Theil.) Wasser bilden sich Niederschläge, die durch Aether oder Schwefelkohlenstoff von dem mitgerissenen $Sb\,Cl_3$ befreit, stets Stibylchlorür $Sb\,O\,Cl$ ($Sb\,O_2\,Cl$) geben. Mehr als 4 Theile Wasser auf 1 Theil $Sb\,Cl_3$ liefern kristallinische Niederschläge von $Sb_4\,Cl_2\,O_5$ ($Sb\,Cl_3 \cdot 5Sb\,O_3$) und mit mehr als 75 Theilen Wasser entstehen amorphe Niederschläge, welche als Gemenge der vorigen Verbindung mit $Sb_2\,O_3$ ($Sb\,O_3$) anzusehen sind (Zeitschr. f. Ch. VII. 204). Durch Lösen der entsprechenden Oxide in conz. Schwefelsäure hat Schultz-Sellak folgende Verbindungen erhalten: Normales schwefelsaures Uran $(UO)_2\,SO_4$ bildet bernsteingelbe, saures schwefelsaures Uran $H(UO)\,SO_4$ gelbe fluorescirende Kristalle, die den bekannten Bleikammerkristallen $H(NO)\,SO_4$ ($S_2O_6 \cdot NO_3 + HO$) entsprechen. Schwefelsaure Molybdänsäure $(Mo)_2\,SO_4$ sind farblose Kristalle, die sich durch Staub blau färben, schwefelsaure Borsäure $2(H\,(BoO)\,SO_4) + SO_3$. Die schwefelsauren Salze des Antimons $Sb_2\,(SO_4)_3$ und des Wismuths $Bi_2\,(SO_4)_3$ bilden feine Nadeln (Ber. ch. G. IV. 12). Derselbe über die sogen. wasserfreien sauren Salze der Schwefelsäure (Ber. ch. G. IV. 109).

Organisch. Wartha hat auf Schwefelkohlenstoff einen starken Luftstrom geleitet und so bei 17 – 18° Kristalle bekommen, die er als festen CS_2 beschreibt (Ber. ch. G. III. 80). Ballo hält zum Eintreten einer solchen Kristallbildung die Gegenwart von Feuchtigkeit für nöthig und sieht deshalb diese Kristalle als Hydrate an (Ber. ch. G. IV. 118). Chloroform und Jodäthyl hat er auf dieselbe Weise zum Erstarren gebracht (a. a. O. 160). W. hält dagegen seine Ansicht, dass sich unter den angegebenen Verhältnissen fester CS_2 bilde, aufrecht (a. a. O. 180). B. beschreibt dann mehrere Versuche, nach welchen nur dann Kristalle entstehen, wenn CS_2 und Wasser als Dampf zusammentreffen und die Temperatur unter — 7° ist (a. a. O. 294). Das Oel, welches sich abscheidet, wenn man Schwefelwasserstoff in wässrigen Aldehyd leitet, ist nach den Untersuchungen von Pinner eine Verbindung von Aldehyd und Sulfaldehyd $C_2 H_4 O + C_2 H_4 S$ ($C_4 H_4 O_2 + C_4 H_4 S_2$); durch Säuren wird es zersetzt und liefert den festen Sulfaldehyd $C_6 H_{12} S_3$ (Ber. ch. G. IV. 257). A. W. Hofmann hat seine klassischen Untersuchungen über Phosphorbasen fortgesetzt. Jodphosphonium $PH_4 J$ wird mit Alkohol in verschlossenem Rohr erhitzt; es bilden sich Wasser, Phosphorwasserstoff und Jodäthyl. Beim längern Erhitzen geben die letzteren Triäthyl- ($H(C_2H_5)_3PJ$) und Tetráthylphosphoniumjodid $(C_2H_5)_4 PJ$ (Ber. ch. G. IV. 205). Derselbe macht (a. a. O. 374) weitere Mittheilungen. Die primären und secundären Phosphine konnten auf diese Weise nicht erhalten werden, wohl aber durch Erhitzen von Jodphosphonium, Alkoholjodid und Zinkoxid. Der Proz. verlief nach den beiden Gleichungen:

Wir erhalten demnach folgende Reihen

$$2\, C_2 H_5 J + 2\, H_4 PJ + Zn O = 2 \left[(C_2 H_5) H_3 PJ\right] + Zn J_2 + H_2 O.$$
$$2\, C_2 H_5 J + H_4 PJ + Zn O = (C_2 H_5)_2 HP_1 J_2 Zn + H_2 O.$$

Aus letzterer Verbindung erhielt er durch Natronlauge das Diäthylphosphin $(C_2 H_5)_2 HP$ aus ersterer $(C_2 H_5) H_2 P$.

$H_3 P$		$H_4 PJ$
$(C_2 H_5) H_2 P$	siedet b. 25°	$(C_2 H_5) H_3 PJ$
$(C_2 H_5)_2 HP$	- - 85°	$(C_2 H_5)_2 H_2 PJ$
$(C_2 H_5)_3 P$	- - 128°	$(C_2 H_5)_3 HPJ$
		$(C_2 H_5)_4 PJ$

(Ber. ch. G. IV. 430). Derselbe hat auf dieselbe Weise die entsprechenden Methylverbindungen dargestellt (a. a. O. 605). Derselbe hat salzsaures Anilin mit Methylalkohol auf 300° erhitzt und so eine Anzahl neuer Substitutionsprodukte erhalten. Zuerst wird der Wasserstoff des Ammoniakrestes durch Methyl CH_3 ($C_2 H_3$) vertreten, dann der des Phenolrestes; so entsteht aus Anilin $\left.\begin{matrix} C_6 H_5 \\ H_2 \end{matrix}\right\} N$ Mono- $\left.\begin{matrix} C_6 H_5 \\ CH_3\ H \end{matrix}\right\} N$ Dimethylirt. Anilin $\left.\begin{matrix} C_6 H_5 \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N$

$$\text{Dimethyl. Toluidin,}\quad \left.\begin{matrix} C_6 H_4 (CH_3) \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N = \left.\begin{matrix} C_7 H_7 \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N$$
$$\text{- Xylidin,}\quad \left.\begin{matrix} C_6 H_3 (CH_3)_2 \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N = \left.\begin{matrix} C_8 H_9 \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N$$
$$\text{- Cumidin,}\quad \left.\begin{matrix} C_6 H_2 (CH_3)_3 \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N = \left.\begin{matrix} C_9 H_{11} \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N$$
$$\text{- Cymidin,}\quad \left.\begin{matrix} C_6 H (CH_3)_4 \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N = \left.\begin{matrix} C_{10} H_{13} \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N$$

Das Endglied $\left.\begin{matrix} C_6 (CH_3)_5 \\ (CH_3)_2 \end{matrix}\right\} N$ ist noch nicht aufgefunden (Ber. ch. G. 742).

Indigo löst sich in Terpentin und in Stearinsäure mit blauer, in Paraffin und Petroleum mit rother Farbe. Beim Erkalten scheidet es sich in schönen Kristallen aus (Ber. ch. G. IV. 334).

Analyse. Mijers hat im Schwefelwasserstoff, welcher mit arsenhaltiger Schwefelsäure dargestellt war, Arsenwasserstoff nachgewiesen (Ann. Ch. P. 159. 124). Kämmerer wendet mit Erfolg zur Fällung des Mangans, zur Trennung von Cobalt und Nickel u. s. w. statt Chlor Bromwasser an. Waage benutzt das Brom als Oxidationsmittel, namentlich bei natürlichen und gefüllten Schwefelmetallen. Es entsteht dabei schwefelsaures Salz und Bromwasserstoff (Zeitschr. anal. Ch. 10. 158). Wenn eine Cobaltlösung, welche ein Ammoniumsalz und überschüssiges Ammoniak enthält, mit Ferridcyankalium $K_3 Fe Cy_6$ versetzt wird, so entsteht eine dunkelrothe Färbung. Nickel giebt diese Färbung nicht. Beim Kochen wird dagegen das Nickel als rother Niederschlag gefüllt, Cobalt nicht (Ch. C. Bl. II. 454). Magnesium lässt sich nach Scheerer von Kalium und Natrium auch bei Gegenwart von Ammoniumsalzen trennen, wenn man die salzsaure Lösung fast zur Trockne verdampft und, mit oxalsaurem Ammonium gemischt, schwach glüht. Kochendes Wasser lässt die Magnesia als Carbonat zurück (Journ. pr. Ch. 3. 476).

Mineralogie.

Kobell hat ein neues Mineral vom Monzonigebirge im Fossathal untersucht. Dieser Monzonit ist dicht, lichtgraugrün, von splittrig, unvollkommen muschligem Bruche. Schmelzbarkeit = 3, Härte = 6, sp. G. 3,0. $(2\,[3KO\,.\,2SiO_3] + 2Al_2O_3\,.\,3SiO_3)$ (Journ. pr. Ch. 3. 465). Derselbe hat abnorme Steinsalzkristalle von Berchtesgaden untersucht, welche rhombische Combinationen nachahmen, und in ihnen ausser einer Spur KCl keine fremden Bestandtheile gefunden (a. a. O. 471). In den Stassfurter Werken ist eine Schicht kristall. *Astrakanit* gefunden von der bekannten Zusammensetzung $Na_2SO_4\,.\,MgSO_4 + 4H_2O$ $(NaO\,.\,SO_3 + MgO\,.\,SO_3 + 4HO)$ (Berg. u. Hütt. Ztg. 30. 267). Rammelsberg hat in einem Teiche kleine Kristalle von $CaCO_3\,.\,5H_2O$ $(CaO\,.\,CO_2 + 5HO)$ gefunden. Ueber 15° verlieren sie das Wasser (Ber. ch. G. IV. 569). In den Jahren von 1848—67 hat die ganze Erde für 2½ Milliarden Dollar Gold und für 1 Milliarde Dollar Silber producirt, davon haben die Ver.-Staaten für 1 Milliarde Dollar Gold und für 100 Millionen Dollar Silber geliefert (Ch. B. Bl. II. 448).

Zeitschriften-Index.

Zeitschrift für Mathematik und Physik. Herausgegeben von Schlömilch, Kahl und Cantor. 16. Jahrg. (1871.) Heft 1. 2. 3. 4. Leipzig, Teubner.

Heft 1. Heger, Grundformeln der analytischen Geometrie des Raumes in homogenen Coordinaten. — G. Friedlein, der Calculus des Victorius, (mit 9 Tabellen). — Kleinere Mittheilungen: I. E. Weyr, über algebraische Curven, deren Punkte sich mit einer Variablen in eindeutige Beziehung setzen lassen. — II. H. Schubert, Elementares über das Dreieck. — **Literaturzeitung.** Recensionen: I. E. Wohlwill, der Inquisitionsprocess des Galileo Galilei. — II. Gherardi, Il Processo Galileo. — Zinken-Sommer, Untersuchungen über die Dioptrik der Linsensysteme. — Bibliographie vom 1. Aug. bis 15. Oct. 1870. — Periodische Schriften. — Reine Mathematik. — Angewandte Mathematik. — Physik. —

Heft 2. O. Fröhlich, zur Theorie der Erdtemperatur — Chr. Wiener, über die möglichst genaue mechanische Rectification eines verzeichneten

Curvenbogens, bestimmt auf der Grundlage der Wahrscheinlichkeitsrechnung. — Th. Kötteritzsch, eine Lösung des allgemeinen elektrostatischen Problems. — J. Thomae, Integratation der Differenzengleichung

$$(n + \varkappa + 1)\,(n + \lambda + 1)\,\Delta^2\,\varphi\,(n) + (a + bn)\,\Delta\varphi\,(n) + c\varphi\,(n) = 0$$

Kleinere Mittheilungen: J. Frischauf, Theorie der räumlichen Strahlenbüschel. — G. Affolter, eine geometr. Aufgabe. — W. Jordan, über das Einschalten eines trigonometrischen Punktes in ein gegebenes Dreiecksnetz nach der Methode der kleinsten Quadrate. — Const. Harkema, über einen merkwürdigen Punkt des Dreiecks. — O. Stolz, über eine analytische Entwickelung der Grundformeln der sphärischen Trigonometrie in voller Allgemeinheit. — J. Frischauf, zum Gebrauche der Zahlentafeln. — **Literaturzeitung** (bes. pag.). Recensionen: G. Hansemann, die Atome und ihre Bewegung. (Wittwer.) — C. Ott, die Grundzüge des practischen Rechnens in der graphischen Statik. (Fränkel.) — W. Schell, Theorie der Bewegung und der Kräfte. (Schlömilch.) — O. Hesse, die Determinanten. (Schlömilch.) — Bibliographie vom 1. Januar bis 15. Febr. 1871. — Periodische Schriften. — Angewandte Mathematik. — Physik. —

Heft 3. P. Bachmann, zur Theorie der quadratischen Formen. — R. Most, über die Anwendung der Differentialquotienten mit allgemeinem Index zum Integriren von Differentialgleichungen. — Leop. Schendel, zur Theorie der Reihen. — Ludw. Matthiesen, über das Integral der Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

— Mohr, über die Erwärmung der Gase durch Zusammendrücken und Erkältung beim Ausdehnen. — Kleinere Mittheilungen: M. Steinschneider, Copernicus. — Fr. Grelle, Note zur Integration des Differentiales

$$\frac{a + bx + cx^2 + \cdots\cdots + px^n}{A + Bx + Cx^2 + \cdots\cdot + Px^N}\,\frac{dx}{\sqrt{\alpha + \beta x + \gamma x^2}}$$

— A. Enneper, über die Bedingung, dass sich drei Kreise in einem Punkte schneiden. — Schlömilch, über den Kettenbruch für tan z. — Derselbe, über eine Kettenbruckentwickelung für unvollständige Gammafunktionen. — J. Rojanes, Bemerkung über eine gewisse Gattung von Differentialgleichungen. — Literaturzeitung.

Heft 4. G. Holzmüller, über die logarithmische Abbildung und die aus ihr entspringenden orthogonalen Curvensysteme. — L. Matthiessen, über die Gesetze der Bewegung und Abplattung im Gleichgewichte befindlicher homogener Ellipsoide und die Veränderung derselben durch Expansion u. Condensation. — Joh. Wesely, analytische und geometrische Auflösung einiger photometrischer Probleme, und ein neues Photometer. — Kleinere Mittheilungen, Recensionen, Bibliographie.

Archiv der Mathematik und Physik. Herausgegeben von. J. A. Grunert. 52. Theil. Heft 1. 2. 3. 4. (Greifswald, Koch.)

Heft 1. S. Spitzer, Note über die Integration von Differentialgleichungen. — C. A. Bretschneider, zur Berechnung des Trapezes aus seinen Seiten. — Ad. Hochheim, über den fünften merkwürdigen Punkt. — P. Seeling, über die Auflösung der Gleichung $x^2 - Ay^2 = \pm 1$ in ganzen Zahlen, wo A positiv und kein vollständiges Quadrat sein muss. — P. Nippert, Aufgabe. — C. Albrich, über Fusspunktcurven. — Fasbender, Les angles que les lignes de gravité du triangle forment entres elles. — S. Gherardi, einige Beiträge zur Geschichte der mathe-

matischen Facultät der alten Universität Bologna. (Aus dem Italiänischen übersetzt von Maximilian Curtze.)

Heft 2. S. Gherardi, einige Beiträge zur Geschichte der mathematischen Facultät der alten Universität Bologna. (Schluss.) (Aus dem Italiänischen übersetzt von Maximilian Curtze, in Thorn.) — C. Mittelacher, Theorie des vollständigen elliptischen Vierseits und deren Anwendung. — T. Fuortes, Beweis des nach Fermat benannten geometrischen Satzes. — M. Collins, sehr einfacher Beweis des Satzes, dass die Mittelpunkte der drei Diagonalen jedes vollständigen Vierecks in einer geraden Linie liegen. — Grunert, über die Entfernung des Schwerpunkts eines Dreiecks und des Mittelpunkts des in das Dreieck beschriebenen Kreises von einander. — Fasbender, Le lieu du centre du cercle inscrit à un quadrilatère circonscriptible donné. — Miscellen (Schreiben des Herrn Franz Unferdinger in Wien an den Herausgeber). — Literarischer Bericht: Programm d. polyt. Schule zu Aachen. — Boncompagni, Bullettino di Bibliografia etc. Roma 1870. — Hochheim, Otto v. Guericke als Physiker. Magdeburg 1870. — Martus, math. Aufgaben II. Th. (?) Aufl. Greifsw. 1870. — Höltschl, Höhenmessen mit Metallbaromet. Wien 1870. — Reslhuber, meteor. Beobachtung. Sternwarte in Kremsmünster 1868. (Linz 1870.) — Jelinek-Hann, Zeitschr. d. öst. G. f. Met. Bd. V. — Quetelet, physique sociale etc. — Verm. Schriften.

Heft 3. I. Versluys, discussion complète d'un système d'équations linéaires. — Derselbe, discussion de l'équation du second degré en coordonnées planaires. — A. Steinhauser, über die Ermittelung der Winkelsumme ebener Polygone. — Delabar, Construction der Achsen irgend einer Ellipse, von der zwei conjugirte Durchmesser gegeben sind. — C. Pelz, die Central- u. Parallelprojection der Fläche zweiten Grades auf einer Kreisschnittebene. — Grunert, über die Gleichung des um ein Dreieck beschriebenen Kreises und über die Gleichungen der vier Berührungskreise des Dreiecks in Dreiliniencoordinaten. — F. H. Rump, über zwei trigonometrische Sätze. — F. Unferdinger, über die Bestimmungen einer Curve aus ihrer Tangenteneigenschaft. — S. Spitzer, Darstellung der Function $y = x^n e^{\lambda x^2}$ in welcher λ eine constante aber von Null verschiedene und n Null oder eine ganze positive Zahl bezeichnet, in der Formel $y = s\,[A_m\, e^{mx}]$. — Derselbe, Darstellung der Funktion $y = x^n e^{ax^3}$ in welcher a eine constante, aber von Null verschiedene und n Null oder eine ganze positive Zahl bezeichnet, in der Formel $y = s\,[A_m\, e^{mx}]$. — C. A. Bretschneider, einfache Berechnung der Winkel eines ebenen oder sphär. Dreiecks aus den Seiten der Figur. — I. I. Walker u. F. Unferdinger, Uebungsaufgaben für Schulen. — A. Krüger, Miscellen.

Heft 4. I. Versluys, discussion de quelques théorèmes et problèmes de géométrie analytique. — Graf L. v. Pfeil, Strahlenbrechung in der Atmosphäre der Planeten. — Külp, Experimentelle magnetische Untersuchungen. (1. Theil.) — Ad. Hochheim, ein Problem aus der Optik. Miscellen. — Grunert, über eine graphische Methode zur Bestimmung des Schwerpunkts eines beliebigen Vierecks. Literarischer Bericht.

(Crelles) Journal für die reine und angewandte Mathematik ed. Borchardt. (Mitarb. Schellbach, Kummer, Kronecker, Weierstrass.) Bd. 73. Heft 1. 2. 3. 4.

Heft 1. G. Frobenius, über die Entwickelung analytischer Functionen in Reihen, die nach gegebenen Functionen fortschreiten. — O. E. Meyer, über die pendelnde Bewegung einer Kugel unter dem Einflusse der inneren Reibung des umgebenden Mediums. — L. Pochhammer, über einfache singuläre Punkte linearer Differentialgleichungen. — Der-

selbe, Notiz über die Herleitung der hypergeometrischen Differentialgleichung. — E. Weyr, Zusatz zu dem Aufsatze „Ueber einige Sätze von Steiner und ihren Zusammenhang mit der zwei und zweigliedrigen Verwandtschaft der Grundgebilde ersten Grades.“ — R. Baltzer, über den Ausdruck des Tetraeders durch die Coordinaten der Eckpunkte. — H. Schubert, Auszug aus einem Schreiben an den Herausgeber. —

Heft 2. Rosanes, über diejenigen rationalen Substitutionen, welche eine rationale Umkehrung zulassen. — L. Boltzmann, über die Druckkräfte, welche auf Ringe wirksam sind, die in bewegte Flüssigkeit tauchen. — L. Pochhammer, über Relationen zwischen hypergeometrischen Integralen n^{ter} Ordnung. — R. Hoppe, Vibrationen eines Ringes in seiner Ebene. — S. Gundelfinger, Bemerkungen zu dem Aufsatze des Hrn. Bischoff über die Tangenten algebraischer Curven im 56. Bande dieses Journals S. 166. — Derselbe, Verallgemeinerung einiger Theoreme des Hrn. Aronhold. — O. Hermes, Geometrische Theoreme. (Bruchstücke aus den hinterlassenen Papieren von C. G. J. Jacobi.) — Derselbe, Notiz über die Normalen einer Fläche des zweiten Grades. Aus den hinterlassenen Papieren von F. Joachimsthal. —

Heft 3. O. Hermes, die Jakobische Erzeugungsweise der Flächen zweiten Grades. — L. Seidel, über eine Darstellung des Kreisbogens, des Logarithmus und des elliptischen Integrales erster Art durch unendliche Produkte. — A. Cayley, Note sur la surface du quatrième ordre douée de seize points singuliers et de seize plans singuliers. — G. Cantor, Notiz zu dem Aufsatz: Beweis, dass eine für jeden reellen Werth von x durch eine trigonometrische Reihe gegebene Function $f(x)$ sich nur auf eine einzige Weise in dieser Form darstellen lässt. Bd. 72, Seite 139 dieses Journals. —

Heft 4. Ludw. Seidel, über eine eigenthümliche Form von Functionen einer complexen Variabeln und über transcendente Gleichungen, die keine Wurzeln haben. — L. Fuchs, über die Form der Argumente der Thetafunctionen und über die Bestimmung von $\vartheta\,(0,0,\ldots 0)$ als Function der Klassenmoduln. — Derselbe, über die linearen Differentialgleichungen, welchen die Periodicitätsmoduln der Abel'schen Integrale genügen, und über verschiedene Arten von Differentialgleichungen für $\vartheta\,(0,0,\ldots 0)$. — F. E. Prym, zur Integration der Differentialgleichung $\frac{\partial^2 u}{dx^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$. — H. Picquet, solutions de quelques problèmes relatifs aux surfaces du second degré. — O. Hesse, Note über die acht Schnittpunkte dreier Oberflächen zweiter Ordnung. — R. Baltzer, über die Hypothese der Parallelentheorie. — Stern, einige Bemerkungen über eine Determinante.

Mathematische Annalen. (Herausgegeben von Clebsch und Neumann.) 3. Bd. (1871). Heft 1.

Heft. 1. Brill, über die Doppelpunkte von Curven im Raume, deren Geschlecht Null ist. — Derselbe, über diejenigen Curven eines Büschels, welche eine gegebene Curve zweipunktig berühren. — Cayley, Note on the theory of Invariants. — Derselbe, On the transformation of unicurstral surfaces. — Clebsch, über den Zusammenhang einer Classe von Flächenabbildungen mit der Zweitheilung der Abel'schen Functionen. — Derselbe, über die Bewegung eines Körpers in einer Flüssigkeit. — Derselbe, über die Bedeutung einer simultanen Invariante einer binären quadratischen und einer binären biquadratischen Form. — Derselbe, zur Theorie der binären algebraischen Formen. — Geiser, Notiz über die algebraischen Minimumsflächen. — Götting, Differentiation des Aus-

drucks x^k, wenn x eine Function irgend einer unabhängig Veränderlichen bedeutet. — Gordan, über die Bildung der Resultante zweier Gleichungen. — Derselbe, über Curven dritter Ordnung mit zwei Doppelpunkten. — Gundelfinger, Bemerkung zur Auflösung der kubischen Gleichungen. — Königsdörfer, die linearen Transformationen der Hermite'schen Function. — Korndörfer, über diejenigen Raumcurven, deren Coordinaten sich als rationale Functionen eines Parameters darstellen. — Derselbe, die Abbildung einer Fläche vierter Ordnung mit zwei sich schneidenden Doppelgeraden. — Lommel, zur Theorie der Bessel'schen Functionen. — Lüroth, eine Aufgabe über Kegelschnitte im Raume. — Mayer, über die Jacobi-Hamilton'sche Integrationsmethode der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. — Meissel, Berechnung der Menge von Primzahlen, welche innerhalb der ersten hundert Millionen natürlicher Zahlen vorkommen. — Meyer, Notiz über zwei in der Wärmetheorie auftretende bestimmte Integrale. — Neumann, Revision einiger allgemeiner Sätze aus der Theorie des Logarithmischen Potentials. — Derselbe, Untersuchungen über die Bewegung eines Systemes starrer Körper. — Derselbe, Revision einiger allgemeiner Sätze aus der Theorie des Newton'schen Potentiales. — Derselbe, über die Entwickelung einer Function nach Quadraten und Producten der Fourier-Bessel'schen Functionen. — Derselbe, Notiz über die elliptischen und hyperelliptischen Integrale. — Nöther, über Flächen, welche Schaaren rationaler Curven besitzen. — Derselbe, über die eindeutigen Raumtransformationen, insbesondere in ihrer Anwendung auf die Abbildung algebraischer Flächen. — Rosanes, über algebraische Differentialgleichungen erster Ordnung. — Schläfli, einige Bemerkungen zu Hrn. Neumanns Untersuchungen über die Bessel'schen Functionen. — Derselbe, über die Gauss'sche hypergeometrische Reihe. — Schröder, über iterirte Functionen. — Spitzer, Integration der linearen Differentialgleichung $y^{(n)} = Ax^2y'' + Bxy' + Cy$, in welcher n eine ganze positive Zahl und A, B, C constante Zahlen bezeichnen, mittelst bestimmter Integrale. — Stahl, zur Theorie der Krümmungslinien und der dreifachen Orthogonalsysteme. — Sturm, über die Römische Fläche von Steiner. — Weyr, Erzeugung algebraischer Curven durch projectivische Involutionen. — Derselbe, Construction der Hauptkrümmungshalbmesser und der Hauptkrümmungsrichtungen bei beliebigen Flächen. — Derselbe, über Curven dritter Ordnung mit einem Doppelpunkte. — Wiener, die mehrdeutige Beziehung zweier ebenen Gebilde auf einander. — Zeuthen, Nouvelle démonstration de théorèmes sur les séries de points correspondants sur deux courbes. — Derselbe, Addition au mémoire sur les séries de points correspondants sur deux courbes. —

Monatsblätter für Zeichenkunst und Zeichenunterricht. Herausgegeben von H. Troschel. (7. Jahrg. 1871.) No. 1—7.

No. 1. Comité-Bericht über die Ausstellung des Vereins deutscher Zeichenlehrer. 4. — E. F. Lilienfeld, zeitgemässe Betrachtungen über Einrichtungen für den Zeichenunterricht für gewerbl. Interessen. 2. (Schl.). — J. Hoschek, die centrale Projectionsmethode und ihre Anwendung in der Perspective. — A. Hatter, Vorübungen zum Naturzeichnen. — Fr. Freymann, der Zeichenunterricht, ein nothwendiger Bildungsgegenstand für Frauen. 1. — Correspondenz.

No. 2. Mittheilung des Vorstandes des Vereins zur Förderung des Zeichenunterrichts. — Bericht des Senats der Kgl. Akademie d. Künste über d. Ausstellung des Vereins. — Aus dem Protokollbuch des Vereins zur Förderung des Zeichenunterrichts. — Comité-Bericht über d. Ausstellung des Vereins deutscher Zeichenlehrer. — J. Hoschek, die centrale

Projectionsmethode und ihre Anwendung in der Perspective. 3. — Fr. Freymann, der Zeichenunterricht, ein nothwendiger Bildungsgegenstand für Frauen. (Schl.). — Correspondenz.

No. 3. J. Hoschek, die centrale Projectionsmethode und ihre Anwendung in d. Perspektive 3. Zur Berichtigung. — Correspondenz. — Amtliches.

No. 4. Comité-Bericht über die Ausstellung des Vereins deutscher Zeichenlehrer vom 10.—30. April 1870. 7. — Aus dem Protokollbuche des Vereins. — J. Hoschek, die centrale Projectionsmethode und ihre Anwendung in der Perspective. 4. (Schl.). — Neues Material für den Zeichenunterricht. — Verschiednes.

No. 5. Stein, Zuschrift an den Vorstand des Vereins zur Förderung des Zeichenunterrichts in Berlin. — Ed. Jacobsthal, über kunstgewerbl. Unterricht. 1. — Neues Material für d. Zeichenunterricht. (Prospect.) — Vereinsnachrichten. —

No. 6. Comité-Bericht über die Ausstellung des Vereins deutscher Zeichenlehrer. 8. — G. Nippert, über den Zeichenunterricht an Gymnasien und Realschulen. 1. — Ed. Jacobsthal, über kunstgewerbl. Unterricht. 1. — Auszug aus den Jahresberichten d. Hamburger allgem. Gewerbeschule. 2. — Personalia.

No. 7. Alex. Stix, 1) die Ausstellung von Schülerarbeiten der mit dem deutschen Gewerbemuseum verb. Unterrichtsanstalt. 2) Welche Gattung des Zeichnens soll in Realschulen zweiter Ordnung und in Volksschulen vorzugsweise gelehrt und in welcher Weise muss der Unterricht behandelt werden? 1. — H. Nippert, über den Zeichenunterricht an Gymnasien und Realschulen. 2. — Ed. Jacobsthal, über kunstgewerbl. Unterricht. 3. (Schl.). — Fr. Fischbach, die Kunstindustrie Deutschlands. 1.

Poggendorfs Annalen. Bd. 141. Heft 1. 2. 3. 4. Ergänzungs-Band 5. Heft 1. 2.

Heft 1. R. Bunsen, Calorimetrische Untersuchungen. — P. Groth, über Beziehungen zwischen Krystallform und chemischer Constitution bei einigen organischen Verbindungen. — J. Plateau, Experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Gleichgewichtsfiguren einer flüssigen Masse ohne Schwere; Achte Reihe. — Glan, über die Absorption des Lichtes. — H. Herwig, Nachtrag zu den Untersuchungen über das Verhalten der Dämpfe gegen das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz. — W. v. Bezold, einige analoge Sätze der Photometrie und Anziehungslehre. — W. Müller, über das Leuchten des Phosphors. — W. Wernicke, über die durch Elektrolyse darstellbaren Superoxyde. — R. Clausius, über einen auf die Wärme anwendbaren mechanischen Satz. — E. Reitlinger u. M. Kuhn, über Spektra negativer Elektroden und lange gebrauchter Geissler'scher Röhren. — A. v. Lasaulx, über die durch Basaltcontacte veränderten Braunkohlen vom Meissner. — E. Ludwig, zur Analyse der Silicate. — A. Kundt, über das Absorptionsspektrum der flüssigen Untersalpetersäure. — A. Kurz, über die von bewegten Gassmessern geleistete Arbeit; respective Bemerkungen zum Aufsatze des Dr. Boltzmann.

Heft 2. J. C. Poggendorf, über einige neue merkwürdige Eigenschaften des diametralen Conductors der Elektromaschine und eine daraufgegründete Doppelmaschine dieser Art. — A. E. Nordenskjöld, der Meteorsteinfall bei Hessle in Schweden am 1. Januar 1869. — J. B. Listing, über eine neue Art stereoskopischer Wahrnehmung. — E. Hagenbach,

Untersuchung über die optischen Eigenschaften des Blattgrüns. — C. Rammelsberg, über die Zusammensetzung der Molecüle von Schalka und Hainholz. — G. Van der Mensbrugghe, über die oberflächliche Zähigkeit der Lamellen aus Saxoninlösung. — J. L. Soret, Bemerkungen über eine Abhandlung des Herrn O. Wolffrenstein, die Dichtigkeit des Ozons betreffend. — Dr. Cloizeaux, über die optischen Eigenschaften des Benzils und einiger Körper aus der Kampherfamilie, im krystallisirten und im aufgelösten Zustande. — A. Lamy, über ein neues Pyrometer. — Derselbe, über eine neue Art von Thermometern. — A. Kurz, über die Helligkeit des von einer Turmalinplatte durchgelassenen Lichtes. — Witte, Versuch eines Gesetzes über die Meeresströmungen, und Zusatz zu meiner Notiz über die specifische Wärme der Luft bei constantem Volum. — F. Melde, Berichtigung, das Universalkoleidophon betreffend.

Heft 3. Töpler u. Bolzmann, über eine neue optische Methode, die Schwingungen tönender Luftsäulen zu analysiren. — F. Zöllner, über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne. — L. Matthiessen, über die Transversalschwingungen tönender tropfbarer und elastischer Flüssigkeiten. — J. L. Sirks, über die Compensation eines optischen Gangunterschiedes. — A. v. Waltenhofen, über die Anziehung, welche eine Magnetisirungsspirale auf einen beweglichen Eisenkern ausübt. — E. Budde, über die Disgregation und den wahren Wärmeinhalt der Körper. — R. Weber, Beobachtungen über den amorphen Schwefel. — A. Frenzel, ein neuer Fundort des Meneghinits. — F. v. Kobell, über Krystallwasser. — E. Riecke, Experimentelle Prüfung des Neumann'schen Gesetzes über den Magnetismus der Rotationsellipsoïde. — F. Kohlrausch, über einige hydro- und thermoelektromotorische Kräfte, zurückgeführt auf Siemens'sches Widerstandsmass und Weber'sches Strommass. — Lommel, das Leuchten der Wasserhämmer. — C. Schultz-Sellack, über die galvanische Wärmewirkung an der Grenzfläche von Elektrolyten. — C. Christiansen, zwei optische Beobachtungsmethoden. — L. Boltzmann, noch Einiges über Kohlrausch's Versuch zur Bestimmung des Verhältnisses der Wärmecapacitäten. — H. Emsmann, eine pseudoskopische und optometrische Figur. — C. Christiansen, über die Brechungsverhältnisse einer weingeistigen Lösung des Fuchsins.

Heft 4. Kohlrausch u. Loomis, über die Elasticität des Eisens, Kupfers und Messings, insbesondere ihre Abhängigkeit von der Temperatur. — Rammelsberg, über die Beziehungen der Meteoriten zu den irdischen Gesteinen. — Derselbe, über den Olivinfels vom Dreiser Weiher. — Schneider, über neue Schwefelsalze. (5. Abhandlung.) — Pfaundler u. Platter, über die Wärmecapacität des Wassers in der Nähe seines Dichtigkeitsmaximums. — Röntgen, über die Bestimmung der specifischen Wärme von Gasen bei constantem Volum. — Heller, über eine Intensitätsmessung des Schalls. — Zöllner, über das Spektrum des Nordlichts. — Boltzmann, über die Ableitung der Grundgleichungen der Capillarität aus dem Princip der virtuellen Geschwindigkeiten. — Rathke, Bemerkungen zum Aufsatze der Hrn. Bettendorf und vom Rath über die Verbindungen des Schwefels mit dem Selen. — Bodynski, über die Schmelzung bleierner Geschosse durch Aufschlagen auf eine Eisenplatte. — Knochenhauer, Notiz betreffend den Aufsatz des Dr. Feddersen. — Most, Nachtrag zu meinem Aufsatz: Ueber die Minimalablenkungen des Lichtstrahls bei symmetrisch aufgestellten Prismen. — Ketteler, analytisch-synthetischer Mischfarben-Apparat. — Van der Mensbrugghe, über einen durch Hrn. Lüdtge angegebenen molekularstatischen Satz. — Reusch, ein kleiner Versuch mit Schrot. — Mendeljeff, Bemerkungen zu den Untersuchungen von Andrews über die Compression der Kohlensäure. — Tomlinson, über ein in seiner Mutterlauge unsichtbares Salz. —

Ergänzungs-Band 5. Heft 1. G. Kirchhoff, zur Theorie des in einem Eisenkörper inducirten Magnetismus. — H. Wild, über die Bestimmung des Gewichts von einem Cubikdecimeter destillirten Wassers bei 4° *C.* — Heim, über Gletscher. — Andrews, über die Continuität der gasigen und flüssigen Zustände der Materie. — Schröder, Untersuchung über die Bedingungen, von welchen die Entwicklung von Gas- und Dampfblasen abhängig ist, und über die bei ihrer Bildung wirksamen Kräfte. — Schüller, Untersuchungen über die specifischen Wärmen der Flüssigkeitsgemische. — Knochenhauer, über den Nebenstrom. — Wassmuth, über ein neues Verfahren, den Reductionsfactor einer Tangentenbussole zu bestimmen. — Tschermak, über die Form und die Zusammensetzung der Feldspäthe. —

Heft 2. H. E. Roscoe u. T. E. Thorpe, über die Beziehungen zwischen der Sonnenhöhe und der chemischen Intensität des Gesammt-Tageslichtes bei unbewölktem Himmel. — J. H. Schüller, Untersuchungen über die specifische Wärme der Flüssigkeitsgemische. (Schluss). — A. Düpré u. F. J. M. Page, über die specifische Wärme, Mischungswärme und Ausdehnung von Gemischen von Alkohol und Wasser. — R. Lenz, über einige Eigenschaften des auf galvanischem Wege niedergeschlagenen Eisens. — F. Rossetti, über das Dichtigkeitsmaximum und die Ausdehnung des destillirten Wassers aus dem adriatischen Meere und einiger Salzlösungen. — J. Bosscha jun., über die absolute Ausdehnung des Quecksilbers nach den Versuchen des Hrn. Regnault. — J. K. Becker, zur Lehre von den subjectiven Farbenerscheinungen. — L. Schönn, zur Passivität des Eisens und zur Elektrolyse.

Heis Wochenschrift für Astronomie, Meteorologie und Geographie.
14. Jahrgang 1871. No. 1—24.

No. 1. Monatsephemeride. Februar 21. — Nordlicht am Abend des 19. November beob. in Peckeloh. — Correspondenznachrichten aus München und Russland. — Verm.

No. 2. Heliographische Vertheilung der Sonnenflecken. — Nordlicht z. Münster. 17. December. — Beobachtungen der meteorol. Station Münster im Monat December 1870. — Verm. (Mont-Cenis-Durchstechung. Copernikusfeier.)

No. 3. Die Witterungsverh. im März 70 in Deutschland etc. Heliographische Vertheilung der Sonnenflecken.

No. 4. Die Witterungsverh. im April 70 in Deutschland. — Heliographische Vertheilung der Sonnenflecken. (Fortsetzung v. No. 3.)

No. 5. Monatsephemeride f. März 1871. — Correspondenznachricht aus Gyalla. — Die Nordlichter vom 24. u. 25. October in Catania. — Verzeichnisse 5. u. 6. der zu Danzig beobachten Sternschnuppenfälle. — Merkwürdige Erscheinung bei Sonnenuntergange am 11. December 1870, beobachtet in Peckeloh. — Verm.

No. 6. Heliographische Vertheilung der Sonnenflecken (s. No. 4. Schl.). — Beobachtung der Sonnenfinsterniss vom 22. December 1870. — Sternschnuppenbeobacht. in Niederorschel. — Verm.

No. 7. Correspondenznachrichten aus Schleswig: 1. Nordlichter, 2. Zodiakallicht, 3. Chromatische Polarisation in der Atmosphäre. — Witterungsverhältnisse in Berlin während des Jahres 1870 nach den Beobachtungen der meteorolog. Station.

No. 8. Die Witterungswoche im Monat Juni 1870 in Deutschland. — Temp. u. phys. Beschaffenheit der Sonne. — Nordlicht am 12. Februar zu Münster und Niederorschel. — Witterungsnachrichten.

No. 9. Correspondenznachrichten aus Wien. — Meteorolog. Beobachtungen und Nordlichter in England. 1. Quartal 1870. Einfluss der Endrotation auf die Abweichung der aus gezogenen Röhren abgeschossnen Projectile. Erdbeben in den Rheingegenden am 10. Februar. — Verm. Ein ziemlich heftiges Erdbeben (Ravenna 23. Januar.)

No. 10. Monatsephemeride, April 1871. — Nordlicht am Abend des 11. u. 12. Februar, 13. Januar beobachtet in Peckeloh. — Sonnenhof. — Der veränderliche Stern Mira. — Der veränderliche Stern X im Schwan.

No. 11. Nordlicht am Abend des 12. Februar beobachtet in Peckeloh. — Ueber die Strahlenbrechung des Lichtes in der Atmosphäre. — Beobachtung der Spektra der Novembermeteore 1866. Nordlichter in Dorpat am 11. u. 12. Februar. — Meteorsteinfall bei Hessle in Schweden am 1. Januar 1869. — Vermischtes. Starke Kälte in Russland. —

No. 12. Sonnenflecken-Beobachtungen. — Nordlichter beobachtet in Wolgast 11. u. 12. Februar 1871. — Meteorsteinfall bei Hessle in Schweden, 1. Januar 1869. (Schl.)

No. 13. Die Witterungsverhältnisse im Monat Juni 1870 in Deutschland etc. (Luftdruck, Luftwärme). — Nordlichter beobachtet zu Wolgast den 11. u. 12. Februar 1871. (Schl.) — Die Sonnenfinsterniss am 22. December 1870. beobachtet in Augusta auf Sicilien von P. Secchi.

No. 14. Sonnenflecken-Beobachtungen, Juli — September 1870. — Feuerkugel in Danzig. — Beobachtungen der meteorol. Station Münster, Februar und 1. Quartal 1871. — Regenfall in England und Wales. — Verm.: Erdwärme im Montcenis-Tunnel. Jupiterphotographie. Schwarzer Schnee.

No. 15. Monatsephemeride, Mai 1871. — Beobachtung der Sonnenfinsterniss am 22. December 1870. — Deutsche Polarfahrt. —

No. 16. Die Witterungsverhältnisse im Juli 1870 in Deutschland etc. — Phänologische Beobachtungen. — Bericht über die totale Sonnenfinsterniss am 22. December 1870 beobachtet in Cadix. Fortsetzung in No. 17.

No. 17. Fortsetzung. — Correspondenznachrichten aus Quito in Süd-Amerika. Schl. in No. 18.

No. 18. Monatsephemeride, Juni 1871. Schluss von No. 18. — Der Komet I, 1871. — Corr. Nachr. aus Moncalieri. —

No. 19. Witterungsverhältnisse im August 1870 in Deutschland. — Nordlichter den 9. April in Groningen. Correspondenzen aus Gyalla bei Komorn, aus Moncalieri (s. S. 144).

No. 20. Nordlichter den 10. — 11. April Abend beobachtet in Peckeloh. — Der Winter 1870 — 1871 in Stettin.

No. 21. Nordlichter 16. u. 17. December beobachtet in Peckeloh. — Lufttemperaturen auf mässigen Höhen über dem Boden. Areal und Bevölkerung des deutschen Reiches. — Winter 1870 — 1871 in Stettin. — Regenfall in Bengalen. — Verm.

No. 22. Correspondenz aus Melbourne (Australien), Südlichter und magnetische Strömungen. — Verm.

No. 23. Monatsephemeride, Juli 1871. — Eine meteorolog. Protuberanz. — Correspondenz aus Riga. — Beobachtung in der meteorolog. Station Münster April 1871. — Nordlichter 14 — 18. April in Stettin..

No. 24. Witterungsverhältnisse im September 1870 in Deutschland etc. — Uebersicht der meteorolog. Station Münster im Jahr 1870. — Correspondenz aus Stettin. — Verm. (Venusdurchgang 1874). —

Schul-Statistik.

Statistische Nachrichten über die einzelnen höheren Lehranstalten in Preussen aus den Jahren 1863 und 1868.

(Nach Wiese, höheres Schulwesen in Preussen. Bd. 1 u. 2.)

(Fortsetzung von Bd. II. S. 466.)

VI. Provinz Sachsen*).

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Magdeburg.												
1. Pädagogium zum Kloster U. L. Fr.	1863	24	537	40	537	.	.				44850	K.
	68	25	494	48	537	2	3	41	74	105	49900	
2. Dom-Gymnasium	1863	20	448	31	435	2	11	37	28		17743	K.
	68	19	345	55	381	2	17	33	79	64	19450	
3. Burg	1863	12	154	79	146	2	6	7	11		6000	St.
	68	18	335	86	412	5	4	17	27		10946	
4. Stendal	1863	14	358	—	351	4	3	34	43		8431	St. u.
	68	14	294	29	318	1	4	27	33	75	10612	K.
5. Seehausen	1863		76	—				—	—		3700	St. u.
	68	10	175	—	168	.	7	11	20		7250	K.
6. Salzwedel	1863	10	255	—	254	1	.	23	46		7082	St. u.
	68	12	260	—	257	.	3	16	31	47	9357	K.
7. Halberstadt	1863	13	289	—	272	9	8	28	48		11187	K.
	68	14	248	—	236	9	3	28	42	59	12347	
8. Wernigerode	1863	11	169	28	169	.	.	5	9		7967	Graf Stolberg-Wern.
	68	13	232	39	271	.	.	14	29	22	10390	
9. Quedlinburg	1863	14	316	—	310	4	2	31	42		9208	K.
	68	15	302	64	359	6	1	35	53	54	10592	
10. Merseburg	1863	11	176	—	173	3	.	33	25		8661	Domkapitel und Staat.
	68	12	152	—	150	2	.	13	19	35	8910	
11. Halle. Pädagogium	1863	15	179	—	179	.	.	20	37		9208	Directorium der Fränkisch. Stiftung.
	68	12	153	—	153	.	.	21	43	53	9655	
12. Lateinische Hauptschule	1863	24	642	—	642	.	.	76	122		10952	
	68	22	542	—	535	1	6	37	77	138	12300	
13. Stadt-Gymnasium	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—		St.
	68	15	187	104	289	2	.	.	11	—	11093	

*) An den offenen Stellen konnten die Zahlen nicht ermittelt werden.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
14. Torgau	1863	13	263	—	261	2	·	24	33		9285	St. u.
	68	12	268	—	266	2	·	11	29	28	9962	K.
15. Wittenberg	1863	13	305	—	304	1	·	41	61		9358	St. u.
	68	13	300	—	299	1	·	39	51	70	10318	K.
16. Eisleben	1863	11	226	—	221	·	5	16	26		5005	K.
	68	11	223	—	221	·	2	21	26	37	10170	
17. Naumburg	1863	12	275	—	270	5	·	39	54		7428	Domkapitel.
	68	14	295	—	291	4	·	42	45	88	7800	
18. Pforta	1863	16	105	—	105	·	·	49	79		54720	K.
	68	17	197	—	197	·	·	44	66	120	61670	
19. Rossleben	1863	9	108	—	108	·	·	23	35		15560	Familie v. Witzleben.
	68	8	80	—	80	·	·	13	27	46	16945	
20. Zeitz	1863	10	221	—	221	·	·	24	34		7310	K.
	68	10	206	—	206	·	·	20	27	31	8712	
21. Erfurt	1863	13	236	—	201	35	·	16	26		9880	K.
	68	18	321	—	273	41	7	29	42	48	12204	
22. Mühlhausen	1863	13	222	—	207	11	4	11	17		6021	St.
	68	14	250	—	231	10	9	22	33	26	7440	
23. Heiligenstadt	1863	12	170	—	31	137	2	19	32		7389	K.
	68	12	194	—	34	156	4	15	30	41	8150	
24. Nordhausen	1863	11	269	—	251	10	8	16	19		6585	St.
	68	16	300	—	276	12	5	23	51	32	8480	
25. Schleusingen	1863	9	97	—	87	1	9	10	12		7613	K.
	68	10	135	—	132	·	3	12	24	30	9528	

Bemerkungen. Zu No. 3: War 1863 noch R. II. O., 1867 die erste Abiturientenprüfung. — Zu No. 5: Früher Pro-Gymnasium. Seit 1865 anerkanntes Gymnasium. — Zu No. 13: 1868 als Gymnasium anerkannt.

Abiturientenzahl von 1857—63. Bei No. 1: 97
" " 2: 121
" " 4: 79
" " 6: 59
" " 9: 59
" " 10: 57
" " 11: 62
" " 12: 236
" " 14: 49
" " 15: 105
" " 16: 56
" " 17: 90
" " 19: 86
" " 20: 34
" " 22: 22
" " 23: 57
" " 24: 44
" " 25: 48.

Reallehranstalt zu	Jahr	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Magdeburg.												
1. R. I. O.	1863	19	532	—	499	4	29	14	53		14680	St.
	68	28	785	—	729	10	43	13	87	20	19510	
2. R. II. O.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	9	163	—				—	—			
3. **Halberstadt.** R. I. O.	1863	13	229	139	217	4	8	8	17		7982	St.
	68	20	396	191	554	15	18	4	47	13	11759	
4. **Aschersleben.** R. I. O.	1863	12	193	—	182	3	8	16	17		6423	St.
	68	12	274	—	266	1	6	8	26	4	7741	
5. **Halle.** R. I. O. ...	1863	20	487	—	475	2	10	19	48		9245	cf. G.
	68	22	509	—	493	1	15	18	66	27	10216	
6. **Delitzsch.** HB. ..	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	7	157		155	1	1	·	20		4685	
7. **Naumburg.** HB...	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	9	89	48	135	2	·	·	3		4923	
8. **Erfurt.** R. I. O...	1863	23	416	210	360	38	18	15	40		12405	St.
	68	24	352	179	462	38	31	8	42	22	14540	
9. **Langensalza.** HB.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	9	115	21	136	·	·	·	11		4260	
10. **Nordhausen.** R. I. O.	1863	10	209	—	178	6	12	5	17		5471	St.
	68	15	346	188	459	22	39	8	30	6	9060	

Bemerkungen. Zu No. 2: Erst 1868 eröffnet. 1869: 235 Schüler.
„ „ 4: War 1863 noch R. II. O. Seit 1864 R. I. O.
„ „ 6: 1865 als HB. anerkannt. Von 65—68: 9 Abiturienten.
„ „ 7: 1867 „ „ „
„ „ 9: 1864 „ „ „
„ „ 10: 1865 „ Realsch. I. O. anerkannt; früher R. II. O. Unter den Schülern 13 resp. 14 Dissid.

VII. Provinz Westfalen.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 6 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
1. Münster..........	1863	28	641	—	59	579	3	129	150		21374	K.
	68	29	640	—	62	577	1	113	132	283	24635	
2. Warendorf	1863	14	237	—	13	216	8	29	81	210	6345	St.
	68	14	207	—	13	187	7	72	50	181	7290	
3. Rheine	1863	10	104	—	10	87	7	25	23		5966	St. u.
	68	10	118	—	11	105	2	24	27	60	6561	K.
4. Burgsteinfurt mit R. II. O.	1863	15	87	—	80	6	1	18	26		8771	K.
	68	15	114	—	132	19	12	20	23	40	10146	
5. Vreden. Prog. ...	1863	5	22	—	3	17	2	·	3	—	1933	St.
	68	5	41	—	2	33	6	·	8	—	2176	
6. Coesfeld..........	1863	13	121	—	10	110	1	40	32		8894	K.
	68	11	106	—	12	91	3	32	18	87	8770	
7. Dorsten. Prog....	1863	6	59	—	8	47	4	·	12	—	2592	St.
	68	6	58	—	2	55	1	·	11	—	3000	
8. Recklinghausen ...	1863	11	136	—	12	123	1	37	36	104	6878	St.
	68	11	119	—	12	105	2	22	24	62	8324	
9. Minden mit R. I. O.	1863	15	171	—	148	18	5	13	25		9763	St. u.
	68	17	176	—	280	31	17	20	24	28	11786	K.
10. Herford	1863	10	149	15	129	5	15	10	22		5979	St. u.
	68	11	150	19	140	13	16	11	18	26	8239	K.
11. Bielefeld mit R. I. O.	1863	14	204	86							10111	K. u.
	68	20	247	126	427	27	55	18	32	25	17240	St.
12. Gütersloh	1863	11	200	—	195	2	3	39	52		7037	Pri-
	68	12	159	—	158	1	·	36	33	82	8400	vat.
13. Rietberg	1863	5	51	—	·	49	2	·	15	—	1753	St. u.
	68	8	69	—	5	60	4	·	11	—	2764	K.
14. Paderborn........	1863	22	488	—	42	436	10	99	130		14076	K.
	68	20	574	—	56	489	29	126	126	254	17191	
15. Höxter. Prog.....	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	7	86	—	77	9	·	·	7	—	3151	
16. Warburg. Prog...	1863	6	107	—	17	84	6	·	21	—	2097	K. u.
	68	8	125	—	21	95	9	·	17	—	3600	St.
17. Arnsberg	1863	11	222	—	87	131	4	50	55		8160	K.
	68	10	204	—	55	145	4	47	43	117	9495	
18. Brilon	1863	12	274	—	9	259	6	77	77		7000	St. u.
	68	14	194	—	9	182	3	71	62	187	8374	K.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
19. Soest	1863	12	228	—	192	26	10	24	33		8509	K. u.
	68	12	234	—	197	27	10	30	40	51	11762	St.
20. Hamm	1863	12	175	—	118	53	4	15	21		9271	K. u.
	68	10	160	—	119	35	6	7	26	28	10106	St.
21. Dortmund mit R. I. O.	1863	19	237	45	195	30	12	12	19		12079	St.
	68	22	300	37	386	52	34	18	35	38	16760	
22. Attendorn. Prog.	1863	8	61	—	3	57	1	5	13	—	3442	St. u.
	68	8	85	—	2	82	1	·	20	—	3630	K.

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
1. Burgsteinfurt.	1863		39	—	32	3	4	1	7	cf. Gymnas.		
R. II. O. bei dem G.	68		49					5	11			
2. Minden. R. I. O.	1863		108	—	93	12	3	7	29			
bei dem Gymnas.	68		152	—				10	33			
3. Bielefeld. R. I. O.	1863		97		87	7	3	13	18			
bei dem Gymnas.	68		136					3	22			
4. Dortmund. R. I. O.	1863		128		107	12	9	7	21			
bei dem Gymnas.	68		135					2	21			
5. Münster. R. I. O.	1863	14	280	—	20	212	14	18	32		8762	St.
	68	16	262	—	27	216	19	11	53	14	10330	
6. Lippstadt. R. I. O.	1863	12	255	—	177	44	34	12	47		7545	St.
	68	19	298	—	207	48	43	12	80	18	13450	
7. Hagen. R. I. O.	1863	9	210	—	193	13	4	7	14		7326	St.
	68	9	205	—	191	9	5	9	36	9	8300	
8. Iserlohn. R. II. O.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	13	146	—	128	13	5	3	16		8417	
9. Lüdenscheid. HB.	1863	9	67	—	60	6	1	·	4		3692	St.
	68	7	78	—	74	3	1	·	8		4550	
10. Schwelm. HB.	1863		122	—								St.
	68	7	128	—	110	14	4	·	9		4016	
11. Siegen. R. I. O.	1863	12	184		163	21	·	13	41		7935	St. u.
	68	13	275	—	230	45	·	15	71	22	9880	K.

VIII. Rheinprovinz und Hohenzollern.

1. Rheinprovinz.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
Cöln.												
1. An Marzellen.....	1863	18	382	—	13	368	1	62	78		11855	K.
	68	21	460	—	22	437	1	71	74	151	14020	
2. An Aposteln......	1863	16	281	—	20	259	2	23	61		9450	K.
	68	18	299	—	20	275	4	46	68	81	11000	
3. Friedrich-Wilhelm Gymn. mit R. I. O.	1863	16	356	—	125	215	16	24	53		13386	K.
	68	24	392	—	234	219	54	49	71	71	19490	
4. Pro-Gymnasium..	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	K.
	68	8	109	—	·	107	2	·	13	—	6222	
5. **Bedburg**..........	1863	14	35	—	·	35	·	9	9		19700	Rhein. Ritterschaft.
	68	10	21	—	·	21	·	7	4	14	15770	
6. **Bonn**............	1863	19	401	—	100	290	11	50	67		13563	K.
	68	23	400	—	109	284	7	45	87	125	16845	
7. **Münstereiffel**.....	1863	11	184	—	2	181	1	48	69		7127	K.
	68	13	218	—	4	209	5	56	86	134	9990	
8. **Düsseldorf**.......	1863	13	329	—	111	210	8	16	49		12170	K.
	68	23	306	157	162	283	18	20	45	39	15134	
9. **Elberfeld**.........	1863	14	265	25	233	30	2	31	36		11115	Ref. Gemeinde, Stadt u. König.
	68	15	228	46	226	40	8	26	35	50	13535	
10. **Barmen mit R. I. O.**	1863	22	42	64								St.
	68	21	193	51	358	31	6	16	23		17565	
11. **Duisburg** mit R. I. O.	1863	18	138	40	119	17	2	20	23		10539	K. u.
	68	19	160	114	278	61	5	15	16	43	11942	St.
12. **Essen**...........	1863	14	310	—	122	175	13	40	54		9430	K. u.
	68	18	302	79	163	207	11	41	58	92	13812	St.
13. **Wesel**...........	1863	14	190	—	138	52	·	18	23		10033	Curatorium.
	68	17	212	94	209	83	14			9	11840	
14. **Emmerich**........	1863	11	136	—	27	107	2	20	25		8142	K.
	68	13	174	33	33	169	5	24	34	48	9247	

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
15. Cleve	1863	11	131	—	75	52	4	14	17		6501	K.
	68	13	142	—	77	61	4	18	24	36	7725	
16. Kempen	1863	10	127	—	7	120	·	20	30	51	5339	St.
	68	10	126	—	3	120	3	37	39	69	5904	
17. Neuss	1863	13	277	—	11	254	12	37	69		7038	St.
	68	15	325	—	12	299	14	56	96	113	9942	
18. Coblenz	1863	22	397	—	115	266	16	26	63		18772	K.
	68	23	443	—	127	293	23	44	80	86	19660	
19. Wetzlar..........	1863	11	136	—	116	19	1	9	20		7816	K.
	68	12	143	—	128	15	·	18	21	29	8000	
20. Creuznach	1863	11	186	—	130	35	21	23	24		9254	K.
	68	12	211	39	146	51	14	15	30	42	10799	
21. Aachen...........	1863	16	334	—	34	300	·	59	83		12446	K. u.
	68	21	373	—	39	334	·	48	67	129	15460	St.
22. Düren	1863	14	187	—	14	173	·	39	43		7210	St. u.
	68	12	174	—	12	161	1	35	38	52	8485	K.
23. Trier	1863	23	553	—	32	520	1	89	135		21310	K.
	68	25	553	—	26	527	·	109	114	209	25820	
24. Saarbrück.........	1863	13	115	56	87	28	·	9	12		8760	K.
	68	13	159	22	133	47	1	8	15	20	10820	
25. Wipperfürth. Prog.	1863	5	31		2	29	·	—	—	—	992	St. u.
	68	6	40		6	34	·	—	—	—	3029	K.
26. Siegburg. Prog...	1863	9	87	—	22	65		—	7	—	3710	K. u.
	68	9	96	—	9	78	9	—	13	—	3712	St.
27. Mörs. Prog.......	1863	9	102	—	83	9	10	—	6	—	4525	Curatorium.
	68	10	100	—	84	9	7	—	9	—	5054	
28. München-Gl. Prog.	1863	10	160	—	3	157	·	—	6	—	4011	Curatorium.
	68	10	181	—	5	174	2	—	24	—	4771	
29. Andernach. Prog..	1863	8	79	—	3	76	·	—	4	—	4782	St.
	68	10	62	—	4	58	·	—	5	—	4450	
30. Linz. Prog.......	1863	9	100	—	6	89	5	—	20	—	3000	St. u.
	68	9	135	—	6	117	12	—	24	—	4038	K.

Gymnasium zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
31. Trarbach. Prog. . .	1863	9	79	—	66	13	·	—	9	—	2441	St. u.
	68	9	87	—	69	18	·	—	15	—	2791	K.
32. Boppard. Prog. . .	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	9	100	—	30	68	2	—	14	—	3990	
33. Jülich. Prog.	1863	11	81	—	17	61	3	—	4	—	4620	St.
	68	11	108	38	9	137	·	—	4	—	6255	
34. Erkelenz. Prog. . .	1863	6	83	—	11	71	1	—	—	—	1931	St.
	68	9	104	—	8	93	3	—	—	—	4052	
35. Prüm. Prog.	1863	6	47	—	7	40	7	—	—	—	2455	St.
	68	7	52	—	2	50	·	—	—	—	2535	
36. St. Wendel. Prog.	1863	8	43	—	4	39	·	—	—	—	2090	St. u.
	68	8	45	—	6	39	·	—	—	—	2122	K.

Bemerkungen. Zu No. 10: War 1863 noch Progymnasium und Annexum der R. I. O. 1865 als vollständiges Gymnasium anerkannt. Seit 1867: 13 Abiturienten.

Abiturienten. Zu No. 1: Von 1856—60: 97; von 1861—63: 103.
„ „ 2: „ 1860—63: 18.
„ „ 3: „ 1827—37: 150; von 1857—63: 158.
„ „ 5: „ 1857—63: 24.
„ „ 6: „ „ 170.
„ „ 7: „ „ 84.
„ „ 9: „ 1824—61: 108; 1862 und 1863: 19.
„ „ 12: „ 1824—63: 365.
„ „ 13: „ 1857—63: 40.
„ „ 14: „ „ 51.
„ „ 15: „ 1820—42: 114; 1857—63: 26.
„ „ 17: „ 1853—63: 171.
„ „ 18: „ 1820—31: 120; 1857—63: 122.
„ „ 19: „ 1817—54: 211.
„ „ 20: „ 1821—28: 32; 1856—63: 65.
„ „ 22: „ 1857—63: 105.
„ „ 23: „ 1861: 34; 1863: 41.
„ „ 24: „ 1825—54: 48; 1855—62: 22.

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
1. **Cöln.** R. I. O....	1863	21	601	—	139	375	87	23	80		18488	St.
	68	23	517	—	102	344	71	36	84	61	24426	
2. **Kerpen.** HB......	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	7	95	—	1	90	4	—		—	3060	
3. **Mühlheim a/Rh.** HB.	1863	9	73	—	29	43	1	—	9		5081	St.
	68	11	114	40	52	100	2	—	16		6996	
4. **Düsseldorf.** R. I. O.	1863	11	280	—	114	140	26	3	26		9440	St. u.
	68	21	374	205	256	290	33	8	37	7	14600	K.
5. **Elberfeld.** R. I. O.	1863	14	274	34	248	24	2	3	26		11035	St.
	68	20	378	62	391	34	15	12	63	9	16372	
6. **Barmen.** R. I. O.	1863		401		379	15	7	16	62			St.
beim Gymnasium.	68		151					19	65			
7. **Cöln.** R. I. O.	1863		88									K.
beim Gymnasium.	68		115					4	20			
8. **Duisburg.** R. I. O.	1863		60		53	5	2	4	9		4861	K. u.
beim Gymnasium.	68		70					3	15	7	5510	St.
9. **Wupperfeld.** HB..	1863	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	St.
	68	9	178	59							4843	
10. **Solingen.** HB. ...	1863	8	104							—	4430	St.
	68	10	136	55	159	25	7	—	9	—	6650	
11. **Lennep.** HB......	1863	6	97	—	87	9	1	—	21		4150	St.
	68	8	111	—	101	10	·	—	12		5270	
12. **Mühlheim** a. Ruhr.	1863	15	161	—	131	25	5	6	16		9840	St.
R. I. O.	68	15	178	—	141	28	9	9	27	14	10244	
13. **Essen.** R. II. O. .	1863	—	—	—	—	—	—	—	—		—	St.
	68	15	267	87	174	141	39	5	5		10803	
14. **Ruhrort.** R. I. O.	1863	11	101	—	80	17	4	3	10		7312	St.
	68	12	165	96	182	74	5	4	18	8	8720	
15. **Crefeld.** R. I. O. .	1863	12	252	—	190	3	22	4	42		8476	St.
	68	18	262	79	300	12	29	8	52		16323	
16. HB.	1863	9	171	—	1	170	·	—	12		5145	St.
	68	10	153	59	2	210	·	—	15		8443	
17. **München-Gl.** HB..	1863	10	116	—	114	1	1	—	28		5950	Ev.
	68	10	129	—	119	4	6	—	20		6500	Gem.
18. **Rheidt.** HB.	1863	9	137	19	108	27	2	—	27		5150	St.
	68	10	152	30	126	47	9	—	21		6850	
19. **Neuwied.** HB. mit	1863	10	125	—	94	23	8	—	4		6700	St.
Progymnasium	68	11	201	—	149	38	14	—	43		7387	

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
20. Mayen. HB.	1863	—	—	—	—	—	—	—	—		—	St.
	68	10	92	—	6	80	6	—	5		5000	
21. Aachen. R. I. O..	1863	15	254	—	69	175	10	6	48		11623	St.
	68	16	268	—	79	169	20	6	41	11	13134	
22. Düren. HB.......	1863	8	75	—	45	29	1	—	15		5156	Ev.
	63	10	77	—	63	12	2	—	15	17	6182	Gem.
23. Eupen. HB.......	1863	8	87	—	14	73	·	—	4		4620	St.
	68	12	108	38	9	137	·	—	4		6255	
24. Trier. R. I. O. ..	1863	15	135	29	37	81	17	4	13		9000	St. u.
	68	14	167	27	60	119	15	8	24	17	10251	K.
25. Saarlouis. HB....	1863	8	130	—	16	105	9	—	8		3850	St.
	68	9	154	—	14	130	10	—	13		4576	

Bemerkungen. Zu No. 2: 1868 anerkannt.
" " 6: Abiturienten seit 1864: 17.
" " 7: 1864 als R. I. O. anerkannt. 1867 erste Abiturientenprüfung. Seitdem 8 Abiturienten.
" " 13: 1864 mit 128 Schülern in 3 Klassen eröffnet.
" " 9: Noch in der Entwickelung begriffen.
" " 10: 1868 als vollberechtigt anerkannt.
" " 20: 1866 anerkannt.

2. Provinz Hohenzollern.

Reallehranstalt zu		Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	Abiturienten in den 5 Jahren 1858—63 resp. 1863—68.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königl. oder städtisch.)
1. Hedingen. G.	1863	10	137	—	6	131	·	13	19		6381	K.
	68	13	148	—	5	143	·	16	25	26	8686	
2. Hechingen. HB....	1863	4	60	—	·	47	13	—	—		1389	St. u.
	68	5	60	—	4	46	10	—	—		2716	K.

IX. Die neuen Provinzen: Hessen-Nassau, Hannover, Schleswig-Holstein.

Die Mittheilungen beziehen sich auf Anfang 1869.

1. Provinz Hessen-Nassau.

Gymnasium zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
1. Cassel	27	502	—	457	24	21	39	65	135	8	21450	K.
2. Fulda	17	204	36	82	147	11	23	29	48	13	12000	K.
3. Hanau	13	154	—	141	10	3	23	21	42	9	10440	K.
4. Marburg	12	225	—	221	2	2	30	40	63	15	10970	K.
5. Hersfeld	13	205	—	196	7	2	39	57	65	18	12430	K.
6. Rinteln	12	100	—	97	1	2	14	11	24	12	9760	K.
7. Wiesbaden	17	275	—	224	49	2	36	35	65	21	13468	K.
8. Weilburg	14	127	—	110	16	1	27	31	23	7	11114	K.
9. Hadamar	17	239	—	29	205	5	53	69	55	16	11987	K.
10. Frankfurt a. M.	20	212	—	176	16	20	17	36	49	11		
11. Montabaur. Prog.	9	125	—	5	119	1	·	·	41	—	5840	St.u.K.
12. Dillenburg	11	77	—	73	4	·	·	6	17	—	6325	K.

Reallehranstalt zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 2 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
Cassel.												
1. R. I. O. (noch in der Bildung begriffen)	13	299	—				·	·	57			St.
2. HB.	20	444	162	528	31	47	·	67	107	·	9561	St.
3. **Hanau.** R. II. O.	15	223	133	311	16	29	15	31	40	·	11930	Nicht fest geregelt.
4. **Hersfeld.** HB.	9	112	12	121	1	2	·	8	23	·	4450	St.u.K.
5. **Eschwege.** R. I. O.	14	168	61	179	3	57	6	18	20	·	8300	St.u.K.
6. **Schmalkalden.** HB.	8	98	—				·	·	19	—	3880	Wie bei No. 3.
7. **Fulda.** HB.	11	111	—	21	76	14	·	30	34	—	4765	St.
8. **Wiesbaden.** R. I. O.	12	93	—	75	18	·	23	25	45	9	8436	K.
HB.	19	290	258	403	95	44	23	47	36	·	10527	K.

Reallehranstalt zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
10. **Biebrich.** HB.	7	85	—	69	10	6	·	·	8	·	2720	St.u.K.
11. **Geisenheim.** HB.	7	56	—	16	36	4	·	6	12	·		St.
12. **Ems.** HB.............	8	63	—	38	18	7	·	·	21	·	5771	St.
13. **Limburg**..............	9	80	—								4300	St.
14. **Frankfurt.** R. II. O. ..	17	249	166	368	19	28	10	57	43	·	27497	St.
15. HB.	21	368	200	554	12	1	·	24	49	·	25000	Noch nicht festgestellt.
16. Selectenschule. HB....	13	93	53	138	4	3	·	8	13	·	9000	
17. Jüdische R. II. O......	24	302	130	30	2	400	31	62	51	·		Privat.
18. Jüdische R. II. O.	16	129	83	·	·	212	6	26	20	·		
19. **Homburg.** R. II. O. ...	12	224	—	174	23	27	12	42	45	·		St.

2. Herzogthum Lauenburg und Fürstenthum Waldeck.

Gymnasium zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
1. **Ratzeburg.** G..........	9	135								2		K.
2. **Corbach.** G.	11	85										K.
3. **Arolsen.** HB.	9	160										St.

3. Provinz Hannover.

Gymnasium zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
1. **Hannover**............	28	491	234	676	21	28	40	56	133	15	24467	K.
2. **Hameln**...............	15	197	47	233	·	11	15	17	24	2	8093	St.
3. **Osnabrück.** G. Carolinum	12	111	16	·	127	·	20	26	19	6	9287	K.
4. Rathsgymnasium	13	135	17	152	·	·	15	26	28	9	11236	St.
5. **Lingen** mit HB.........	16	116	41	142	43		26	15	20	9	11448	K.
6. **Meppen**...............	11	124	32	137	14	5	22	22	24	3	8395	K.
7. **Aurich**	10	171	33	194	1	9	21	18	33	1	10429	K.

Gymnasium zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassn. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
8. **Emden mit HB.**	13	141	28	184	8	17	11	14	15	11	8974	St.u.K.
9. **Stade**	15	155	—	152	1	2	11	9	37	6	9162	St.
10. **Verden**	11	198	—	186	5	7	24	43	41	10	10316	Prov. Schul.
11. **Lüneburg mit R. I. O.** .	19	182	102	478	11	18	9	24	33	7	18226	St.
12. **Celle mit HB.**	15	240	51	351	13	6	23	34	45	14	12365	St.u.K.
13. **Hildesheim. Jos. m. HB.**	17	264	—	2	307	17	24	54	28	15	14309	Bischof.
14. **Andreanum mit R. I. O.**	22	285	70	510	2	18	39	41	49	20	23447	K.
15. **Clausthal mit HB.**	16	211	32	294	1	·	19	18	25	7	11135	K.
16. **Göttingen mit R. I. O.**	25	292	104	525	14	14	26	40	65	14	17785	St.
17. **Ilfeld**	9	63	—	62	1	·	18	19	26	6	18400	K.
18. **Norden.** Prog.	7	109	—	102	·	7	·	5	16	—	5408	K.

Reallehranstalt zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
1. **Hannover.** R. I. O...	27	442	250	596	20	76	20	64	78	5	18557	St.
2. HB.	18	337	299	593	10	33	·	15	26		10896	St.
3. **Nienburg.** HB.........	8	91	17	98	2	8	·	5	16		5334	K.
4. **Osnabrück.** R. I. O....	12	237	27	245	15	5	·	20	65		9433	St.
5. **Lingen** beim Gymn. ...		28					·	4	12			
6. **Emden.** HB.......		40					·	6	15	·		
7. **Lüneburg.** R. I. O.		224					8	23	85	·		
8. **Celle.** HB.		79					·	21	22	·		
9. **Hildesheim.** HB... (6.–12.: beim Gymnasium cf. oben.)		62	(5.–12.: cf. Gymnas.)				·	15	22	·	(5.–12.: cf. Gymn.)	
10. R. I. O.		175					6	17	50	·		
11. **Clausthal.** HB. ...		52					·	8	24	·		
12. **Göttingen.** R. I. O.		157					7	25	50	·		
13. **Quakenbrück.** HB.....	6	35	—	24	10	1	·	·	3	·	3725	St.
14. **Leer.** R. I. O.	11	155	—	143	9	3	·	11	24	·	7805	St.
15. **Otterndorf.** HB.	8	95	—	94	·	1	·	3	20	·	6071	Kirchengemein.
16. **Harburg.** HB.	10	209	154	339	·	24	·	7	28	·	10147	St. u. K.

Reallehranstalt zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
17. **Uelzen.** HB.	9	112	30	138	1	3	·	10	27	·	4211	St.
18. **Goslar.** R. I. O.	11	154	34	181	4	2	5	12	33	·	7650	St.
19. **Osterode.** HB.	9	75	32	102	·	5	·	5	8	·	7685	St.
20. **Einbeck.** HB.	10	82	—	79	1	2	·	4	11	·	5590	St.
21. **Northeim.** HB.	8	117	32	148	1	·	·	7	23	·	5605	
22. **Münden.** HB.	9	94	58	148	·	4	·	·	5	·	5869	St.u.K.

4. Provinz Schleswig-Holstein.

Gymnasium zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
1. **Schleswig**	18	288	21	303	4	4	26	34	64	7	17980	K.
2. **Flensburg** mit HB.	19	172	100	374	9	6	1	24	19	5	19180	K.
3. **Hadersleben**	13	148	39	187	·	·	1	11	20	3	11570	K.
4. **Husum** mit HB.	15	111	13	154	·	·	11	15	22	1	11700	K.
5. **Kiel**	15	308	83	389	·	2	27	37	67	7	14650	K.
6. **Ploen**	9	89	—	89	·	·	7	10	17	8	9294	K.
7. **Rendsburg** mit R. II. O.	17	128	—	212	1	7	5	10	20	4	15425	K.
8. **Meldorf**	9	127	—	127	—	—	11	17	28	4	9760	K.
9. **Glückstadt**	11	142	26	164	1	3	10	15	29	4	10210	K.
10. **Altona**	16	319	39	335	6	17	26	37	55	14	16010	K.

Reallehranstalt zu	Zahl der Lehrer.	Schülerzahl. Ueberhaupt (ohne Vorschule).	Vorschule.	Evangelisch.	Katholisch.	Jüdisch.	In den 3 oberen Klassen. I.	II.	III.	Abiturienten 1869.	Etat. Thlr.	Patronat. (Königlich oder städtisch.)
1. **Flensburg.** HB.	bei dem G.	122	cf. Gymnas.				·	5	34	cf. Gymn.		
2. **Husum.** HB.		30					·	7	11			
3. **Rendsburg.** R. II. O.		92					3	16	43			
4. **Itzehoe.** HB.	10	163	27	189	1	·	·	18	27	·	5051	St.

Hauptübersicht (nach Wiese).

Provinz		Zahl der Anstalten				Patronatsverhältnisse												Confessionsverhältnisse															Gesammtaufwand*		
						Königl.			Städtisch			Privat etc.			Gemischt			Evang.			Kath.			Simult.			Unbest.			Jüdisch.			Gymnas. und Annexa	Prog.	Selbstän. Reallehranst. und Annexa
		G.	Prog.	R.	Ueberhaupt	G.	Prog.	R.	G.	Prog.	R.	G.	Prog.	R.	G.	Prog.	R.	G.	Prog.	R.	G.	Prog.	R.	G.	Prog.	R.	G.	Prog.	R.	G.	Prog.	R.	Thlr.	Thlr.	Thlr.
1. Preussen …	Anfang 1864	20	1	12	33	13	1	·	5	·	8	·	·	2	2	·	2	15	·	11	5	1	·	·	·	1	·	·	·	·	·	·	210418	4697	86996
	69	22	·	15	37	14	·	·	6	·	11	·	·	2	2	·	2	16	·	14	6	·	·	·	·	1	·	·	·	·	·	·	266346	·	117901
2. Brandenburg	1864	22	2	18	42	4	·	1	5	1	15	1	·	·	12	1	2	22	2	18	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	377279	7085	154324
	69	28	1	23	52	4	·	1	9	1	20	1	·	·	14	·	2	28	1	23	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	519735	3840	238267
3. Pommern …	1864	13	1	6	20	3	·	·	5	1	5	·	·	·	5	·	1	13	1	6	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	151160	5540	32106
	69	13	3	8	24	3	·	·	5	3	7	·	·	·	5	·	1	13	3	8	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	193290	24053	44184
4. Schlesien …	1864	22	1	7	30	13	1	·	6	·	7	1	·	·	2	·	·	14	1	5	8	·	·	·	·	2	·	·	·	·	·	·	264649	19136	69114
	69	24	4	11	39	13	1	1	8	2	10	1	1	·	2	·	·	15	2	8	9	1	1	·	1	2	·	·	·	·	·	·	342976	30420	107189
5. Posen …..	1864	7	3	5	15	6	2	1	·	·	3	·	·	·	1	1	1	4	·	3	2	·	·	1	3	2	·	·	·	·	·	·	88049	8680	47905
	69	11	2	4	17	9	1	·	·	1	3	·	·	·	2	·	1	5	·	2	2	·	·	4	2	2	·	·	·	·	·	·	151636	7261	47115
6. Sachsen ….	1864	22	2	8	32	10	·	·	2	·	6	2	1	·	8	1	2	22	2	6	·	·	·	·	·	1	·	·	1	·	·	·	313377	7324	62206
	69	25	1	10	36	10	·	·	4	·	9	2	1	·	9	·	1	25	1	7	·	·	·	·	·	1	·	·	2	·	·	·	360196	4000	86694
7. Westfalen …	1864	16	5	9	30	5	·	1	·	·	4	1	·	·	10	5	4	8	·	8	8	5	1	·	·	·	·	·	·	·	·	·	152385	12229	35530
	69	16	7	14	37	5	·	1	·	2	9	1	·	·	10	5	4	8	1	11	8	5	2	·	1	1	·	·	·	·	·	·	185079	18321	75030
8. Rheinpr. u.	1864	23	13	21	57	14	·	·	2	6	15	1	1	2	6	6	4	8	3	11	14	8	4	1	2	3	·	·	3	·	·	·	275198	40198	147604
Hohenzoll.	69	24	15	26	65	14	1	1	3	7	19	1	1	2	6	6	4	9	4	13	14	10	6	1	1	4	·	·	3	·	·	·	335499	55131	209210
Summa	1864	145	28	86	259	68	4	3	25	8	63	6	2	4	46	14	16	106	9	68	37	14	5	2	5	9	·	·	4	·	·	·	1832510	104889	635782
9. Schles. Holst.	1869	10	·	4	14	10	·	3	·	·	1	·	·	·	·	·	·	10	·	4	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	135779	·	5051
10. Hannover …	69	17	1	22	40	3	·	1	7	·	8	3	·	2	4	1	11	13	1	19	3	·	1	1	·	2	·	·	·	·	·	·	228038	5408	108578
11. Hess. Nassau	69	10	2	19	31	9	1	1	1	1	11	·	·	2	·	·	5	6	1	7	2	1	1	2	·	2	·	·	7	·	·	2	132679	12165	157084
Summa	1869	200	36	156	392	94	4	9	43	17	108	9	3	8	54	12	31	148	14	116	44	17	11	8	5	15	·	·	12	·	·	2	2851253	160599	1196303
		392				107			168			20			97			278			72			28			12			2			4208155		
						392												392																	

Schreiben des Herausgebers dieser Zeitschrift an die Naturforscherversammlung zu Rostock.

An die Naturforscher-Versammlung zu Rostock.

Die Naturforscher-Versammlung hat seit einigen Jahren unter ihre Sectionen auch eine pädagogische aufgenommen, gewiss in der Absicht, die Resultate der Naturforschung durch persönliche Berathungen der Lehrer auch für die (höhern) Schulen flüssig und fruchtbar zu machen; und in der That — keine andere Versammlung, weder die Philologen- noch die allgemeine Lehrer-Versammlung kann den Fachlehrern der Mathematik und Naturwissenschaften wissenschaftlich das bieten, was ihnen die Naturforscherversammlung bietet. Leider aber ist wegen Ungunst der statutmässigen Versammlungszeit den wenigsten Lehrern an höhern Schulen der Besuch dieser Versammlung möglich, da sie gerade in dieser Zeit durch Examina ganz in Anspruch genommen und darum fest an ihr Amt gebunden sind. Nur die Lehrer in denjenigen Staaten (oder Provinzen), welche, wie Baden, grosse Herbst- (oder September-) Ferien haben, sind in der glücklichen Lage, die Naturforscherversammlung besuchen zu können. Dieser Umstand ist auch die Ursache davon, dass gewöhnlich die genannte pädagogische Section sehr dürftig besucht ist.

Der Unterzeichnete weiss, dass viele seiner Collegen in Deutschland dies tief bedauern und er glaubt diesem Bedauern hiermit im Namen vieler derselben Ausdruck geben und zugleich den dringenden Wunsch aussprechen zu dürfen, die genannten Hindernisse möchten beseitigt werden.

Wenn es nun aber bei dem traurigen Mangel an Einheit im Schulwesen Deutschlands und im Hinblick auf die Minderzahl und Isolirung der genannten Fachlehrer an h. Schulen kaum erreichbar, ja fast unmöglich erscheinen muss, von den Regierungen einheitliche Ferienorganisation für ganz Deutschland im Wege der Gesetzgebung zu erlangen, so dürfte es anderseits weder unbillig, noch unausführbar erscheinen, dass die Naturforscherversammlung selbst durch Verlegung ihrer Versammlungszeit den Lehrern an h. Schulen künftig den Besuch der Versammlung ermögliche. Es dürfte übrigens auch diese den Lehrern und durch sie mittelbar der Schule zum Segen gereichende Abänderung gewiss im Geiste des Gründers der Naturforscherversammlung sein.

Dem Vorstehenden gemäss erlaubt sich der ergebenst Unterzeichnete, an die Naturforscherversammlung zu Rostock das Gesuch zu richten:

> Die Nat.-Versammlung wolle dahin wirken, dass den Fachlehrern der Mathematik und Naturwissenschaften an h. Schulen der Besuch der Versammlung ermöglicht werde, eventuell: dass die Versammlungszeit in die Michaelisferienwoche verlegt und § 9 der Statuten dahin abgeändert werde.*)

Der Unterzeichnete ist leider wegen Kürze der Zeit nicht in der Lage gewesen, Unterschriften der betr. Collegen zu sammeln. Er weiss aber, dass er im Namen vieler derselben das obige Gesuch stellt und hofft, dass die pädagogische Section der Naturf.-Versammlung zu Rostock sein Gesuch unterstützen resp. dasselbe zum Antrag erheben werde.

Einer gütigen Mittheilung des Beschlusses über diese Angelegenheit,

---

*) NB. Diesem Antrage haben sich bis jetzt brieflich nur zwei Lehrer angeschlossen: Dr. Fischer in Hannover und Dr. Thomas in Ohrdruff. Von vielen andern in Ländern, wo grössere Herbstferien sind, habe ich Zustimmungen für die Zweckmässigkeit des Antrags, aber nicht direkte Anschlusserklärungen, „weil sie kein Bedürfniss einer Aenderung fühlten."

zum Zweck der Bekanntmachung in der Zeitschrift für mathemat. und natw. Unterricht, entgegensehend zeichnet in vollster Ehrerbietung

Freiberg i. Sachsen am 18. September 1871.

J. C. V. Hoffmann,
Oberlehrer am königl. Gymnasium.
Herausgeber der Zeitschrift für math. u. natw. Unterricht, des Organs der pädagog. natw. Sectionen der Naturforscher-, Philologen- u. allgemeinen Lehrer-Versammlung.

Antwort des Geschäftsführers der Naturforscherversammlung zu Rostock.

Indem ich, Ihrem Wunsche gemäss, hierneben den Antrag, die Theilnahme der Lehrer an den Naturforscher-Versammlungen betreffend, zurücksende, beehre ich mich, Ihnen die Gründe, welche meinen Collegen und mich zur Ablehnung desselben bewogen haben, in der Kürze mitzutheilen.

Die Verlegung der Naturforscher-Versammlungen auf eine andere als die durch die Statuten vorgeschriebene Zeit ist bedenklich und würde, wenn sie beschlossen werden sollte, den Wünschen der Lehrer wahrscheinlich noch weniger entsprechen, als die jetzige Einrichtung.

Bedenklich ist sie wegen zu befürchtender Collision mit andern Versammlungen, z. B. der Philologen u. a., welcher nur zu entgehen wäre, wenn der Termin auf eine frühere als die jetzige Zeit gesetzt würde Eine solche Aenderung ist auch aus anderen Gründen von Einzelnen schon als wünschenswerth erklärt worden, würde aber Ihren Wünschen nicht genügen. Dazu kommt die von Ihnen selbst schon berührte Ungleichheit der Ferien auf den verschiedenen deutschen Schulen, welche die Fortsetzung einer Allen passenden Zeit unmöglich macht.

Durch andere Massregeln aber den Lehrern den Besuch der Naturforscher-Versammlungen zu ermöglichen sind wir nicht in der Lage, schon deshalb nicht, weil diese Versammlungen nicht die einer dauernden Gesellschaft sind, sondern in jedem Jahre sich die Gesellschaft erst bildet, so wie ja auch die Geschäftsführung jährlich wechselt, also zu etwanigen Verhandlungen, die über die Zeit des betreffenden Jahres hinaus gehen, gar nicht mehr competent sein würde.

Die zur Erreichung Ihrer Zwecke vielleicht dienlichen Anträge bei Behörden zu stellen, müssen wir daher den Herrn Lehrern selbst anheim geben. Hochachtungsvoll und ganz ergebenst

Rostock, den 4. October 1871.

Namens der Geschäftsführung
H. Karsten.

Präsenzliste der pädagogischen Section der Naturforscherversammlung in Rostock.

(Die Verhandlungen kommen im nächsten Hefte.)

Gymn.-Dir. Krause — Rostock. Debbe — Bremen (Realschuldirector). Prof. Dr. Kurz — Augsburg (Industrieschule). Gugler — Stuttgardt (polytechn. Schule). Krumme — Remscheid (Director). Dr. Strempel — Rostock (Lehrer an Realsch. und Gymn.). Vermehren — Güstrow (Lehrer an Realsch. und Gymn.). Dr. Eberhard — Rostock (Lehrer an Realsch. und Gymn.). Mach — Prag (Professor). Dr. Harbordt — Rostock (Lehrer an Realsch. und Gymn.). Rollmann — Stralsund. Dr. Leesekamp — Rostock (Lehrer an Realsch. und Gymn.). Dr. Krebs — Wiesbaden. Dr. Herm. Eberh. Richter — Dresden (Prof. d. Medizin). Dr. Adam — Schwerin (Lehrer am Gymn.). Dr. Weigelt — Karlsruhe. L. Friedrichsen — Hamburg (Kartograph). Sacher — Salzburg. Dr. Clasen — Rostock (emer. Lehrer der Naturw.). Dr. Kasper — Neisse. Cand. Med. Möller — Rostock. Dr. Krüger — Rostock (Gymn.-Lehrer). Dr. Fresenius — Offenbach (Reallehrer). Dr. Wilhelmi — Salzwedel (Sanit. Rath). Dr. Eulenberg — Berlin. Dr. Knoblauch — Halle. Prof. Dr. Jessen — Greifswald. Dr. Möbius — Kiel (Prof. d. Zoologie). C. Struck — Waren (Gymn.-Lehrer). H. Kiessling — Hamburg (Oberlehrer). Dr. Nagel — Halberstadt.

Bekanntmachung.

Der Geschäftsführer des Ausschusses der allgemeinen deutschen Lehrerversammlung macht in No. 33 d. allgem. d. Lehrerzeitung bekannt, dass die

20. Allgemeine deutsche Lehrerversammlung

zu Hamburg

vom 21.—23. Mai (Pfingstwoche) 1872

abgehalten werden soll.

Da während dieser Versammlung auch **die mathem. naturw. Section** derselben tagt, so steht seiner Zeit eine darauf bezügliche Bekanntmachung von dem gegenwärtigen Sectionsvorstande (H. Realschulvorsteher Debbe in Bremen) in diesen Blättern zu erwarten.

Ueber die Naturforscher-Versammlung zu Rostock s. Heft 3. S. 273.—276. Ein Bericht über die Verhandlungen derselben wird das nächste (6.) Heft bringen. — Ueber die Philologen-Versammlung zu Leipzig s. ebend. Heft 3 S. 273.

Briefkasten.

An die Dränger: Trotz der Freude über die wachsende Theilnahme an unsere Zeitschrift, ist es unmöglich auf die Masse der bei uns eingehenden Briefe zu antworten; wir werden künftig den Empfang eingehender Arbeiten (Beiträge) durch Uebersendung gedruckter Briefe bescheinigen und bitten die Herren Verfasser gleich jetzt die übersandten Correcturbogen sehr rasch zurückzusenden. Für andere Anfragen, falls sie nicht sofortige Antwort erfordern, müssen wir auf den Briefkasten der zweimonatlich erscheinenden Hefte verweisen. — Bitte: Der Redaction ist höchst wünschenswerth zu wissen, in welchen Ländern Deutschlands (resp. Provinzen Preussens) statt der Sommer- (resp. Juli—August) Ferien grosse Herbst- (September-) Ferien sind und wie die übrigen Ferien sich vertheilen. — Wir wiederholen unsere Bitte um recht baldige Abgabe der noch restirenden Druckfehlerverzeichnisse und um Untersuchungen über das mittlere Alter der Klassen. —

Eingegangen bei der Redaction: **Neue Beiträge:** Dir. Dr. *K.* in *R.* R. u. S. Sp. A. 1. Th. — Dr. *A.* in *B.*, Br. m. Notizen. — Dr. *B.* in *L.*, W., Leitfaden. — Dr. *R.* in *M.*, Ebene Geom. v. K. zu besprechen. — Dr. *W.* in *G.* Bedaure! Haben Sie nicht einen Substituten an ihrem Orte? — *B.* in *E.* Erwiderung erhalten. 4. H. längst erschienen. Ins 6. Alle Repliken sind für die Redaction beklagenswerth. — Dr. *Th.* in *O.*, Beitrittserklärung. — *F.* in *H.*, wenn sich für jedes Fach fleissige Hände fänden, so dürfte die Umwandlung des Zeitschriften-Index in übersichtl. Referate wohl zu realisiren sein. Das monatliche (statt des zweimonatlichen) Erscheinen d. Zeitschr. stösst jetzt noch auf Hindernisse, wird sich aber mit der Zeit ermöglichen lassen. — *H.* in *B.*, Aufsatz zurückgelegt. Ergänzung sprachl. Incorrectheiten in d. M. erwünscht. — *K.* in *H.*, Progr. u. Beitrag (Min. d. Ablenkung) erhalten. — *K.* in *Dr.*, Recens. u. kl. Mitth. — *S.* in *E.*, Rezens. v. M. — *B.* in *S.*, Entgegnung erh. — *R.* in *H.*, Recens. v. P. — *B.* in *E.*, Replik. — *S.* in *B.*, zwei Beiträge. — *P.* in *W.*, zwei Beiträge. — *E.* in *D.*, Rep. Geogn. — *F.* in *F.*, u. e. Geb. —

Bücher: Brockmann, Lehrb. d. elem. Geom. Leipz. Teubner 1871. — Wünsche, Schulflora v. Deutschland, ib. — Kehr, pract. Geom. 3. Aufl. Gotha 1871. m. geom. Rechenaufg. 3. A. — Henrici, Grundriss d. Weltbeschr. Heidelberg 1871. — Sonnenburg, Lehrb. d. ges. Elementargeom. 2. Th. Ebene Trig. 3. Th. Stereom. — Hoffmann, Einl. i. d. med. Chemie, Braunschweig 1871. — Gorup-Besanez, Lehrb. d. Chemie 4. Aufl. 3. Lief. — Realschule, Zeitschr. No. 8—9. — Woldrich, Leitfaden der Zoologie, Wien 1871. — Bardey, meth. geordnete Aufgabens., Leipz. Teubner 1871. — Schramm, Anfangsgr. d. Geom. Wien 1871. — Scheffer, architect. Formenschule 1. Abth. (Säulenordnungen). — Dietzel, Leitf. i. techn. Zeichnen, Heft 1—4. — Bock, Pflege d. körperl. u. geist. Gesundheit des Schulkindes., Leipz. Keil 1871. — Pineto, Petersb. Log.-Tafeln. —

Ueber die Verwerthung der Errungenschaften der modernen Chemie für den chemischen Unterricht an der Realschule.

Von

Dr. A. Baltzer,
Oberlehrer für Chemie a. d. Industrieschule in Zürich.

Unter den Lehrfächern der Realschule erscheint vom pädagogischen Standpunkt aus am wenigsten ausgebaut das der Chemie. Von den mancherlei hier zu diskutirenden Fragen hebe ich z. B. folgende hervor: 1) Soll die Chemie auch an den niedern Schulen (Bürgerschulen, Secundarschulen der Schweiz) gelehrt werden und in welcher Weise? 2) Ist die Chemie dem Gymnasiallehrplane einzuverleiben? 3) Soll beim chemischen Unterricht an höheren Realschulen mehr das Utilitätsprincip maassgebend sein, oder ist nicht vielmehr die Chemie, vermöge eines ihr innewohnenden, eigenthümlichen pädagogischen Werthes, geeignet den Schüler in naturwissenschaftliches Denken und naturwissenschaftliche Forschung einzuführen? 4) Wie sind die Errungenschaften der modernen Chemie für den Standpunkt der Realschule pädagogisch zu verwerthen?

Von diesen Fragen sei nur die letztere einer näheren Prüfung unterstellt.

Unstreitig hat die Chemie in neuerer Zeit einen Umwandlungsprocess erfahren, wie ihn in dieser Intensität wenig Wissenschaften erlebten, nicht nur äussere Theile des Gebäudes, nein, die Fundamente selbst sind umgebaut worden.

Schon der Laie ersieht dies aus dem veränderten Gewand der Wissenschaft, aus den neuen Atomgewichten im Gegensatz zu den alten Aequivalenten, aus der daraus folgenden neuen Schreibweise der empirischen Formeln, aus den den neuen theoretischen Anschauungen entsprechenden rationellen Formeln,

aus den Versuchen, die Elemente nach neuen chemischen Gesichtspunkten zu gruppiren u. dergl. mehr.

Wie hat sich nun die Schule zu diesen Metamorphosen zu stellen, d. h. wie hat sie die von allen wissenschaftlichen Chemikern angenommenen Resultate der Forschung pädagogisch zu verwerthen?

Anordnung des Stoffes.

Die chemische Schulliteratur lässt mit Bezug hierauf zwei Richtungen erkennen, die sich als deskriptive und methodische unterscheiden lassen. Das Wesen der ersteren besteht in einer Beschreibung der Elemente und ihrer Verbindung. Noch jetzt gruppirt sie hierbei nach Metallen und Nichtmetallen, obgleich das Unhaltbare dieser Eintheilung längst nachgewiesen ist. Die deskriptive Methode steht nicht auf dem Standpunkt der Naturlehre, sondern auf dem der Naturgeschichte, sie führt nicht lebendig in das Wesen des chemischen Prozesses ein, sondern beschreibt chemische Körper und Reaktionen mit denselben.

Ist dieser Standpunkt wissenschaftlich nicht zu rechtfertigen, so ist er es praktisch noch viel weniger. Einerseits wird der Schüler mit Stoff überladen, andererseits wird ihm derselbe unmethodisch, d. h. ohne stufenweisen Uebergang vom Leichteren zum Schwierigeren beigebracht.

Wie geisttödtend sind in manchen Schulbüchern die Metallsalze abgehandelt. Als ob es für den Schüler das mindeste Interesse hätte oder seinen Geist schärfen könnte, zu wissen, wie gewisse Cadmium- oder Mangansalze gefärbt sind, krystallisiren, sich lösen etc. Ein früher an der Züricher Industrieschule gebrauchtes Lehrbuch enthält die Beschreibung von sage 150 Salzen. Dahin gehört auch die gewissenhafte Angabe von Schmelzpunkten, Siedepunkten und spezifischen Gewichten, womit selbst Universitätsprofessoren hie und da ihre Zuhörer regaliren. Wenn irgend wo, so passt hierher der Ausdruck leeres Stroh dreschen, denn solche todte Vorstellungsgruppen gehen entweder am Schüler spurlos vorüber oder sie werden, erzwungen angeeignet, schleunigst vergessen. Dem Unterricht wird, sobald er bei den Metallen anlangt, der Stempel der Langweiligkeit aufgedrückt, die Schulchemie selbst kommt, was das Schlimmste ist, pädagogisch in

Misskredit. Als *Non plus ultra* dieser Methode fällt mir der Vortrag eines jetzt verstorbenen Universitätsprofessors ein, der die ganze Chemie nach der deskriptiven Methode auf eine an der Tafel befestigte Rolle hatte drucken lassen. Während der Assistent die Rolle langsam abwickelte, zeigte der Hr. Professor mit langem Stab auf die einzelnen Schemata. Das nennt man am lebendigen Born der Wissenschaft trinken.

Uebrigens soll damit nicht gesagt sein, dass unter kundiger Hand, die das Wesentliche vom Unwesentlichen scheidet, nicht auch mit dieser Methode Resultate erzielt werden könnten, es ist ihr nämlich nicht abzustreiten, dass schwache Schüler, die noch nicht an den Standpunkt der Naturlehre heranreichen, sie leichter verstehen werden, allein eine ihrer Hauptschwächen bleibt noch zu erörtern.

Sie erfüllt die erste Bedingung, die die moderne Pädagogik an einen Schulunterricht stellen muss, nicht, nämlich die des methodischen Fortschreitens vom Leichteren zum Schwierigeren. So fällt nach der deskriptiven Methode die Erörterung des schwierigen Schwefelsäure-Bildungsprozesses in das erste Vierteljahr, die mehrbasischen Säuren müssen bei der Phosphorsäure also viel zu früh erwähnt werden, Aehnliches gilt für die Oxydationsstufen des Chlors, des Stickstoffs u. s. w.

Die zweite Behandlungsweise, die ich als methodische bezeichnete, sucht diese Klippen zu umschiffen, und ist jedenfalls die, der auf diesem kleinen Gebiete die Zukunft gehört. Leider zeigen die allerwenigsten Schulbücher der Chemie das Bestreben, ihr gerecht zu werden. So muss es von diesem Standpunkt aus als ein Fehler bezeichnet werden, wenn in dem neuen Grundriss der Chemie von Dr. Rüdorff, Berlin bei Guttentag (einem Buch, was im Uebrigen bedeutende Vorzüge hat), bereits in der Einleitung pag. 4 die Stöchiometrie abgehandelt wird oder, was schlimmer, auf p. 21 bereits die Werthigkeit und Typentheorie zur Erörterung kommt.

Ein Weg, den methodischen Anforderungen gerecht zu werden, besteht darin, die Natur der chemischen Prozesse als Eintheilungsgrund zu wählen und dieselben gruppenweise zu besprechen, wozu dann die chemischen Elemente und Verbindungen nur als Material dienen. Das Experiment gewinnt seine wahre Bedeutung als Illustration chemischer Grundsätze. Beispiels-

weise würde man nach dieser Methode die gesammten Oxydationserscheinungen zusammenfassen. Ausgehend von den Erfahrungen des gewöhnlichen Lebens (Rosten, Verbrennung) wird der Begriff der Oxydation im chemischen Sinn durch eine aufsteigende Stufenleiter von Experimenten und Erörterungen gewonnen. Nach Kenntnissnahme vom Kohlenstoff runden langsame und unvollkommene Verbrennung (Meilerprozess, Oxydation des Phosphors etc.) dies Kapitel zu einem Gesammtbild ab.

Ein meines Wissens erster Versuch in dieser Richtung liegt vor im „Lehrbuch der unorganischen Chemie, methodisch bearbeitet von Dr. R. Arendt, Leipzig, Voss," einem Buche, welches, wenn in zweiter Auflage die zum Theil sinnstörenden Druckfehler berichtigt sein werden, zu den besten und brauchbarsten chemischen Lehrbüchern gerechnet werden dürfte. Als Beispiel methodischer Behandlung citire ich aus diesem Buche die Oxydationsprozesse:

An Beispielen wird zunächst gezeigt, dass die Metalle sich an der Luft verändern (Veraschung). Experimenteller Nachweis, dass die Luft dabei eine Rolle spielt. (Abhalten der Luft vom Metall durch eine Boraxdecke und Glühen des Metalls in einem indifferenten Gas). Nachweis, wie die Luft sich bei der Veraschung der Metalle verändert (Ueberleiten der Luft über glühendes Kupfer und Untersuchung der so veränderten Luft, Stickstoff). Darstellung des die Veraschung bewirkenden Stoffes (Sauerstoff) aus einer der Metallaschen (Quecksilberasche). Nachweis der Analogie der Metallveraschung mit den gewöhnlichen Verbrennungserscheinungen (Phosphor und ein Licht werden im abgeschlossenen Raum verbrannt). Zurückführung beider Gruppen chemischer Erscheinungen auf dasselbe Grundprinzip. Eigenschaften und Darstellung des Sauerstoffs. Einführung der wissenschaftlichen Bezeichnungen: Oxyde, Oxydation und Verhältniss zum populären Begriff der Verbrennung. Der Verbrennungsprozess kein Vernichtungsprozess, sondern ein Umwandlungsprozess. Gewichtszunahme bei Oxydationen. Erster Hinweis auf die gewichtliche Seite des chemischen Prozesses. Unterscheidung der Oxyde nach Geschmack, Reaction und Löslichkeit. Weiteres Eingehen auf die Natur der Oxydationserscheinungen. Langsame und unvollkommene Verbrennung. Meilerprozess. Fäulniss. Verwesung. Erste theoretische Grundlage.

Es leuchtet ein, dass in ähnlicher Weise das Chlor als Prototyp einer Gruppe chemischer Verbindungen und der Schwefel desgleichen aufgefasst werden können. Da man es in all diesen Fällen mit den einfachsten binären Verbindungen zu thun hat, so kommen diese Capitel naturgemäss in den Anfang zu stehen, den Anforderungen einer rationellen Methodik ist Genüge geleistet.

Chemische Formeln und Theorien.

Die Formel als präziser, wissenschaftlicher Ausdruck des chemischen Prozesses verdient schon in der Schule besondere Berücksichtigung. Nach der Behandlungsweise der Formeln lässt sich so ziemlich der Werth eines chemischen Unterrichts bemessen, ohne Gründlichkeit in diesem Punkt artet der Unterricht in der Regel in Spielerei aus. Ist somit die consequente Anwendung der Formeln eine Nothwendigkeit, so hat sich der Lehrer doch vor mechanischem Schematismus zu hüten. Die Formel soll lebendig aus dem Prozess mit Berücksichtigung aller Thatsachen abgeleitet, nicht auswendig gelernt werden. Der Schüler soll nach und nach dazu gebracht werden, jede Formel, sobald er nur die Materialien und Produkte kennt, selbstständig abzuleiten. Daher sollten in Schulbüchern keine Faktoren angegeben sein, sondern nur das Material zu den Gleichungen, deren Aufstellung dem Schüler obliegt. Die jetzige Behandlungsweise ist eine Eselsbrücke für die Schüler, gerade so, wie wenn man hinter Rechnungsaufgaben gleich die Auflösung schreibt.

Was nun die Art der Formeln anlangt, so dürfte die dogmatische Behandlung irgend welcher rationeller Formeln auch an der Schule zu verwerfen sein. Man soll dem Schüler nicht dualistische, typische oder Strukturformeln als bombenfest richtig hinstellen, sie ihm dogmatisch oktroiren, sondern ihn von vorn herein streng auf den Standpunkt der Thatsachen stellen.

Jene dogmatische Methode bringt später, wenn der Schüler selbst nachdenkt, Zweifel und Unsicherheit hervor uud erzeugt eine falsche Grundanschauung der chemischen Verhältnisse, die ein gewissenhafter Lehrer nicht absichtlich veranlassen darf.

Als Fundament und Ausgangspunkt dient demnach die empirisch-atomistische Formel. Rationelle Formeln sind von vornherein nur als Reaktionsformeln zu fassen, die unter der Hand des Lehrers gewissermaassen eine plastische Masse

bilden, welcher je nach Bedarf die eine oder andere Gestalt gegeben wird. Dem Schüler wird die rationelle Formel im Gegensatz zur empirischen als etwas Wandelbares zum Bewusstsein gebracht und wird er späterhin darauf hingewiesen, dass nur durch tieferes Eindringen in die Grundlagen der Wissenschaft eine subjektive theoretische Ueberzeugung über die wirkliche Gruppirung der Atome erzielt werden kann. In diesem Sinn aufgefasst hat die rationelle Formel einen eminent didaktischen Werth als sinnbildliche Darstellung des chemischen Prozesses, Lehrer und Schüler werden sie immer mit Vorliebe benutzen, um eine Reaktion in ihrer Eigenthümlichkeit aufzufassen, vor allen Dingen wird der Natur nicht Zwang angethan und man nähert sich der lebendigen Realität der Dinge mehr, als durch Zugrundelegung einer erstarrten Theorie, wie der dualistischen oder typischen.

So wird man z. B., um Salzbildungen aus Säure und Basis zu erklären, eine dualistische Ausdrucksweise wählen, die Salzentstehung aus Metall und Säure veranschaulicht besser eine unitäre Formel. Je nach Zeit und Fähigkeiten der Schüler lassen sich aus einzelnen Prozessen sehr einfach typische und Strukturformeln ableiten. So ergiebt sich aus der Bildungsweise der schwefligen Säure mit Schwefelsäure und Kupfer leicht die typische Formel der Schwefelsäure, desgleichen die der Salpetersäure aus der Zersetzung salpetersaurer Oxyde schwerer Metalle beim Erhitzen. Der Schüler soll auf dieser Stufe nicht zusammenhängend in die chemischen Theorien eingeführt werden, vielmehr legt man dadurch nur Bausteine zurecht, bildet Vorstellungsgruppen, die in einem höheren Curs mit Vortheil verwendet werden können. Selbstverständlich darf die empirische Formel niemals vernachlässigt werden, wer Verwirrung der Schüler durch Formeln befürchtet, möge solche Excurse beschränken, fähigen Schülern werden sie stets anregend und fördernd sein.

Eine Spezialfrage ist die, ob die Lehre von der Werthigkeit für die Schule zu benützen sei. Diese Lehre, die ja eigentlich zunächst nur eine Umschreibung resp. Gruppirung der Thatsachen ist, bringt dem Schüler gewisse allgemeine Vorstellungen über die Natur der Elemente und Verbindungen, erleichtert ihm das Behalten der Formeln wesentlich und ist zudem für die organische Chemie unentbehrlich. Damit ist ihre Einführung wohl hin-

länglich motivirt. Dem Schüler unfassbare Schwierigkeiten bietet sie nicht im Geringsten, eben weil sie nur eine Umschreibung, keine Erklärung der Verbindungsverhältnisse giebt; dagegen erleichtert sie die Orientirung ausserordentlich. Ich wende zur Erläuterung der Werthigkeit im Anfang viereckige Holzmodelle, später nur noch Striche an. Die Grösse der Holzmodelle versinnlicht die Grösse der Werthigkeit, der 4werthige Kohlenstoff ist im Modell 4mal so gross wie der einwerthige Wasserstoff. Dass der Schüler die Grösse der Modelle für die relative Grösse der Atome halte, ist nicht zu befürchten, wenn man von vornherein ausdrücklich das Gegentheil behauptet. Durch Farben die Modelle noch kennzeichnen zu wollen, würde freilich diese Verwechselung begünstigen und wäre ausserdem eine verwerfliche Spielerei.

Wenn die soeben aufgestellten Grundsätze für den chemischen Schulunterricht richtig sind, so beantwortet sich die im Anfang unter 2) aufgestellte Frage von selbst. Ein so gegebener Unterricht muss geistesbildend wirken, und ist eine gute Schule induktiven, naturwissenschaftlichen Denkens, deren Wichtigkeit fürs Leben wohl Niemand bestreiten wird.*) Das Utilitätsprinzip, welches praktische Abrichtung für gewisse Berufsarten bezweckt, dieser Krebsschaden mancher Realschulen, ist von vornherein unmöglich gemacht, die Chemie tritt in die ihr gebührende Rolle als wesentliches Bildungsmittel des Geistes in real-humanistischer Richtung ein.

---

*) Empfehlenswerth wäre es, die mancherlei Beispiele, die Chemie und Physik bieten, zu benutzen, um die Schüler der höchsten Klasse in die Prinzipien der induktiven Logik nach John Stuart Mill einzuführen. Ich halte dies sogar für eine Nothwendigkeit und für eine Vertiefung der Aufgabe der Realschule. Freilich wäre wenig zu erwarten von der formalen Schullogik, deren erstarrter Formelkram vielmehr durch eine lebendige Einführung in die Gesetze des Denkens mit besonderer Berücksichtigung der Art und Weise, wie die Naturforschung ihre Resultate erlangt hat, zu ersetzen wäre.

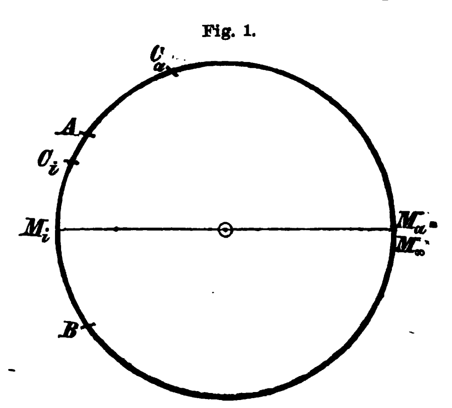
Konstruktion mnemonischer Figuren vermittelst der Darstellung einer Geraden als eines Kreises von unendlich grossem Radius.

Vom Gymnasiallehrer PLAGGE zu Essen a. d. Ruhr.

Um die Schwierigkeiten zu heben, welche dem Anfänger der Durchgang eines Punktes, resp. des Werthes einer Funktion durch das Unendliche zu machen pflegt, habe ich seit mehreren Jahren angefangen, die Schüler möglichst bald, in der Regel in Sekunda, mit der der modernen Geometrie geläufigen Auffassung einer unbegrenzten Geraden als eines Kreises von unendlich grossem Radius vertraut zu machen. Eine passende Gelegenheit, diese Auffassung in den Kreis der geometrischen Vorstellungen einzuführen, bietet mir z. B. der Satz, dass die Halbirungslinie eines $\left\{\begin{matrix}\text{Innen-}\\ \text{Aussen-}\end{matrix}\right\}$ Winkels eines Dreiecks die Gegenseite $\left\{\begin{matrix}\text{innerlich}\\ \text{äusserlich}\end{matrix}\right\}$ nach dem Verhältnisse der beiden andern Dreiecksseiten theilt, und die sich daran schliessende Definition der harmonischen Theilung einer Strecke. Von dieser neugewonnenen Anschauung pflege ich alsdann möglichst vielseitigen Gebrauch zu machen, insbesondere bei der Diskussion von Dreiecks- und Viereckskonstruktionen, von Kreis- und Theilungsaufgaben, bei denen durch stetige Veränderung irgend eines Bestimmungsstückes ein Durchgang eines Punktes durch das Unendliche stattfindet. Ich erhalte dadurch zugleich ein bequemes Mittel, um den Schülern den Verlauf von Funktionen, also insbesondere der trigonometrischen, die zugeordneten Wege der beiden Theilpunkte einer harmonisch getheilten Strecke,

des Lichtpunktes und Bildpunktes bei sphärischen Spiegeln etc. durch eine einfache Zeichnung zu veranschaulichen und so dem schwachen Gedächtnisse zu Hülfe zu kommen. Die günstige Wirkung, welche ich von dieser Darstellung für das geometrische Anschauungsvermögen der Schüler beobachtet zu haben glaube, veranlasst mich, den Herren Fachkollegen zur gefälligen Prüfung in möglichster Kürze die Hauptzüge derselben, sowie ihre Verwendung zur Konstruktion mnemonischer Figuren mitzutheilen.

Fig. 1.



Soll ein Punkt eine unbegrenzte Gerade durchlaufen, so ist dieselbe als ein Kreis mit unendlich grossem Radius zu betrachten. Daraus folgt sofort der wichtige Schluss, dass eine Gerade nicht zwei, sondern nur einen unendlich entfernten Punkt, den Unendlichkeitspunkt, hat. Zwei Punkte A und B Fig. 1 auf der Geraden begrenzen daher zwei Strecken, eine endliche, welche den endlichen Mittelpunkt M_i, und eine unendliche, welche den unendlichen Mittelpunkt $M_a = M_\infty$ besizt. Unter der Strecke AB schlechtweg versteht man die endliche Strecke zwischen A und B. M_i heisst der innere Mittelpunkt oder schlechtweg Mittelpunkt, M_∞ der äussere Mittelpunkt oder Unendlichkeitspunkt. Demnach ist der Unendlichkeitspunkt der diametrale Gegenpunkt des Mittelpunktes einer beliebigen auf der Geraden angenommenen Strecke. Ein Punkt $\left.\begin{matrix} C_i \\ C_a \end{matrix}\right\}$ liegt $\left\{\begin{matrix} \text{innerlich} \\ \text{äusserlich} \end{matrix}\right\}$ auf der Strecke AB, jenachdem er mit $\left.\begin{matrix} M_i \\ M_\infty \end{matrix}\right\}$ auf demselben der beiden Bögen des unendlichen Kreises liegt, welche durch die Endpunkte der

Strecke gebildet werden. Die Strecke heisst in $\left\{\begin{array}{l} C_i \text{ innerlich} \\ C_a \text{ äusserlich} \end{array}\right\}$ getheilt. Unter den Segmenten der getheilten Strecke sind die Entfernungen des Theilpunktes von den Endpunkten der Strecke, also $\left\{\begin{array}{l} AC_i \text{ und } BC_i \\ AC_a \text{ und } BC_a \end{array}\right\}$ zu verstehen. Bei $\left\{\begin{array}{l} \text{innerlicher} \\ \text{äusserlicher} \end{array}\right\}$ Theilung liegen die Segmente $\left\{\begin{array}{l} \text{neben} \\ \text{über} \end{array}\right\}$ einander und man erhält die ganze Strecke durch $\left\{\begin{array}{l} \text{Addition} \\ \text{Subtraktion} \end{array}\right\}$ der Segmente. Dass diese Definitionen sich leicht auf die Theilung eines Winkels übertragen lassen, bedarf wohl kaum der Erwähnung.

Soll ferner behufs graphischer Darstellung der Veränderungen des Werthes einer Funktion die unendliche Zahlenreihe durch eine Gerade veranschaulicht werden, so werden der Nullpunkt M_i und der Unendlichkeitspunkt M_a diametrale Gegenpunkte, und der eine Halbkreis stellt die Reihe der positiven, der andere die der negativen Zahlen dar. Es sind also 0 und ∞ die Punkte, in denen die beiden Zahlengebiete zusammenstossen, und können aus diesem Grunde mit dem doppelten Vorzeichen versehen werden, wobei durch die Reihenfolge dieser Zeichen zugleich die Richtung des Durchganges bezeichnet werden kann. Die Bewegung eines Punktes durch die unendliche Zahlenlinie heisst steigend, wenn der Uebergang aus dem negativen ins positive Gebiet bei 0, der Uebergang aus dem positiven ins negative Gebiet also bei ∞ stattfindet. Die Bewegung in entgegengesetzter Richtung heisst fallend. Demnach kann der Verlauf der trigonometrischen Funktionen (welchen ich der Anschaulichkeit wegen vermittelst der bekannten trigonometrischen Linien am Kreise zu entwickeln pflege) für wachsende Winkel durch die Figuren 2, 3 und 4 dargestellt und dem Gedächtnisse eingeprägt werden. Je zwei reziproke Funktionen sind in einer Figur vereinigt, *sin* und *cosec* in Fig. 2, *cos* und *sec* in Fig. 3, *tang* und *cot* in Fig. 4. Ausser den Punkten 0 und ∞ bedarf man in Fig. 2 und 3 nur noch die Punkte $+1$ und -1. Die Figuren enthalten das Wichtigste, was der Anfänger über den Verlauf der Funktionen sich zu merken hat. Die Nummern I bis IV bedeuten die Quadranten, die Länge der Pfeile gibt die Zahlen-

gebiete an, innerhalb deren die Funktionen in den einzelnen Quadranten sich bewegen, die Richtung der Pfeile zeigt die Richtung dieser Bewegung, die Endpunkte derselben die Werthe der Funktionen für die Grenzwinkel 0^0 (360^0), 90^0, 180^0 und 270^0 an. Aus den Figuren ergibt sich, dass in demselben Quadranten je zwei reziproke Funktionen stets dasselbe Vorzeichen, aber entgegengesetzte Bewegungsrichtung haben, dass die eine durch 0 geht, während die andere durch ∞ geht, dass sie in den Punkten $+1$ und -1 sich begegnen, dass *sin*, *cos*, *sec*, *cosec* bei $+1$ und -1 ihre Richtung umkehren, während $\left\{\begin{array}{c} \mathit{tang} \\ \mathit{cot} \end{array}\right\}$ beständig ihre $\left\{\begin{array}{c} \text{steigende} \\ \text{fallende} \end{array}\right\}$ Bewegung beibehält, ferner, dass für die beiden letztgenannten Funktionen die Periode nur zwei, für die übrigen dagegen vier Quadranten beträgt, dass $\left\{\begin{array}{c} \mathit{sin} \text{ und } \mathit{cos} \\ \mathit{cosec} \text{ und } \mathit{sec} \end{array}\right\}$ sich nur in der $\left\{\begin{array}{c} \text{endlichen} \\ \text{unendlichen} \end{array}\right\}$ Strecke zwischen $+1$ und -1 bewegen, während *tang* und *cot* das ganze Zahlengebiet durchlaufen. Wichtig zu bemerken ist noch, dass man aus dem Verlauf einer Funktion den Verlauf der re-

Fig. 2.

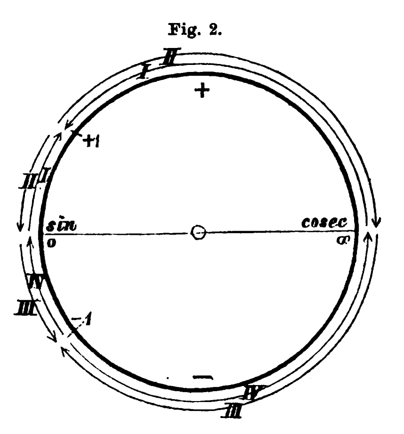


Fig. 3.

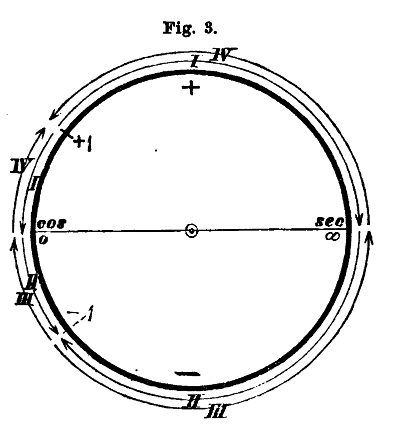
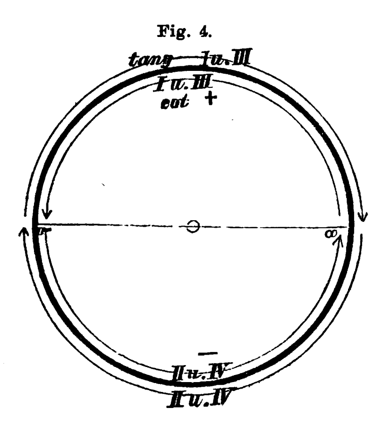
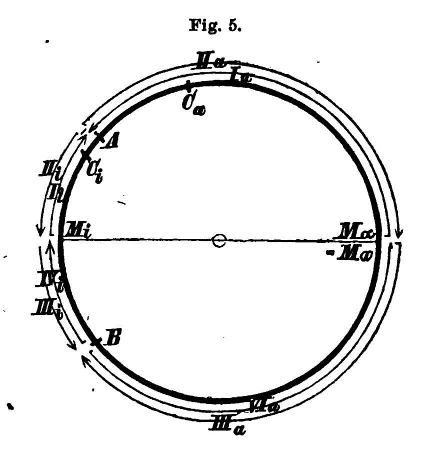


Fig. 4.



ziproken durch blosse Vertauschung von 0 und ∞ erhält. Die Vergleichung der Figuren 2 und 3 ergibt endlich, dass die Wege von *cos* und *sec* aus den Wegen von *sin* und *cosec*, und umgekehrt, durch cyklische Verschiebung der Nummern um 1 erhalten werden. Die Vergleichung der Wege des *sin* und *cos* (oder auch *cosec* und *sec*) mit den Phasen eines schwingenden Pendels, der Veränderung der Mittagshöhe der Sonne im Laufe des Jahres u. dgl. liegt nahe und kann für den Anfänger mit Vortheil verwandt werden. Nur Eins geht in unsern Figuren verloren, nämlich die Geschwindigkeit der Veränderungen der Funktionen bei gleichförmig wachsendem Winkel, indess lässt sich diese anschaulich machen, wenn man den Verlauf der Funktionen mit Hülfe der trigonometrischen Linien am Kreise verfolgt. Die Darstellung der Funktionen vermittelst rechtwinkliger Koordinaten, welche diesen Mangel beseitigen würde, habe ich, weil es den Schülern auf der Stufe, wo sie zuerst in die Trigonometrie eingeführt werden, noch an den nöthigen Vorbegriffen aus der analytischen Geometrie zu fehlen pflegt, als zu zeitraubend und zum Theil auch noch zu schwierig seit längerer Zeit fallen gelassen.

Fig. 5.



Die zugeordneten Wege der Theilpunkte C_i und C_a einer harmonisch, d. h. zugleich innerlich und äusserlich nach demselben Verhältnisse getheilten Strecke AB zeigt Fig. 5. Die bekannte Beziehung, dass $M_iC_i \cdot M_iC_a = (\frac{1}{2}AB)^2 = (M_iA)^2$ ist, ergibt die Identität dieser Figur mit Fig. 2 (oder mit Ver-

schiebung der Nummern mit Fig. 3), wenn man A und B an die Stelle von $+1$ und -1 gesetzt denkt.

Fig. 6.

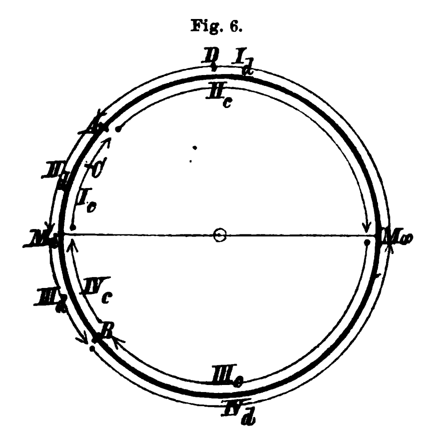


Fig. 6 stellt die zugeordneten Wege des Lichtpunktes C und des Bildpunktes D beim sphärischen Spiegel dar, wenn B der sphärische Mittelpunkt des Spiegels, A der Kugelmittelpunkt, und die Mitte von AB, nämlich M_i der Brennpunkt ist. Die Zeichnung bleibt natürlich auch richtig, wenn D den Lichtpunkt und C den Bildpunkt vorstellt.

Die angeführten Beispiele mögen genügen, um zu zeigen, in welcher Weise sich die Auffassung einer Geraden als eines Kreises mit unendlich grossem Radius mit Nutzen im Unterrichte verwerthen lässt. Wer von den Fachkollegen mit dieser Art der Darstellung einen Versuch zu machen veranlasst sein sollte, würde die mitgetheilte Sammlung von mnemonischen Figuren leicht durch Anwendungen ähnlicher Art erweitern können.

Noch einmal die neuere Geometrie und die unendlich entfernten Gebilde.

Von F. Carl Fresenius in Frankfurt a. M.

Noch zu unsern Gedenkzeiten lebte auf irgend einer deutschen Universität eine alte Ruine von Gelehrten, die zu erzählen pflegte: Als ich vor so und so vielen Jahren in Paris studirte, wollte damals ein Naturforscher gefunden haben, dass das Wasser aus zwei Luftarten bestehe; ich glaube aber an dergleichen Neuerungen nicht. — Wir, die wir in den dreissiger oder anfangs der vierziger Jahre unsres Jahrhunderts unsre Studien gemacht haben und hernach gleich bis über den Kopf in eine uns völlig occupirende praktische Wirksamkeit gerathen sind, befinden uns jetzt fast in Gefahr, für ebenso vorsündfluthlich gehalten zu werden als jenes gute Männchen, das noch nicht an den Sauerstoff glauben konnte. Denn wenn Unsereiner einmal wieder in die Litteratur blickte oder mit einer unterdessen aufgeschossenen wissenschaftlichen Menschenpflanze zusammentraf, wurde er vom Bericht so grosser und wunderbarer Veränderungen überrascht, die, seitdem er sie verlassen, die Welt erfüllt hatten, dass er im ersten Schrecken wohl gern seinen ganzen Schulsack aufs freie Feld ausgeleert hätte. Und zwar fast in allen Fächern gings ihm so: Wollte der Gute sein sauer gelerntes Latein einmal wieder zu Markte bringen, so wurde er mit vornehmem Lächeln berichtigt, dass man jetzt nicht mehr bloss die *paenultima*, sondern jede Silbe streng nach der Quantität spreche und dass dieses und jenes Wort in den neuen Classikerausgaben nur noch so geschrieben vorkomme, wie es nach unterdess ermittelten Grundsätzen zu schreiben sei, nicht wie es bisher die barbarischen Jahrhunderte geschrieben. In der Botanik und Zoologie waren wieder einmal neue Nomenclaturen, in der Geognosie ein ganz neues System, wenn nicht gleich ein paar eingeführt worden. Die Geographie stellte die Forderung,

dass alle noch so kauderwälschen Namen genau in der Mundart der Ortseinwohner gesprochen würden. Die Chemie hatte alle ihre Formeln umgeschrieben, so dass man sich mit den alten nirgens mehr auskannte. Ja fast hättten die Germanisten es schon durchgesetzt, die liebe gothische Cursivschrift mit den gross geschriebenen Substantiven unter den alten Bafel zu werfen. Es thäte noth, man finge wieder an und würde Schüler seiner Schüler.

Was sollen wir Alten aber sagen, wenn nun auch die festesten Säulen wanken, wenn unsre Geometrie gar nicht mehr recht wahr ist und eine neuere, organischere, consequentere auftritt, nicht nur zum Geheimbesitz der Gelehrteu, sondern bereits mit dem Anspruch, der Schuljugend eingetrichtert zu werden? Ist man da nicht völlig so übel daran als Schulmeister Agesilaus, da er seinen Schulkindern nach Anweisung einer neuen philosophischen Sprachlehre, die er selbst nicht in seinen alten Kopf brachte, das A B C lehren sollte?

Wer sich nicht zur modernen lateinischen Orthographie bequemt und schnell und ganz an sie gewöhnt hat, was hilft es dem, dass er seinen Cäsar und Tacitus, Horaz und Virgil (ja so! Vergil,) recht gut gefasst und sich daran gefreut hat; er darf sich doch nicht mehr sehen lassen. Ebenso wenig wird man, wenn es so fort geht, in mathematischen Dingen von einem ferner hören wollen, und wäre er noch so fest in seiner alten Geometrie und mit Hülfe derselben immer mit den räumlichen und physikalischen Hauptfragen leidlich fertig geworden, der nicht zur Fahne der neueren Geometrie schwört.

Das sind so ungefähr die kleinmüthigen Gedanken, welche zuerst über Einen herfallen, wenn er von weitem, z. B. in stolzen Vorreden von der neuen Aera in geometrischen Dingen vernimmt. Gehört er zu den hartnäckigen Naturen, so fasst er sogleich ein feindseliges Vorurtheil gegen die neue Lehre und beschliesst nach den ersten paar Seiten, die er gelesen, es sei das moderner Schwindel, von dem man keine Notiz zu nehmen habe. Ist er geschmeidig von Sinnesart, so verliebt er sich alsbald ins Neue und beeilt sich alles Alte über Bord zu werfen. Jugendlichen Gemüthern aber sagt nicht selten gerade das etwas Paradoxe, das sich alsbald einfindet, besonders gut zu und sie sehen es schon als den Hauptvorzug

der neuen Methode an, dass sie uns Gelegenheit zu kühneren Gedankenwagnissen giebt, als sie auf der breiten Heerstrasse der alten Weise zu finden waren und mit dem reinen Gedanken selbst dahin vorzudringen weiss, wo die sinnliche Bestätigung alle Stütze versagt.

Wenn es mit der Einführung in der Schule nicht pressirt und wir von den Enthusiasten nicht gedrängt werden, sollten, denk' ich, auch wir Leute der alten Schule uns mit dem Neuen und den Neuen recht gut verständigen. Was aber die Schulpraxis betrifft, bleiben wir hartnäckig, wir, die wir nicht gern die Pyramide an der Spitze zu bauen anfangen. Der Satz, dass dem Schüler die neueste — gleichsam siegreich gebliebene — Phase der Wissenschaft sogleich gegeben werden solle, ist sehr bedenklich. Eher möchte ich dem andern Extrem *cum grano salis* beistimmen: er solle den Gang von Anfang durchmachen, den die Wissenschaft in ihrem geschichtlichen Verlauf selbst gegangen ist. Was soll auch hier in unsrer Wissenschaft mit der neusten Phase gerade geholfen sein? Der Schüler soll doch denken lernen. Ist ihm dafür der einfache, wenn ihr denn so wollt — stückweise Gang der Alten schädlich? Soll er gleich in der rundesten allgemeinsten Form denken lernen? Wenn etwas langsame Vorbereitung am Concreten nöthig hat, so ist es das abstrakte Denken. — Referent hat in früheren Zeiten manchen Strauss darüber gehabt, dass er, zum Abscheu der fertigen Mathematiker, einen Anschauungscursus vorausgeschickt, bei dem noch gar nicht allgemeine Wahrheiten, sondern nur sinnlich an den einzelnen Objekten Gesehenes ausgesprochen werden durfte, damit das Kennen früher da sei, als das Wissen. Er steht noch auf seiner Ansicht. Wieviel mehr wird er also in der Disciplin selbst der Einzelauffassung der Gebilde vor der Methode des Vorausumfassens bei der pädagogischen Praxis den Vorzug geben. Wenn der Geist reif ist, klebt er von selbst nicht mehr am Kleinlichen. Aber für immer verpfuscht für Abstraktes wird der Geist werden, der die Stufe des Concreten nie betreten hat. Wenn ein einzelner Primaner, — sei es meinetwegen auch ein Sekundaner — von seinem eignen Ingenium getrieben wird, einen allgemeineren Satz für viele specielle Sätze zu suchen, so wird er Mittel finden, diesen Drang zu befriedigen. Er wird dabei etwas

lernen. Aber gereicht, ehe sich der Hunger einstellt, würde die Speise zwecklos und unverdaulich bleiben. Auch die alte Methode hat Mittel genug, diesen Schritt zum immer allgemeineren, immer grossartigeren Umblick hinzuleiten. Nach der Schulzeit ist Platz für Philosophisches. Dass es aber zur neueren Geometrie eines besondren Organs, eines vorher zu pflegenden neuen Sinnes bedürfte, oder dass es nöthig wäre, von alten Vorurtheilen, die ihrer Auffassung schlechterdings im Wege, zu entwöhnen, wüsste ich nicht einzusehen. Ich denke, wer sonst gut und gewandt mathematisch denken gelernt hat, wie man es an jedem Zweige übt, dem könnte es auch hier nicht fehlen.

Doch nun zur Sache selbst. — Continuität und Reciprocität werden als die zwei Hauptmerkmale der neueren Geometrie gepriesen. Continuität, Lücken- oder Ausnahmslosigkeit soll die Methode dadurch haben, dass sie alle ihre Sätze gleich übergreifend über alle Fälle erweist. Auch andre Methoden haben das nach Kräften gethan, z. B. die Descartes'sche Geometrie. Und auch die neue Methode wird dadurch, dass sie eben doch Bedingungen stellen muss, ihre Gesetze auf Fälle beschränken. Sie wird, z. B. wenn sie von Liniengruppen spricht, solche in der Ebene von denen im Raum trennen. Dass sie übrigens in weiterem Sinn zu umfassen lehrt als eine frühere, muss ihr gewiss zugestanden werden. — Was die Reciprocität anlangt, die Gruppirung von Sätzen, die verschiednen Gebieten angehörend sich entsprechen, so ist der Hauptgewinn derselben, dass man auf die Möglichkeit gewisser Sätze erst aufmerksam gemacht wird, indem jede entdeckte Wahrheit der einen Reihe zu einer entsprechenden der andern führt. Vergessen darf dabei nicht werden, dass ohne den strengsten Beweis der allgemeinen Zulässigkeit solcher Parallelisirungen kein Satz der einen Reihe für einen der andern Reihe bindende Kraft hätte. So dürfen die Gesetze, die für Punktreihen gelten, erst dann auf die Strahlenbüschel übertragen werden, wenn der organische Zusammenhang beider Formen erwiesen ist, ein Erweis, der für manche Gruppen, wie mir scheint, bisweilen etwas leicht genommen und durch Analogie ersetzt wird. Gerade diese Vorzüge, die Pflege der Continuität und der Reciprocität nun schaffen auch in der neueren Geometrie

die Aussagen, welche noch vielfach als Steine des Anstosses gelten.

Mir, der ich Neuling in der Sache bin, aber nicht böswilliger, scheint, was diese eigenthümlichen Paradoxa betrifft, ein Unterschied gemacht werden zu können zwischen solchen, bei welchen ein Compromiss mit unsrer gewohnten Anschauung möglich ist und solchen, bei denen er nicht möglich ist.

Zu den ersteren rechne ich den Satz, dass sich parallele Linien bei unendlicher Verlängerung nach einer Seite hin treffen. Wir werden ihn zwar nicht den Anfängern sagen; denn die könnten noch daran irre werden. Für sie ist er auch entschieden nicht wahr. Später leitet sich von selbst allmählig erst die Erkenntniss ein, dass praktisch solche Linien, welche von einem entfernten Punkte herkommen, schwer von Parallelen zu unterscheiden sind und zwar um so schwerer, je entfernter jener Punkt uns liegt.

Es folgt die Bemerkung, dass im beweglichen rechtwinkligen Dreieck z. B. zugleich bei der Annäherung eines spitzen Winkels an 90^0 der Schnittpunkt der beweglichen Hypotenuse und einer Kathete mit zunehmender Geschwindigkeit in die Ferne flieht, dass sich das immer raschere Wachsen dieser beiden Linien gerade in dem Augenblick unsrer Beobachtung entzieht, in welchem der Winkel zum rechten wird. Auch der Schüler wird sich dann den Ausdruck gefallen lassen, dass nun der Schnittpunkt mit dem Eintritt der Parallelität ins Unendliche gerückt sei. Das Zeichen ∞ für die trig. tang 90^0 erzeugt kein Bedenken, wenn man es so interpretirt, dass je grösser bei gleichbleibender anliegender Kathete die gegenüberliegende Kathete werde, um so näher der Winkel dem Rechten komme (um so wahrer die Gleichung tang $90^0 = \infty$ sei, welche mit dieser Interpretation nur eine Näherungsgleichung ist, d. h. eine Tendenz zur Wahrheit hin enthält).

Als ein festes Zeichen z. B. für eine Zahl, welche grösser sei als jede angebbare, erregt das ∞ immer wieder Zweifel und Verwirrung. Uebrigens enthält der beliebte Ausdruck: „grösser als jede angebbare“ gerade so sehr diese Tendenz, dieses ziellose Streben, nur, wie mir scheint, entschieden weniger deutlich als wenn die Einkleidung in die Form des je und desto gewählt wird.

Ist man aber mit den Schülern über diese Interpretation, die sich auf alle Fälle anwenden lässt, bei welchen das ∞ vorkommt, einig geworden, so lässt es sich unbedenklich gebrauchen und es hat nicht die geringste Schwierigkeit vom unendlich entfernten Schneidepunkt der parallelen zu sprechen.

Weniger kann ich mich mit der Darstellung einverstanden erklären, bei welcher der Abstand der Parallelen in der Ferne deshalb für immer kleiner gelten soll, weil er es relativ gegen die Entfernung von uns sein würde. Denn im Grunde hat er ja mit der Entfernung von uns nichts zu thun, ja ich glaube, unsere Vorstellung läuft ihm nach, wenn er fortgerückt wird.

Auch an dem Schneidepunkt wird wohl die Sache gepackt. Es heisst, dieser Punkt sei in der Unendlichkeit der Art, dass er nicht mehr an die Bestimmung endlicher Punkte gebunden sei. Er dürfte schon etwas ausgedehnt sein und werde von ferne doch noch als Punkt gelten. — Ist er einmal so breit wie der Abstand der Parallelen, so münden diese beide in ihn. — Dies ist, wird man mir zugeben, eine plumpe Sorte von Punkten, die trotz ihrer ehrfurchterweckenden Entfernung doch ihre Sache diskreditirt.

Wo einmal Parallelebenen mit unendlicher Erweiterung gedacht werden sollen, wie in der mathematischen Geographie wahrer und scheinbarer Horizont, da wird ihr Duchschnitt an der Himmelskugel, für welche der Radius unendlich ist, ohne Schwierigkeit als ein einziger Kreis erkannt. Ebenso wird ein Kreisbogen um so leichter mit einer geraden Linie vertauscht, je grösser seine absolute Länge im Verhältniss zu seiner Drehungsgrösse ist.

Wir übergehen ähnliche Fälle, weil sie nicht Streitobjekte sein werden und wenden uns zu den schwierigeren:

Die neuere Geometrie nimmt den Satz in Anspruch, dass alle Punkte einer Geraden, welche nach einer Seite in der unendlichen Endfernung liegen, für einen einzigen zu nehmen seien, gleichsam zu einem Punkt einschrumpfen. Nach einigem Ueberlegen und Zurechtmachen wird sich auch damit unsre Vorstellungskraft noch versöhnen lassen. Freilich ist der unendlich ferne Punkt nichts Ruhendes, also auch kein *non plus ultra*. Aber wir sehen doch sogleich ein, dass von den Punkten, welche irgend hinter dem liegen, den unsre Phantasie sich

einmal als den unendlich fernen gefallen lassen wollte, durchaus nichts anders mehr zu sagen sein kann als von ihm selbst, dass sie also bei der Regel je mehr, desto mehr alle schon mitbegriffen sind. Dass z. B. hinter der Schneidung der Parallelen noch etwas, etwa Divergenz, vorgehen sollte, kommt nach unsrer Interpretation Niemanden in den Sinn.

Auf völlig andern Boden aber kommen wir bei der wichtigen Behauptung der neueren Geometrie: dass die nach beiden Seiten einer Geraden in unendlicher Entfernung liegenden Punkte ein einziger seien. — Ehe wir auf die Gründe, welche für diese Angabe in der neuen Wissenschaft geltend gemacht werden, näher eingehen, wollen wir uns möglichst scharf vergewissern, ob sie sich denn nicht auch irgendwie unsrer Vorstellung näher bringen lässt.

Die verschiedenen Behandlungen der höheren oder neueren, oder auch organischen Geometrie (alle diese Namen führt sie) versuchen selbst z. Th. solche Wege. So ist Witzschel's Darstellung ungefähr folgende: Wird ein Punkt auf einem Kreis ins Auge gefasst, so wird der diametrale Gegenpunkt desselben immer weiter von dem ersten Punkt entfernt sein, als irgend ein andrer Punkt des Kreises. Dies bleibt auch wahr, wenn wir den Radius des Kreises unendlich gross werden lassen. Ein endliches Stück dieses Kreises kann uns als die Gerade gelten und der Gegenpunkt, welcher weiter entfernt ist, als jeder andere noch so entfernte Punkt, verbildlicht uns die Behauptung, dass die beiden unendlich fernen Punkte zusammentreffen.

Ich bemerke dazu: Es ist, wie gesagt, zuzugeben, dass ein Kreisstück beim Uebergang des Radius ins unendlich Grosse als Gerade angesehen werden kann; nicht aber das umgekehrte: Eine als gerad angenommene Linie kann nur mit der grössten Willkühr allgemein als Stück eines unendlich grossen Kreises gefasst werden. Denn da in ihrer Annahme keine Krümmung liegt, wäre schon die Wahl einer Richtung, nach der das Centrum läge, eine baare Willkühr. Dass dieses ein vergeblicher Versuch ist, es als eine allgemeine Eigenschaft jeder Geraden darzustellen, dass sie sich — es kurz auszudrücken — in der Unendlichkeit in den Schwanz beisse, geht schon daraus hervor, dass die Consequenz, durch welche die höhere Geometrie

zu diesem Satz gelangt, eine solche Anschauung nicht kennt und verschmähen müsste. Die meisten der mir vorliegenden Werke (z. B. Schröter, Paulus, Steiner selbst) suchen ihn so zu veranschaulichen, dass der Strahl eines Strahlenbüschels, dessen Centrum ausser der Linie liegt, continuirlich über die Linie gleite und dass bei diesem Gleiten, so bald der unendlich ferne Punkt der einen Seite erreicht sei, unmittelbar von der Gegenrichtung des Strahls der unendlich ferne Punkt der andern Seite erfasst werde. Diese Continuität der Bewegung des Strahls und sogar der begleitenden Vorstellung kann man gelten lassen, ohne den Schluss zuzugeben, dass sich desshalb jene Punkte der Geraden irgend berührten. Jedenfalls ist die Versinnlichung mit der erstgenannten durchaus unverträglich. Nur haben sie das gemein, dass sie beide den prinzipiellen Unterschied zwischen der geradlinig fortschreitenden Bewegung, die immer neue Punkte aufsucht und der drehenden, die in sich zurückkehrt, künstlich zu verwischen suchen. Nebenher werden dann von den verschiednen Autoren (Steiner, Reye u. A.) Hindeutungen gemacht, dass viele spätere Thatsachen diese Annahme bestätigen würden, z. B. der einmalige Durchschnitt der Hyperbelasymptote mit den beiden Curvenzweigen. (Nach Witzschel's Erklärung müsste sich die gesammte Hyperbel rund auf einer Kugel zeichnen, also aufhören eine ebene Kurve zu sein. — Uebrigens hat die analytische Geometrie nicht auf einen einzigen Asymptotenschnitt geführt: Nimmt man die Asymptoten zu Coordinaten, so sagt die Gleichung: je grösser der positive Werth von x, desto kleiner der positive Werth von y und je grösser der negative Werth von x, desto kleiner der negative Werth von y.)

Besonders aber wird betont, dass die Continuität des Systems diese Annahme fordere. Das Letzte ist vollkommen einzusehen; aber wer fordert diese Continuität? Es kommt eben darauf an, welche Opfer man ihr zu bringen im Stande ist. Oder soll das Spätere das Frühere bestätigen, damit dieses wieder jenes erweise? Die Freude darüber, dass mit dieser Continuität, mit dieser Reciprocität dann weithin durch alle Gebiete Alles übereinstimme und alle Methoden sich vereinfachen, ist sehr verführerisch. Sie gleicht jener Behauptung, dass in der Natur stets die einfachste Combination, z. B. des Weltgebäudes, die

wahre sei, eine sehr verlockende, aber logisch nicht brauchbare Beweisführung.

Kommen wir endlich noch auf den algebraischen Beweis des vorliegenden Satzes:

Wird ein Stück *ab* einer Geraden als gegeben betrachtet, so ist durch den speciellen Werth des Modulus $\frac{ac}{cb}$ ein einziger Punkt der Geraden unzweideutig bestimmt. Den Beweis hierfür übergehe ich jetzt. Die Richtungen nach rechts: von *a* nach *b* positiv, also die entgegengesetzte negativ gerechnet, erhält jeder Punkt *c* der Geraden zwischen *a* und *b* einen Modulus von positivem Zähler und Nenner, da *ac* wie *cb* nach rechts laufen. Liegt *c* links von *a*, so ist der Zähler des Modulus negativ, der Nenner positiv. Das Umgekehrte tritt ein, wenn *c* rechts von *b* liegt. Beide letztere Moduln wären also, algebraisch betrachtet, mit dem Minuszeichen zu versehen. Rückt nun *c* nach der rechten oder linken Seite in unendliche Ferne, so liesse sich der Modulus $\frac{\infty}{-\infty}$ und $\frac{-\infty}{\infty}$ schreiben und beides als -1 betrachten. Aus der Einheit dieses Ausdrucks folgert man die Identität jener beiden unendlich entfernten Punkte. (Grade wie man oben aus der Einheit des Falles der Parallelität auf die Einheit der Schneidung schliessen zu müssen glaubte.)

Hier beruht alles auf der Vertretung eines Räumlichen durch einen algebraischen Quotienten. Eine Raumgrösse durch eine andre homogene zu messen und ihr Mass durch eine absolute Zahl auszudrücken, wird Niemand Bedenken tragen. Was für einer Deutung ist es aber fähig, wenn der Richtung nach entgegengesetzte Strecken durch einander dividirt, an einander gemessen werden sollen? Ist ihr Gegensätzliches zu behandeln wie das algebraisch Gegensätzliche? Die Zeichenregel in der Division gründet sich einzig auf die der Multiplikation. Diese aber beruht auf psychologischen Gegensätzen, deren Consequenzen nicht ohne Weiteres auf Räumliches Anwendung finden können*). Ich weiss wohl, dass man auf einer gewissen Höhe der Wissenschaft genialer mit der Anwendung absoluter

*) Meine Ansicht über diese Dinge, welche hier zu entwickeln zu weitläufig wäre, findet sich in dem Versuch: die psycholog. Grundlagen der Raumwissenschaft 1868. § 26 und flgg.

Formen umzugehen pflegt, aber darum eben haben solche Analogiebeweise auch noch keine bindende Kraft.

Man könnte an dem ebengeführten Beweis Vergeltungsrecht üben und nachweisen, dass am Punkt *b* angekommen der Punkt *c* einem Doppelwerth, einem Uebergang von $+\infty$ zu $-\infty$ entspreche, dass also im Punkt *b* zwei Punkte stecken müssten, noch dazu zwei Punkte, deren Abstand das doppelte Unendliche betrüge. Warum nicht? Wenn es einmal darauf ankommt, Absurdes glauben zu müssen, so ist dies nicht absurder als dass sich die Gerade wieder in den Schwanz beisse.

Denn mit dem Sprüchwort *les extrêmes se touchent* oder mit der Belehrung, dass im ∞ ein continuirlicher Uebergang vom Positiven ins Negative und umgekehrt stattfinde und dass dieses die Analysis längst wisse, ist uns nicht geholfen. Wenn's an's Eskamotiren geht, könnten wir gleich sagen: Jener unendlich ferne Punkt ist — wie bei den Parallelen — nicht mehr zur Ausdehnungslosigkeit verpflichtet und wenn er da doch wachsen darf, so mag er gleich ins Unendliche wachsen; dann verschlingt das Ungeheuer Endliches und Unendliches und da finden sich gewiss auch jene beiden Endpunkte in seinem Magen, was zu beweisen war.

Doch um aus dem höhern Blödsinn wieder zur höheren Geometrie zurückzukehren, so wollen wir uns jetzt mit dem geraden Durchschnitt zweier Parallelebenen, welcher der Richtung nach völlig unbestimmt ist (Gretschel pg. 76) als einem zweiten Opfer der Continuität nicht lange mehr aufhalten, sondern nur noch bemerken, dass schon die Unmöglichkeit, dieser Geraden eine Richtung anzuweisen — einen Ort hat sie ohnehin nicht — also die Beseitigung alles dessen, was eine Gerade noch überhaupt hat, dieses Ding unserer Vorstellung zu einem Unding macht. Wenn es nicht wieder das Altbekannte heissen soll, dass ein Stück eines unendlich grossen Kreises als Gerade anzusehen ist, wenn es Consequenz des Satzes, dass sich zwei Ebenen unter allen Umständen in einer Geraden schneiden, sein soll, so ist nicht mehr nöthig davon zu reden.

Noch ein, gleichsam verzweifeltes, Mittel liesse sich anwenden, um alle diese Dinge mit unsern Vorstellungen in eine Art Einklang zu bringen: die Fiktion, wie sie bei der malerischen Perspektive gemacht wird. Nehmen wir an, dass unser

Standpunkt starr und unser Gesicht nur nach einer Seite gerichtet sei, so laufen für unser Auge die Parallelen allerdings in einen Punkt; die Gerade hat nur einen unendlichen Punkt; denn dem andern wenden wir den Rücken und selbst der Parallelebenenbüschel schneidet sich für unser Auge in einer Geraden; die Ebene selbst verläuft, wenn wir so wollen, im Unendlichen in eine einzige Gerade. Aber — wir wenden eben der Hälfte der Welt den Rücken und schaffen sie damit nicht fort. Wir thun der objektiven Wahrheit die Gewalt unsres subjektiven Standpunkts an und ich glaube schwerlich, dass sich die Schöpfer der neueren Geometrie mit diesem Compromiss einverstanden erklären werden.

So werden wir auch durch keine andere Künstlichkeit zur Versöhnung gelangen. Es bleibt wie es ist. Auf der einen Seite steht eine wissenschaftliche Methode, welche, um consequent zu sein, die Vorstellbarkeit verlässt, bewusst und absichtlich verlässt, einestheils weil sie vermöge ihrer Consequenz ungehindert zu grösseren, umfassenderen, allgemeineren Resultaten und zwar leichteren Kaufes gelangt (wie denn z. B. die spielende Bewältigung aller Kegelschnittsätze ein grossartiger Triumph ist), anderntheils, weil sie es für kleinlich, für eine Schwäche engherziger Geister ansieht, die Vorstelluug zur Seite zu behalten. Man müsste nicht durch die Philosophenschule gelaufen sein, müsste sich nicht mit Hegel abgequält haben, wenn man sich über den Anspruch verwundern wollte, der an den Eintretenden gemacht wird: Lass Alles dahinten, was dir bisher Erfahrung und Gewohnheit zur Gewissheit stempelte und lass dich ferner nur vom Begriff leiten. Man müsste nicht von ihren Lehren begeistert gewesen sein oder die Erinnerung an diese Begeisterung verloren haben, wollte man über diese Pfade wie über Irrwege spotten. Aber wer mit der Jugend, mit der lernenden im Zusammenhang geblieben ist, der wird es auch räthlich und redlich finden, dass er sich aus der andern Sinnesart nicht vertreiben lasse, wo es gilt auf ebner Erde bleiben und der Realität Rechnung tragen, bis einmal die idealen Flügel gewachsen sind. Darum nicht Feindschaft noch gegenseitige Missachtung!

Die Kugelgestalt der Erde.

Von Dr. Ad. Jos. Pick.

Im 4. Hefte des 2. Jahrg. dieser Zeitschrift giebt Herr Prof. Fahle unter gleichem Titel eine sehr beherzigenswerthe Auseinandersetzung, welche die Unzulänglichkeit der beim Schulunterrichte üblichen Beweise für die Kugelgestalt der Erde nachweist. Wir unterschreiben alles, was der geehrte Verfasser dort gegen die übliche Manier der Beweisführung ins Feld führt; ja wir gehen darin noch weiter. Wir behaupten, dass, ob zwar richtig durchschaut, richtig verstanden jeder der üblichen Beweise für die Kugelgestalt der Erde volle Evidenz besitzt, oder besser gesagt: ob zwar jede zum Behufe des Nachweises der Kugelgestalt der Erde angeführte Thatsache sich als eine unbezweifelbare Folge dieser Gestalt ergiebt, doch alle diese Erscheinungen zu sehr mit andern in Verbindung stehen, als dass dem Schüler möglich wäre, das, worauf es hier ankommt, aus den übrigen, das Phänomen begleitenden Umständen auszuschälen. Der an allen Punkten der Erdoberfläche (mit freier Aussicht) kreisrunde Horizont kann Folge der begrenzten Kraft des Auges oder optischer Täuschung sein, und nimmt man das Fernrohr zu Hilfe, so zerrinnt der kreisförmige Horizont in Nichts, da man ja mit demselben nur einzelne Punkte erblickt. Muss doch der Schüler wissen, wie sehr unser Urtheil bei nur mässigen Distanzen in Bezug auf das näher oder ferner Liegen getrübt wird und der Lehrer muss die Einwendung von Seite des Schülers wünschen, dass wir die etwas ferner liegenden Gegenstände an den Himmel versetzend einen kreisförmigen Horizont sehen. Bei Reisen um die Erde, abgesehen davon, dass sie nach allen Weltgegenden

nicht ausgeführt wurden, nicht ausgeführt werden können, würden nur dann eine halbwegs klare Vorstellung einer wenigstens kugelähnlichen Krümmung geben, wenn man die bei der Ausfahrt eingeschlagene Richtung im Verlaufe der ganzen Reise beibehalten könnte. Die Mondesfinsternisse wären, wenn man hervorhebt, dass sie sich zu verschiedenen Stunden der Nacht, von Sonnenuntergang bis Sonnenaufgang ereignen, allerdings geeignet, eine recht lebendige Vorstellung der Kugelgestalt der Erde zu erwecken, wenn nur — die Fläche, auf der wir den Schatten sehen, eine Ebene und nicht eine Halbkugel wäre. Die Analogie mit den übrigen Weltkörpern — ohnehin ein sehr schwaches Argument — wird durch die Gestalten der Kometen gestört und das Auftauchen neuer Sterne bei Reisen nach Süd, so wie das frühere Erscheinen bei Reisen nach Ost kann wahrlich, nur so allgemein ausgesprochen, in dem Kopfe eines Schülers schwer eine fassliche Vorstellung von der Gestalt der Erde erwecken.

Aber auch der Beweis (Depression des Horizonts, also Sichtbarkeit einer grössern oder geringern Calotte je nach der Höhe des Standpunktes), den Herr Fahle gelten lässt, den er als den einzig zwingenden ansieht, leidet an ähnlichen Gebrechen. Ist der Schüler in der Lage zu sondern, wie viel auf Rechnung optischer Täuschung, auf Rechnung der Strahlenbrechung zu setzen ist? Weiss er vom aufgehenden Vollmonde her nicht, wie misslich es ist aus der Figur am Horizont auf die richtige Gestalt zu schliessen? — Kurz alle Beweise für die Kugelgestalt der Erde verlieren in der üblichen Behandlungsweise ihr Zwingendes, und nicht blos die von Fahle angeführten Werke, selbst Diesterwegs vortreffliche astronomische Geographie lässt in diesem Punkte unbefriedigt. Sagt doch Diesterweg selbst: „Was wir in diesem Kapitel „Beweise“ für die Kugelgestalt der Erde nennen, sind nicht überall streng mathematische Beweise, sondern Wahrscheinlichkeitsschlüsse, . . .“

Abgesehen aber von alle dem, selbst wenn irgend einer der Beweise jeden Zweifel ausschliesen würde, so würde doch dem Schüler nur die Kugelgestalt der Erde erwiesen, keineswegs aber hierdurch seinem Verständniss nahe gelegt worden sein. Selbst dann noch müsste man gegen eine solche Beweisführung die Einwendung erheben, die man gegen eine gewisse

Art geometrischer Beweise erhebt, welche wohl dem Schüler die Ueberzeugung verschaffen, dass etwas so und nicht anders ist, aber doch die Verwunderung, dass es so ist, nicht beseitigen können. So darf sich der Lehrer mit dem ersten und wichtigsten Satze, mit einer Erscheinung, bei welcher das erste Mal der Verstand die Sinne Lügen straft, nicht abfinden!

Es sei mir gestattet, hier auseinanderzusetzen, wie ich in meiner Lehranstalt diese Partie behandle.

Nachdem die Erscheinungen über dem Gesichtskreise (tägliche Rotazion der Himmelskugel, rückgängige Bewegung des Mondes und der Sonne) zur Anschauung gebracht worden sind, wird den Schülern erzählt, wie sich diese Erscheinungen erfahrungsgemäss an andern Punkten der Erde darstellen; zunächst bei Reisen in südlicher Richtung. Als erste Stazion wähle ich mir einen nicht zu entfernten Ort (Triest) und setze auseinander, dass der minder Aufmerksame keinen Unterschied bemerke, da ihm Polhöhe u. s. w., Kulminazion von Sonne und Mond an gleichen Tagen kaum geändert erscheinen, dass man jedoch schon bei Anwendung von Winkelmessinstrumenten mit blossen Absehn, ohne Fernrohr, einen Unterschied wahrnehme. Hierauf werden die Erscheinungen am Cap Matapan oder auf Malta, in Alexandrien, in Assuan, endlich am Albert-Nyanzi geschildert. Nun kehrt man in die Heimath zurück und reiset nach Nord. Als Stazionen dienen Berlin, Stockholm, Tornea und Spitzbergen. Daran schliesst sich die Bemerkung, dass Eismassen bisher ein weiteres Vordringen nach Nord unmöglich machten und die Frage wird aufgeworfen, wie sich wohl, wenn eine Weiterreise möglich wäre, die Erscheinungen darstellen würden. Die Schüler finden ohne weiteres, dass man endlich an einen Ort käme, wo die Weltaxe senkrecht auf dem Gesichtskreise steht. In gleicher Weise werden die Erscheinungen an Punkten der südlichen Erdhalbkugel geschildert. Die Schüler finden nicht blos, dass auch hier ein Gesichtskreis mit vertikaler Axenstellung existiren, sondern auch, dass auf demselben die Rotazion der Himmelskugel jener im Norden entgegengesetzt (von rechts nach links) sein müsse. —

Nun wird die Frage aufgeworfen, wie diese verschiedenen

Gesichtskreise an einander gereiht sein müssen, um diese Erscheinungen möglich zu machen. Zunächst wird darauf hingewiesen, dass wir uns nur scheinbar im Mittelpunkte der Himmelskugel befinden können, da eine Kugel nur einen Mittelpunkt haben könne und dass dieses scheinbare Verbleiben im Mittelpunkt offenbar in der ausserordentlichen Grösse des Himmels im Verhältniss zu den zurückgelegten Strecken liegen müsse, wie ja selbst ein ungeübtes Auge bei der versuchsweisen Bestimmung des Mittelpunktes eines Kreises oder einer Kugel von wenigen Zoll Durchmessern nicht um viele Linien fehlen wird, während selbst ein geübtes bei einer ähnlichen Bestimmung des Mittelpunktes eines Kreises oder einer Kugel von mehreren Klaftern Durchmesser um Zolle in Unsicherheit bleiben wird. Es wird besonders hervorgehoben, dass es nicht auf die absolute Grösse ankomme, sondern nur auf das gegenseitige Grössenverhältniss. Nun zeigt sich, dass diese Gesichtskreise nicht in einer Ebene liegen können. Zwar könnte allerdings die Erde, als Fläche gedacht, und sei sie noch so gross, sich überall als eine im Mittelpunkte des Himmels befindliche Kreisscheibe darstellen, wenn man nur die Himmelskugel entsprechend gross annimmt; aber das wäre doch nur in so lange möglich, als die Gesammtsumme aller Gesichtskreise gegen die Himmelskugel verschwindend klein angenommen würde. In diesem Falle müsste aber der Anblick des Himmels an allen Punkten derselbe sein und namentlich müsste das Zenit immer dasselbe bleiben. (Zur Erläuterung dient der Vergleich mit einer Kuppel eines Domes und einem Infusionsthierchen unter dem höchsten Punkte derselben).

Nun wird untersucht, wie die drei Gesichtskreise mit den Polhöhen $+ 90^0$, 0^0, und $- 90^0$ gegen einander liegen müssen, um die Erscheinungen zu erklären und den Schülern fällt von selbst ein, dass es auf der entgegengesetzten Seite noch einen zweiten Gesichtskreis mit 0^0 Polhöhe geben müsse und dass diese vier Gesichtskreise gegen einander die Lage haben, wie die vier Seitenflächen eines Parallelepipeds. Nun reiht man den Gesichtskreis oder vielmehr die Gesichtskreise von 45^0 Polhöhe u. s. w. ein, bis sich herausstellt, dass, da Kanten irgendwo bemerklich und die Polhöhen sich stetig ändern, die Gesichtskreise in der Richtung von Süd nach Nord wie um eine Walze oder Kugel

angeordnet sein müssen. Es wird dabei nicht unterlassen hervorzuheben, dass man an einen Zilinder oder eine Kugel im strengmathematischen Sinne nicht denken müsse, aber jedenfalls an einen Körper, dessen Durchschnitt von Süd nach Nord eine geschlossene, mehr oder weniger kreisförmige Krumme darstellt. Die Ermittelung der genauern Gestalt muss spätern Untersuchungen vorbehalten bleiben.

Es versteht sich von selbst, dass nun Reisen nach Ost und West an die Reihe kommen. Es wird hervorgehoben, dass die Rotazion der Himmelskugel die Ermittlung der Gestalt der Erde in der Ost-West-Richtung erschwere, aber nicht unmöglich mache. Der weitern Ausführung dieses Theiles glauben wir uns hier enthalten zu sollen; aus dem bisher Gesagten ergiebt sich wohl das Weitere von selbst. So konstruirt sich der Schüler die Gestalt der Erde selbst; die Kugelgestalt wird ihm nicht aufoktroirt und hinterher bewiesen. Hierauf kommen erst die üblichen Beweise als nothwendige Folge der schon erkannten Kugelgestalt an die Reihe.

Man wird gegen den hier eingeschlagenen Weg einwenden, dass er wohl beim Unterrichte in der astronomischen Geographie am Platze sei, dass man aber in der physischen Geographie viel früher die Kugelgestalt der Erde voraussetzen müsse, ehe man in der astronomischen dahin gelangt, sie auf dem angedeuteten Wege zur Anschauung zu bringen. Dass dem bei der noch immer beliebten Organisation der Volks- und Mittelschulen so ist, lässt sich nicht in Abrede stellen, wohl aber lassen sich gerechte Bedenken gegen diese Organisation erheben. Würde man den Begriff der Bildung mehr aus der Natur des Menschengeistes, als aus konvenzionellem Herkommen ableiten; würde man weniger Werth darauf legen, dass zwölfjährige Jungen ihre Köpfe mit geographischen Namen anfüllen, bei denen sie sich in der Regel nichts, oft sogar Falsches vorstellen, dagegen eine vernünftige Naturanschauung anstreben: so würde man zu einer Anordnung des Lehrstoffes gelangen, bei dem der gerügte Uebelstand unmöglich wäre. Jeder rationelle Lehrer wird ja, um nur kurz auf das, was noth thut, hinzuweisen, zugeben, dass Heimath- und Vaterlandskunde als geographischer Anschauungs-Unterricht, dem, was wir Geographie zu nennen pflegen, voranzugehen habe. Indess, so alt auch bei Einzelnen die Erkennt-

niss, es dürfte noch lange währen, ehe sie sich in massgebenden Kreisen Bahn bricht. Der einzelne Lehrer aber ist nicht im Stande, dem Uebel abzuhelfen und so erübrigt nichts, als zu trachten, es möglichst zu verringern. Auch ich, obzwar in der glücklichen Lage einer Privat-Anstalt vorzustehen, welche sich einer freieren Bewegung erfreut, muss dem Publikum in diesem Punkte Konzessionen machen. Ich finde es unter diesen Umständen zweckmässig an die Spitze des geographischen Unterrichts die Kugelgestalt der Erde als Thatsache historisch zu stellen. Ich beginne also den Unterricht in der Geographie etwa so: Heute sind wir in der unangenehmen Lage Schulden zu machen und noch dazu müssen wir uns einen Satz ausborgen, dessen Tragweite wir noch gar nicht zu schätzen wissen. Wir werden aber im Laufe der Zeit die Wahrheit dieses Satzes einsehen lernen und durch diese Erkenntniss unsere Schuld abtragen. Für jetzt muss ich Euch bitten, mir Folgendes zu glauben. Die Erde ist nicht das, was sie scheint, eine kreisrunde Scheibe, sondern eine Kugel. Es giebt auf ihr zwei entgegengesetzt liegende Punkte, die wir aus später ersichtlichen Gründen als Pole annehmen und somit können wir auf ihr alle Linien gezogen denken, die wir an einer Kugel überhaupt kennen gelernt haben. Sie hat also ihre Parallelkreise, ihren Aequator, ihre Meridiane. All' das wird später klar werden, wie wir auch später bestimmen lernen werden, auf welchen dieser Linien man sich befindet. So werden wir z. B. sehen, wie man bestimmen kann, dass Wien im 48. nördlichen Parallelkreise und im 34. Meridian liegt. Mit Hilfe des Aequators und des ersten Meridians theilen wir die Erde in nördliche und südliche, östliche und westliche Halbkugel. — Hierauf wird noch bemerkt, dass man statt im 48. nördlichen Parallelkreise 48° nördlicher Breite und ebenso statt im 34. Meridiane 34 Grade der Länge sagt und sogleich zur logischen Uebersicht der Erde übergegangen.

Trotz der Schwierigkeit, welche die Grossstadt der unmittelbaren Beobachtung der Himmelserscheinungen darbietet, habe ich bei fünfzehnjähriger Erfahrung gefunden, dass dieser Weg zweckmässig sei und dass er ebenso rasch zum Ziele führt, als wenn man sich früher und höchstens mit halbem Erfolge abmüht, die Kugelsgestalt der Erde nach üblicher

Manier zu beweisen. Schulen in kleinern Orten sind in dieser Beziehung, wie überhaupt in Bezug auf naturwissenschaftlichen Unterricht, viel glücklicher situirt; Vieles, was dann doch in der Grossstadt durch lebendige Schilderung ersetzt werden muss, kann dort sehr leicht zur unmittelbaren Anschauung gebracht werden. Wir wären erfreut, zu hören, dass viele unserer Collegen einen gleichen Weg einschlagen und welche Erfahrungen sie beim Unterrichte in diesen Partien gemacht haben.

Kleinere Mittheilungen.

Die kürzeste Methode der gemeinen Division.

Von J. Kober.

Eine sofort in die Augen fallende Eigenthümlichkeit des österreichischen Schulwesens, die bei uns noch nicht die gebührende Beachtung findet, ist die Methode der gemeinen (Subtraction und) Division. Wir haben, da wir stets unter unsern Schülern viele Oesterreicher zählen, seit langer Zeit Gelegenheit gehabt, uns zu überzeugen, dass dieselben weit schneller und dabei noch sichrer dividiren, als ihre in Norddeutschland vorgebildeten Mitschüler. Diese Erfahrung hat uns endlich bewogen, die österreichische Methode des Dividirens in unsern Elementarklassen einzuführen, und obwohl manche Umstände hindernd einwirkten, so haben doch die Erfahrungen der letzten Jahre gezeigt, dass wir wohl daran gethan haben.

Die Methode besteht in Folgendem: In der Subtraction wird der Schüler gewöhnt, nicht zu sagen, 3 von 8 bleibt 5, oder 7 von 13 bleibt 6, sondern 3 u. 5 ist 8, 7 u. 6 ist 13. Die 5 bez. 6 wird im Momente, wo sie in Gedanken gesprochen wird, niedergeschrieben. Die Subtractionsaufgabe 748 von 932 wird demnach so gelöst: 8 **u. 4** ist 12, 4 u. 1*) ist 5 **u. 8** ist 13, 7 u. 1 ist 8 **u. 1** ist 9.

Deutlicher und vortheilhafter wird die Methode in der Division. Dividiren wir z. B. mit 839 in 362786, so heisst es: 8 in 36 geht 4 mal, 4 mal 9 ist 36 **u. 1** ist 37, 4 mal 3 ist 15**) **u. 7** ist 22, 4 mal 8 ist 34 **u. 2** ist 36. Zu dem Reste die 8. Ferner 8 in 27 geht 3 mal; 3 mal 9 ist 27 **u. 1** ist 28, 3 mal 3 ist 11 **u. 0** ist 11, 3 mal 8 ist 25 **u. 2** ist 27. Dazu die 6. Endlich 8 in 20 geht 2 mal; 2 mal 9 ist 18 **u. 8** ist 26, 2 mal 3 ist 8 **u. 3** ist 11, 2 mal 8 ist

---

*) Nämlich die 1 von der 12, die man zum Subtrahenden addirt, statt sie vom Minuenden abzuziehen (zu borgen).

**) Statt 4 mal 3 ist 12 u. 3 ist 15, eine Abkürzung, die ich bei fortgeschrittenen Schülern stets anwende und sehr empfehlenswerth finde†). Wir gewöhnen unsre Schüler ohne Mühe, statt 3 mal 8 ist 24 u. 1 ist 25, sofort zu sagen 3 mal 8 ist 25.

†) So auch Odermann (Kaufm. Rechenb.). Wir haben dieses Verfahren wieder verworfen, weil uns die darin liegende Unwahrheit jedesmal beleidigte. Wir sagen dafür (auch abgekürzt!): „4 mal 3 plus 3 ist 15“. D. Red.

17 u. 3 ist 20. Demnach bleibt der Rest 338. Der Schüler schreibt nur Folgendes:

$$\begin{array}{r} 362786 : 839 = 432. \\ \underline{2718} \\ \underline{2016} \\ 338 \end{array}$$

Ich bin überzeugt, dass die genannte Methode auch bei uns endlich, selbst an den zäh am Hergebrachten hängenden Volksschulen, allgemeinen Eingang finden wird. Sie fängt übrigens bereits an, auch anderwärts die Aufmerksamkeit der Pädagogen auf sich zu ziehen, wenigstens finde ich sie soeben in dem Junihefte der Berliner Zeitschrift für Gymnasialwesen in einer besondern kleinen Abhandlung von Kuckuk empfohlen.

Ueber das Abtheilen grosser Zahlen.

Von Demselben.

Man kann füglich verlangen, dass ein gedrucktes Buch ohne besondere Nachhülfe (Griffel in der Hand des Lesers) lesbar sei. Diese Forderung ist in den meisten Rechenbüchern bei grossen Zahlen nicht erfüllt.

Der freundliche Leser wolle, um sich hiervon zu überzeugen, ohne Vorbereitung folgende Zahlen aussprechen:

30132300000000000	(Gies § 59a)
0,00000000000018849	(ebendaselbst)
142222222224	(Pick, Rechenbuch S. 99).

Das Komma zum Abtheilen zu verwenden, ist wegen der Möglichkeit der Verwechslung mit Decimalbrüchen nicht rathsam, auch nicht nöthig; man braucht nur von 3 zu 3 Ziffern eine kleine Lücke zu lassen und allenfalls die Million, Billion etc. durch die gebräuchlichen Zeichen zu markiren.

Die angeführten Zahlen würden demnach so aussehen:

30 132″ 300 000′ 000 000
0,0 000″ 000 000′ 018 849 (oder 0,000 000 000 001 884 9)
142 222′ 222 224

Die Herausgeber von Logarithmentafeln haben längst dieses Bedürfniss erkannt und ihm durch Abtheilen der Zahlen in Ziffergruppen (ob zu 3 oder 5 Ziffern ist Nebensache) genügt.

Ein Beitrag zur Behandlung der Lehre von den Kegelschnitten.

Von G. Hellmann.

Beim Unterrichte in der Lehre von den Kegelschnitten leitet man gewöhnlich aus den Gleichungen der Schnitte die weiteren Eigenschaften derselben durch Rechnung ab; wozu oft längere Deductionen erforderlich sind.

Dass dieselben theilweise vermieden werden können, soll in Folgendem gezeigt werden.

I.

Der Kreis ist eine Ellipse, deren Brennpunkte mit dem Centrum coincidiren.

Es fallen daher auch in demselben die Verbindungslinien eines Peripheriepunktes mit den Brennpunkten in eine einzige Gerade, den Halbmesser, zusammen.

Folgerungen.

1. Die Halbmesser desselben Kreises sind gleich gross; mithin gilt auch allgemein das Gesetz:

(α) Die Summe der Entfernungen von den Brennpunkten ist für jeden Ellipsenpunkt gleich gross.

Also ist auch, wenn F und F_1 die Brennpunkte der Ellipse, P einen beliebigen Peripheriepunkt, $\overline{AB}$ die grosse, $\overline{CD}$ die kleine Achse bezeichnen,

$$\overline{FP} + \overline{F_1P} = \overline{FA} + \overline{F_1A} = \overline{FA} + \overline{FF_1} + \overline{F_1B} = \overline{AB},$$

(β) d. h. die oben genannte constante Summe ist gleich der grossen Axe.

Daraus ergiebt sich, da $\overline{CF} = \overline{CF_1}$, die Entfernung des Brennpunktes vom Endpunkte der kleinen Axe, $\overline{CF} = \overline{CF_1} = a$; und aus dem rechtwinkligen Dreieck CFO, wenn O das Centrum der Ellipse bezeichnet,

$$\overline{FO}_q = \overline{CF}_q - \overline{CO}_q$$
$$e^2 = a^2 - b^2$$
$$e = \pm\sqrt{a^2 - b^2} = \pm\sqrt{a^2 - ap}$$

2. Der Halbmesser eines Kreises steht auf der durch seinen Endpunkt gelegten Tangente senkrecht, d. h. bildet mit derselben gleiche (rechte) Winkel; mithin gilt auch allgemein das Gesetz:

(γ) Die Winkel, welche von den aus den Brennpunkten nach dem Berührungspunkte einer Tangente gezogenen Geraden gebildet werden, sind gleich gross.

II.

Die Parabel ist eine Fllipse, in welcher der eine Brennpunkt in der Unendlichkeit liegt.

Es gehen demgemäss die Radienvectoren des unendlichfernen Brennpunktes in die Parallelen*) zur Achse über.

Folgerungen.

Mit Hülfe des oben für die Ellipse bewiesenen Satzes ergiebt sich das Gesetz:

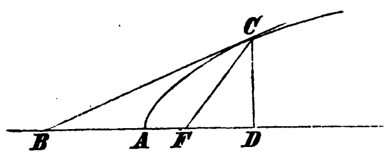
(δ) Eine Tangente an die Parabel bildet mit der durch den Berührungspunkt zur Achse gezogenen Parallele und dem Berührungsleitstrahl gleich grosse Winkel.

Daraus folgt

$$< CBF = BCF,$$

also auch

$$\overline{BF} = \overline{CF}$$



(ε) d. h. die Entfernung eines Parabelpunktes vom Brennpunkte ist gleich dem Stücke der zugehörigen Subtangente, welches zwischen ihrem Anfangs- und dem Brennpunkte liegt.

Daraus ergiebt sich, da $\overline{AF} = \frac{p}{4}$ ist und $\overline{AD}$ mit x bezeichnet werden soll,

$$\begin{aligned}\overline{BA} &= \overline{CF} - \overline{AF} \\ &= \sqrt{\left(px + x^2 - \frac{px}{2} + \frac{p^2}{16}\right)} - \frac{p}{4} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{p}{4}\right)^2} - \frac{p}{4} \\ &= x = \overline{AD},\end{aligned}$$

(η) d. h. die zu einem Parabelpunkte gehörige Subtangente ist doppelt so gross als die zugehörige Abscisse.

Nun kann man auch dem vorigen Satze die gewöhnliche Fassung geben:

(ε) Die Entfernung eines Parabelpunktes vom Brennpunkte ist gleich der zugehörigen Abscisse vermehrt um den vierten Theil des Parameters.

---

*) Der grosse Vortheil der neuen Auffassung der Parallellinien (als solcher Linien derselben Ebene, die sich in einem unendlich fernen Punkte treffen) „dass manche scheinbar verschiedenen Sätze sich in eine einzige Aussage zusammenfassen lassen“ zeigt sich auch hier recht deutlich. Es ist zwar nicht, wie hier natürlich, (γ) und (δ) in einen Satz zusammengefasst worden, aber doch durch jene Auffassung die Ableitung des Satzes (δ) und (γ) ermöglicht worden. Anm. d. Verf.

Einige Bemerkungen zu den „Randbemerkungen" im 4. Hefte dieses Jahrganges.

Von J. C. Becker in Schaffhausen.

1. In meinem Aufsatze über Incorrectheiten in der Sprache der Mathematik habe ich den Unterschied zwischen den Begriffen Stellung und Richtung dargelegt und mich dafür ausgesprochen, dass, was man bei den Ebenen nach dem Vorgange von v. Staudt und Schlömilch schon längst ziemlich allgemein Stellung nennt, bei den geraden Linien durch dasselbe Wort zu bezeichnen sei, und nicht durch das Wort Richtung, dem der Sprachgebrauch eine wesentlich andere Bedeutung ertheilt hat.*)

Der Herr Herausgeber dieser Zeitschrift glaubte jedoch in einer Anmerkung (mit seiner Unterschrift, die Herr Dr. Stammer übersehen zu haben scheint) dafür das Wort Lage als bezeichnender vorschlagen zu sollen, „weil mit Stellung immer stillschweigend der Begriff des Aufrechten (Vertikalen) verbunden wird."

Abgesehen davon, dass mit dem Worte Lage jedenfalls ebenso oft der Begriff des Liegens verbunden wird, welcher der Gegensatz des Stehens ist, habe ich dagegen einzuwenden, dass das Wort Lage in der Geometrie durch die „Geometrie der Lage" eine feststehende Bedeutung erhalten hat und auch das Wort Stellung bereits vielfach von Geometern in der Bedeutung genommen wird, in welcher ich es genommen habe. Dabei ist wesentlich festzuhalten, dass eine Stellung und eine Lage jedem Raumgebilde, und nicht bloss der Geraden oder Ebene zukommt. Die Lage ändert sich bei jeder Bewegung; die Stellung nur bei der Drehung. Richtung kommt dagegen keinem einzigen Raumgebilde als solchem zu und nur dann kann man von der Richtung einer Strecke AB sprechen, wenn man darunter die Bewegung eines Punktes von A nach B versteht (oder den dadurch zurückgelegten Weg), und diese ist dann entgegengesetzt derjenigen von B nach A.

Ich hoffe durch diese Erklärung auch Herrn Dr. Stammer zufriedenzustellen, der wohl auch der Meinung sein dürfte, dass dreien verschiedenen Begriffen auch drei verschiedene Namen gebühren.

2. Wenn Herr Dr. Stammer meint, es sei von keinem grossen Nachtheil, dass man unter Polygon bald eine Linie, bald eine Fläche verstehe, so kann ich ihm nicht widersprechen, so lange es sich um Untersuchungen handelt, bei welchen allemal nur der eine Begriff vorkommt. Es giebt aber auch Gebiete der Mathematik, wo man mit beiden Begriffen zugleich zu thun hat, z. B. bei Unter-

*) Worüber auch die Bemerkung des Herrn Dr. Bolze über Parallellinien nachgelesen werden möge.

suchungen über die Polyeder, und es sind gerade solche Untersuchungen, welche mich zu meinen Bemerkungen veranlasst haben. Andrerseits muss mir doch jeder Pädagoge zugeben, dass gerade beim Unterrichte klare und unzweideutige Begriffsbestimmungen eine Hauptsache sind.

Dagegen ist es von gar keinem Nachtheil, wenn für einen und denselben Begriff verschiedene Namen gebraucht werden, namentlich dann nicht, wenn dies der gewöhnlichen Umgangssprache entlehnte, also allgemein verständliche Worte sind, wie lothrecht und senkrecht, und es entsteht nur dann eine Verwirrung daraus, wenn man dadurch veranlasst wird, Unterschiede zu machen, wo nichts zu unterscheiden ist. „Gegen die Normale zu kämpfen" ist mir nicht eingefallen. Ich sprach mich nur für Beibehaltung der älteren verständlichen Worte in den Elementen aus und gegen Verdrängung derselben durch ein ebenso unpassendes wie ungewöhnliches Wort. Warum die analytische Geometrie des Wortes Normale nicht entbehren könne, ist zwar schwer einzusehen; aber es würde Kleinigkeitskrämerei sei, hierüber zu streiten; mag darum immerhin das Wort hier gebraucht werden, wo es einmal Bürgerrecht erlangt hat.

3. Herr Dr. Stammer sieht nicht ein, warum wir Deutschen nicht das gleich für äquivalent behalten sollen. Nun, verwehren kann man ihm dies nicht, so wenig wie dem Bauer verwehrt werden kann, sein Heu Stroh zu nennen. Aber deutsch spricht einer nicht, wenn er einem deutschen Worte einen andern Sinn beilegt, als der, den ihm der Sprachgebrauch seit undenklichen Zeiten gegeben hat. Und gleich hat eben im Deutschen durchaus keine andre Bedeutung wie das Wort *égal* im Französischen. Kein Deutscher wird — ausser in der Geometrie — zwei Dinge gleich nennen, wenn sie es nur hinsichtlich ihrer Grösse sind. Ein Pferd und ein Baumstamm, die gleich viel Raum einnehmen, sind ebenso wenig einander gleich, wie ein Kalenberger Bauer und eine Erdbeere. Dass das Zeichen = nur „gleich gross" bedeutet, und in diesem Sinne auch in der Geometrie anzuwenden ist, dagegen habe ich so wenig einzuwenden, dass ich nicht einmal begreifen kann, was dies mit meiner Bemerkung über den sprachwidrigen Gebrauch des Wortes gleich in der Geometrie zu thun habe.

4. Herr Conrector Dr. Bolze in Cottbus will die Behauptung, „dass zwei Parallellinien sich in einem unendlich fernen Punkte schneiden" mit einem Beweise, dass dies nicht möglich sei, abfertigen.

Obwohl ich der Ansicht, dass zwei parallele Gerade sich nirgends schneiden — auch im Unendlichen nicht — völlig beipflichte und dem „unendlich fernen Punkte" einer Geraden nur als einer „Fiction" Berechtigung zugestehe, kann ich mich doch mit diesem Beweise nicht einverstanden erklären.

Wem der Satz, dass zwei Gerade von gleicher Stellung in ihrer ganzen Ausdehnung keinen Punkt gemein haben, noch eines Beweises

bedarf, der leugnet alle Erkenntniss durch unmittelbare Anschauung, und für den ist die Behauptung, dass zwei Gerade sich nur in einem Punkte schneiden können, oder dass eine Gerade nach beiden Seiten ohne Ende fortgesetzt werden könne, ohne dass sie zuletzt sich schliesse, ebenso anfechtbar, wie die fragliche, und damit verliert für ihn der Beweis des Herrn Dr. Bolze seine beweisende Kraft; für jeden andern ist er aber völlig überflüssig. Herr Dr. Bolze scheint den allerneuesten Standpunkt noch nicht zu kennen, zu welchem sich diejenigen Mathematiker hinaufgeschwungen haben, welche nach dem Vorgange von Riemann sich nur noch mit den abstractesten Fragen beschäftigen und dadurch die andern Sterblichen gänzlich versagte Fähigkeit erlangt haben, „sich von den Schranken der Anschauung gänzlich frei zu machen.“

Diese erklären mit Riemann („über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen“) die Unendlichkeit des Raumes, und mithin auch der Ebene und der Geraden für blosse Hypothesen, über deren grössere und geringere Wahrscheinlichkeit uns nur die Erfahrung belehren könne. Da aber diese über das Unendlichferne nichts lehren kann, so steht es jedermann frei, sich die Gerade im Unendlichen geschlossen zu denken, womit dann auch der oder die unendlich fernen Schnittpunkte paralleler Geraden in das Bereich desjenigen gehören, was ein Mathematiker für möglich halten darf. Ich verweise hierüber auf das Schriftchen des Herrn Dr. J. Rosanes, Docenten an der Universität Breslau, „über die neuesten Untersuchungen im Betreff unserer Anschauung vom Raume“ (Breslau 1871), dessen Zweck ist, die solchen Ansichten entgegenstehenden „Vorurtheile“ zu erschüttern.

Meinen eigenen Standpunkt zu dieser neuen Weisheit habe ich in meinen „Abhandlungen aus dem Grenzgebiete der Mathematik und Philosophie“ dargelegt, und behalte mir vor, gelegentlich noch einmal darauf zurückzukommen.

Entgegnung auf Dr. Reidt's Bemerkung Bd. II. S. 209.

Von J. Kober.

Herr Dr. Reidt will zu dem Lehrsatze, dass im Parallelogramm je zwei gegenüberliegende Winkel einander gleich sind, hinzugefügt haben: „Folglich sind durch einen Winkel alle Winkel bestimmt.“ Ich bin Herrn Dr. Reidt dankbar, dass er es der Mühe werth gefunden hat, Verbesserungsvorschläge zu machen: erst durch solches Zusammenwirken ist grösstmögliche Vollkommenheit zu erreichen. Der genannte Zusatz kann in der That an betreffender Stelle einen Platz finden, nur darauf möchte ich aufmerksam machen, dass ein genetischer Leitfaden nicht alle naheliegenden Sätze nennen darf,

um der eignen Erfindung (Satzheuristik) des Schülers auch noch etwas übrig zu lassen.

Die Parallelogramme einzutheilen in rechtwinklige u. schiefwinklige, ist nicht richtig.

Ein Winkel des Rhombus kann continuirlich alle Werthe durchlaufen von 0^0 bis 180^0, warum soll gerade der Winkel von 90^0 ausgenommen sein? Das Quadrat hat alle Eigenschaften des Rhombus oder: kein einziger Lehrsatz über den Rhombus macht die Schiefe der Winkel zur nothwendigen Voraussetzung: das Quadrat ist folglich ein Rhombus.*)

Wer aber in die Definition des Rhombus die Schiefe der Winkel einflicht, stellt eine Eigenschaft an die Spitze, die im ganzen Kapitel keine Verwendung findet, also nicht in die Definition gehört.

Ebenso gelten alle Sätze über das Rechteck für jedes denkbare Verhältniss der Seiten, also auch, wenn dieselben einander gleich sind: das Quadrat ist folglich ein Rechteck.

Daher ist das Quadrat Rhombus und Rechteck zugleich und vereinigt also natürlicherweise die Eigenschaften beider.

Früher theilte man die Parallelogramme in 4 Arten: Quadrat, Rechteck, Rhombus und Rhomboid. Man betrachtete diese „vier Arten“ als coordinirt, während sie offenbar einander subordinirt sind.

Es wird überhaupt mit den „Eintheilungen“ noch mancher Missbrauch getrieben. Man theilt die Vierecke ein in Parallelogramme, Trapeze und Trapezoide, wo doch Trapezoid nur ein Viereck bedeutet, das mancherlei Eigenschaften haben kann (Deltoid, Sehnenviereck), nur gerade nicht parallele Seiten.**) Correct drückt sich Recknagel***) aus: „Will man von einem Vierecke aussagen, dass keine seiner Seiten der andern parallel ist, so nennt man es Trapezoid.“ Die „Eintheilung“ der Dreiecke in spitzwinklige, rechtwinklige und stumpfwinklige ist auch nicht untadelhaft und führt naturgemäss den harmlosen Schüler auf die bekannte Antwort, dass man spitzwinklig ein Dreieck nenne, welches einen spitzen Winkel hat.

---

*) Anm. d. Red. Wir befürchten, dass die wenigsten Leser mit diesen Behauptungen einverstanden sein werden. Dann dürfte man auch die Winkel nicht eintheilen in rechte und schiefe, die Dreiecke nicht in rechtwinklige, stumpf- und spitzwinklige. Der Winkel von 90° (d. Rechte) hat eben in der Geometrie eine ganz besondere Geltung, folglich darf er auch einen Eintheilungsgrund abgeben. — Das Quadrat hat nicht alle Eigenschaften des Rhombus. Verschieden sind z. B.: Länge der Diagonalen und die durch sie gebildeten Dreiecke. Um den Rhombus lässt sich kein Kreis beschreiben u. A. m.

**) Ein negatives Merkmal sollte nicht zur Aufstellung einer besondern „Art“ benutzt werden; ich möchte auch die Schiefe der Winkel unter die negativen Merkmale rechnen, weil doch damit weiter nichts gesagt ist, als dass die Winkel keine rechten sind.

***) Ebene Geometrie für Schulen. (München 1871) § 74.

Literarische Berichte.

Roscoe, die Spektralanalyse in einer Reihe von sechs Vorlesungen mit wissenschaftlichen Nachträgen. Autorisirte deutsche Ausgabe bearbeitet von Schorlemmer. Braunschweig, Vieweg & Sohn. (Pr. 3 Thlr.)

Das vorliegende Werk ist eine Uebersetzung des aus einer Reihe von Vorlesungen hervorgegangenen englischen Werkes: *Roscoe, Spectrum Analysis. Six Lectures with appendices, Engravings, Maps and Chromolithographs. London and New York, Macmillan and Co. Royal 8vo. 21 s.* Die Form des Vortrags ist mit Recht beibehalten worden, wodurch manche Partien sehr an Deutlichkeit der Darstellung gewonnen haben. Der Verfasser setzt nur ein geringes Mass von Vorkenntnissen voraus und doch hat er es verstanden, in klarer und einfacher Sprache auf einem verhältnissmässig geringen Raume — jede der sechs Vorlesungen umfasst etwa 20 Seiten — die wesentlichsten bis jetzt durch Spektralanalyse erzielten Resultate darzulegen. Bei Vergleichung mit dem weit umfangreicheren Werke von Schellen (599 S.) über denselben Gegenstand ist es mir nicht aufgefallen, dass Roscoe in seinen Vorlesungen ein erwähnenswerthes Resultat übergangen hätte. Was dem Leser das Verständniss sehr erleichtert, ist die Zusammenfassung des Vorgetragenen in präcis und abgeschlossen gefasste Hauptsätze. Leider sind nicht alle mit gesperrter Schrift gedruckt, wodurch sie als Resultate des Vorangehenden und als Grundlage für das Folgende ins Auge fallen, und ich möchte deshalb hier den Wunsch aussprechen, bei einer zweiten Auflage von diesem äusserlichen Mittel einen ausgedehnteren Gebrauch zu machen. Der Verfasser ist in der glücklichen Lage gewesen, die Erscheinungen objectiv darstellen zu können. Im Werke sind diese mit grosser Sorgfalt ausgedachten Versuche in schwarzen oder farbigen Zeichnungen dargestellt. Dass diese Zeichnungen vorzüglich ausgeführt sind, bedarf keiner Erwähnung, weil hierin ja die Verlagshandlung kaum von einer anderen erreicht, geschweige übertroffen wird. Hin und wieder ist im Interesse der Deutlichkeit die schematische Form der Darstellung gewählt; überhaupt aber ist kein Mittel gescheut, um das Wesen der Spektralanalyse und die bis jetzt durch dieses Mittel der Analyse erzielten Resultate vor die Anschauung zu bringen.

Durch die jeder Vorlesung folgenden, theilweise vollständig, theilweise ihrem wesentlichen Inhalte nach mitgetheilten Originalabhandlungen, als deren zusammenfassendes Resultat die unmittelbar vorangehende Abhandlung anzusehen ist, hat das Werk auch für denjenigen Werth und Interesse, welcher tiefer in das Verständniss eindringen und das Detail der Untersuchung kennen lernen will. Namentlich wird dadurch das Werk für die Lehrer der Physik werthvoll, denen ja die betreffenden Fachzeitschriften nicht immer zu Gebote stehen.

Ein 14 Seiten langes, sachlich geordnetes Quellenverzeichniss der wichtigsten Abhandlungen, Aufsätze, Vorlesungen etc. über Spektralanalyse, die Zeichnungen des Sonnenspektrums von Kirchhoff und Hofmann, sowie von Augustin und Thalén, Huggins Zeichnungen der Metallspektren und die zu diesen drei Zeichnungen gehörigen Tabellen endlich machen das Werk auch für den Forscher auf dem Gebiet der Spektralanalyse zu einem handlichen und bequemen Repertorium. Die Uebersetzung liest sich leicht und fliessend und wenn mir auch das Original nicht zu Gebote stand und ein Vergleich also nicht möglich war, so glaube ich doch, dass der Sinn des Originals überall richtig wiedergegeben worden ist. Einzelne unerhebliche Kleinigkeiten, wie die Uebersetzung von *clearly* durch „klar", statt durch offenbar, von *make appearance* durch „Erscheinung machen", von *to master* durch „bemeistern" etc., werden nachträglich dem Uebersetzer als kleine Versehen nicht entgangen sein und es würden diese Ausdrücke auch wohl ohnehin bei einer neuen Auflage durch passendere ersetzt worden sein.

Jede der sechs Vorlesungen behandelt ein abgerundetes Ganzes.

Die Angabe des Inhalts kann hier um so mehr unterbleiben, weil ich auf den Wunsch der Redaction dieser Zeitschrift es übernommen habe, in einem der nächsten Hefte eine zusammenfassende Darstellung der wichtigsten bis jetzt durch Spektralanalyse erlangten Resultate zu geben. Die weitere Ausführung des in dieser Darstellung Mitgetheilten wird man in dem Werke von Roscoe oder in dem von Schellen finden.

Schliesslich theile ich hier aus dem Roscoe'schen Werke einige belehrende und weniger bekannte Versuche mit.

In der ersten Vorlesung behandelt der Verfasser die Zerlegung und Zusammensetzung des Lichts mit Zugrundelegung der Newton'schen Versuche, deren Beschreibung (nach Newton's Optik, 1675) der Anhang in deutscher Uebersetzung gibt. Newton zeigte, dass Lichtstrahlen von verschiedener Farbe auch verschiedene Brechbarkeit haben durch folgende Versuche. Ein rechteckiges Stück Pappdeckel wurde durch eine die Mitten der längeren Seiten verbindende Gerade in zwei gleiche Theile getheilt und der eine von diesen Theilen roth, der andere blau bemalt. Als das vom Sonnenlichte stark beleuchtete Rechteck durch ein Prisma gesehen wurde, dessen brechende Kante der Trennungslinie der blauen und rothen Fläche parallel

war, erschien die blaue Fläche mehr abgelenkt als die rothe. — Newton umwickelte dann das Rechteck mit einem dünnen schwarzen Seidenfaden, so dass ein schmales schwarzes Band die beiden farbigen Flächen trennte. Das Papier wurde durch eine Kerze stark beleuchtet und ein Bild der beleuchteten Fläche durch eine Sammellinse von $4^1/_4$ Zoll Oeffnung und etwa 6 Fuss Brennweite aufgefangen. Die Stelle, wo der auffangende Schirm aufgestellt werden musste, um ein deutliches Bild der rothen Fläche zu liefern, war $1^1/_2$ Zoll weiter von der Linse entfernt als die dem deutlichen Bilde der blauen Fläche entsprechende. Die Stelle, wo das deutliche Bild einer farbigen Fläche erschien, wurde an der Schärfe der die farbige Fläche und das schwarze Band trennenden Geraden erkannt. — Als Quelle für ein viele chemische Strahlen enthaltendes Licht empfiehlt Roscoe das Licht des brennenden Magnesiumdraths oder die Flamme des mit Schwefelkohlenstoff gemengten Stickoxydgases. Um die letztere zu erhalten, wird ein Standcylinder mit Stickoxydgas gefüllt, etwas Schwefelkohlenstoff hineingebracht und das Gasgemenge an der Cylinderöffnung entzündet. Geht das Licht dieser Flamme durch ein rothes oder gelbes Glas, ehe es auf eine Chlorknallgas (Chlor und Wasserstoff) enthaltende Glaskugel fällt, so erweist es sich als wirkungslos; die Kugel explodirt aber sofort, wenn man diese Gläser durch Kobaltglas ersetzt.

Andere Versuche werde ich in dem Aufsatze über Spektralanalyse erwähnen.

Remscheid, den 31. August 1871. Krumme.

Schellen, Dr. H. Die Spektralanalyse in ihrer Anwendung auf die Stoffe der Erde und die Natur der Himmelskörper gemeinfasslich dargestellt. Zweite Auflage. Braunschweig, George Westermann 1871. 5 Thlr. 10 Sgr.

Das Werk von Schellen unterscheidet sich dadurch wesentlich von dem dieselbe Materie behandelnden von Roscoe, dass es auch noch andere Leser berücksichtigt als letzteres. Hieraus erklärt sich, dass Schellen Gegenstände der Physik behandelt, die Roscoe voraussetzt, wodurch denn auch das Schellen'sche Werk einen bedeutend grössern Umfang (Roscoe's Werk hat im Ganzen 300 S., Schellen's 619 S.) und einen weit höheren Preis hat. Schellen berücksichtigt nämlich auch den sehr zahlreichen Kreis von Lesern, die höhere Schulen besucht und sich dort nur die ersten Elemente der Physik angeeignet haben. Für diese bedarf es bei der Belehrung über einen Gegenstand wie den vorliegenden zunächst der Auffrischung des halb Vergessenen. So behandelt die erste Abtheilung des Schellen'schen Werkes auf 52 S. die künstlichen Quellen der höchsten Wärme- und Lichtgrade, z. B. den Bunsen'schen Brenner, das Magnesiumlicht etc., während bei Roscoe ein solches Kapitel gänzlich

fehlt. Dass Schellen diesen Lesern, die gern auf den ersten Seiten das Neue und Neueste erfahren möchten, das früher Gesehene und Gehörte in einer Form vorzuführen versteht, welche sie veranlassen wird, ihrer natürlichen Wissbegierde die nothwendigen Zügel anzulegen, hat er in dem vorliegeneen Werke vielleicht noch besser als in den Werken über Telegraphie etc. gezeigt. Die Publikation derartiger Werke ist ein wahres Bedürfniss, wie die rasch auf einander folgenden Auflagen solcher beweisen, worin der richtige Ton getroffen worden ist. Die Rücksichtnahme auf die genannte Art von Lesern rechtfertigt sowohl eine gewisse Breite der Darstellung als auch die Abbildung bekannter Apparate. Jedoch ist, dünkt mich, in Schellen's Spektralanalyse an manchen Stellen des Guten zu viel geschehen. Die Abbildung des Gassacks für Sauerstoff und Wasserstoff Fig. 6, einer Reihe von 5 Bunsenschen Elementen Fig. 13, und mancher anderer Apparate konnte unterbleiben, ohne dass der Werth des Werks auch nur im mindesten beeinträchtigt worden wäre. Noch weniger würde Jemand die Portraits von Kirchhoff, Bunsen etc. vermissen, wenn sie nicht vorhanden wären. Der blossen Beschreibung der beiden Sonnenfinsternisse vom 18. Aug. 1868 und vom 7. Aug. 1869 sind 38. S. und 15 Fig. gewidmet. Auch sind die Sonnenflecken, Sonnenfackeln, Nebelflecken, Sternschnuppen und Meteorschwärmer mit einer sehr ausführlichen Beschreibung und einer verschwenderischen Fülle von Figuren bedacht worden. Durch Verkürzung der in solchem Umfange in ein Lehrbuch der Astronomie gehörigen Beschreibungen und durch Weglassung überflüssiger Figuren würde das Buch nur gewinnen, der Preis sich auch wesentlich vermindern.

Der Stil des Werkes ist angenehm und fliessend, aber doch korrekt und klar. Die Hauptresultate sind sämmtlich präcis hervorgehoben und äusserlich durch gesperrte Schrift kenntlich gemacht. Die Anwendung ist methodisch und durchdacht. Durch die Zerlegung des Stoffs in kleinere selbstständige Ganze ist die Orientirung wesentlich erleichtert. Die Beschreibung der Apparate ist ausführlich und sehr anschaulich. Manche derselben haben nur für den Mann von Fach Interesse; so namentlich die in Kap. 59 auf 32 Seiten beschriebenen Apparate zur Analyse des Lichts der Himmelskörper. Derjenige, dem es nur um die Resultate zu thun ist, mag derartige Kapitel überschlagen. An andern Stellen ist freilich eine derartige Trennung — Beschreibung der Apparate und Besprechung der Resultate — weniger streng durchgeführt als wünschenswerth ist, um die Beschreibung complicirterer Apparate überschlagen zu können, ohne den Zusammenhang zu verlieren. Eine grössere Berücksichtigung einfacher Apparate und Versuche, worin einige englische Physiker, namentlich aber auch Helmholtz so Vortreffliches geleistet haben, wäre zu empfehlen gewesen. Durch Verzichtleistung auf die feinsten Details der Beobachtungen, welche nur für quantitive Bestimmungen nothwendig sind, lassen sich in

den meisten Fällen Apparate construiren, die für einen geringen Preis käuflich zu haben sind oder sich mit dem gewöhnlichen Material physikalischer Kabinette zusammenstellen lassen. Auf S. 212 gibt Schellen in Fig. 83 die Abbilung des von Bunsen construirten Apparats zur Demonstration des Satzes, dass die Natriumflamme dieselbe Lichtart absorbirt, welche sie aussendet, in seiner complicirten Form (Roscoe gibt auf S. 155 eine noch complicirtere Form, wahrscheinlich die ursprüngliche), statt in der auf Seite 216 kurz erwähnten von Desaga vereinfachten Zusammenstellung*).

Die Darstellung ist wie gesagt, sehr anschaulich und selbst schwierigere Punkte sind mit Geschick behandelt und durch Beschreibung und Zeichnung (Fig. 157, Fig. 158 etc.) klar hingestellt. Die Ausstattung ist vortrefflich und genügt allen Anforderungen.

Am Ende des Werks gibt der Verfasser ein 19 Seiten langes Verzeichniss der über Spektralanalyse erschienenen Abhandlungen etc. genau sachlich geordnet. Die Originalabhandlungen selbst gibt Schellen nicht, jedoch sind häufig grössere Stellen aus solchen wörtlich aufgenommen.

Ich glaube nicht, dass ein wesentliches bis zur Fertigstellung des Manuscripts durch Spektralanalyse erreichtes Resultat in einem der beiden Werke unerwähnt geblieben ist. Wer sich über den jetzigen Stand der Spektralanalyse belehren will, wird sich das Werk von Roscoe oder das von Schellen, je nach dem Stande seiner Vorkenntnisse das eine oder andere, anschaffen müssen. Die kleineren Schriften über Spektralanalyse reichen dann nicht aus und kommen also nicht in Betracht.

Zum Schlusse noch eine beide Werke betreffende Bemerkung. Weil beide Werke auch für Physiker von Fach geschrieben sind, so vermisse ich die Herleitung des Kirchhoff'schen Satzes: „Für jede Strahlengattung ist das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen für alle Körper bei derselben Temp. das gleiche“ aus der Theorie des beweglichen Gleichgewichts, wie das Stewart**) in so geistreicher Weise und ohne die Hülfsmittel der Höh. Analysis zu gebrauchen gethan hat.

Im Uebrigen kann das wissenschaftliche Publikum den beiden Verfassern nur Dank wissen, dass sie sich der mühsamen Aufgabe der Sichtung und Ordnung eines bereits massenhaft angewachsenen Materials unterzogen haben.

Remscheid, den 2. September 1871. Krumme.

*) Apparat nach Bunsen zur Umkehrung der Natriumflamme. №. 175 des Katalogs von Desaga, Universitäts-Mechanikus in Heidelberg. Pr. 6 fl.

**) *An elementary treatise on heat by Balfour Steward. Oxford, At the Clarendon press.* 1866.

Bardey, Dr. E. Methodisch geordnete Aufgabensammlung, mehr als 7000 Aufgaben enthaltend, über alle Theile der Elementar-Arithmetik für Gymnasien, Realschulen und polytechnische Lehranstalten. Leipzig, B. G. Teubner 1871. Preis 27 Ngr.

Uebungsbücher über irgend einen Zweig des Schulunterrichts werden dem Lehrer stets eine willkommene Erscheinung sein. In der Mathematik ist die Zahl derer, die eine allgemeinere Verbreitung gefunden haben, nur klein; Meier Hirsch war in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts die einzige so ziemlich allgemein eingeführte Beispielsammlung für die Elementar-Arithmetik und Algebra, und kaum dürfte Jemand damals ein deutsches Gymnasium oder eine damit gleichstehende Schule durchgemacht haben, ohne Jahre lang aus M. Hirsch gerechnet zu haben; was ihm voranging, war dürftig, meist begnügte man sich mit den Beispielen, die in den Lehrbüchern jedem Abschnitte beigefügt waren. In den Schulen wurde überhaupt vor dem Freiheitskriege noch gar wenig Mathematik getrieben; die Sammlung von M. H. wurde daher Anfangs auch wesentlich nur von solchen gebraucht, die zu ihrem besonderen Berufe der Mathematik bedurften. Durch die M. H.'sche Sammlung war aber ein grosser Schritt zum Besseren gethan; als die Mathematik in weiteren Kreisen Eingang in den Unterrichtsplan fand, bediente man sich derselben auch allgemein. Wenngleich die Sammlung reichlich das bot, was man in den zur Universität vorbereitenden Schulen bedurfte, steigerten sich doch allmählich die Anforderungen an die Didaktik; das seiner Zeit vortreffliche Buch konnte nicht mehr genügen. Gegen Ende der 30er Jahre erschien dann endlich die Sammlung von Heis, die mit Recht von allen Seiten willkommen geheissen wurde; die Zahl der Auflagen zeigt, dass man die Vorzüge derselben vor ihren Vorgängern bald erkannt habe; die Auswahl und Folge der gelieferten Aufgaben genügte der fortgeschrittenen Unterrichtsmethode in höherem Grade als bei M. H. Wer wollte aber behaupten, dass von da aus nicht ein weiterer Fortschritt möglich sei? Darum ist das Erscheinen einer neuen Aufgabensammlung für dasselbe Gebiet der Mathematik vollkommen berechtigt, falls sie die bessere Methode noch mehr ins Einzelne hineinträgt und Schritt für Schritt dem Anfänger den Weg zu ebnen, schroffe Uebergänge auszugleichen bemüht ist. Und das, glaube ich, ist gerade einer der Vorzüge der Bardey'schen Sammlung. Sie umfasst etwa dieselben Gebiete der Arithmetik und Algebra wie M. Hirsch und Heis, ist also in diesem Punkte ihnen gleich zu achten. Da es sich hier nicht um theoretische Fragen, sondern lediglich um Uebungsbeispiele handelt, so kommt hauptsächlich nur die geschickte Auswahl, zweckmässige Anordnung und die Anzahl der Beispiele in Betracht; alles Uebrige hat das Lehrbuch oder der mündliche Unterricht zu leisten.

Hinsichtlich der Auswahl und Folge der Beispiele weist eine genauere Vergleichung des Buches mit seinen Vorgängern einen

bedeutenden Fortschritt auf; man merkt es dem Verf. bald ab, dass er Uebung im Unterrichten und eine nicht gewöhnliche didaktische Gewandtheit hat. Die vorgelegten Exempel schreiten vom Einfacheren zum Zusammengesetzteren, vom Leichteren zum Schwereren stetig fort, die vorangehenden bereiten auf die nachfolgenden vor und es sind durchweg die Formen, in denen Anfänger leicht Irrthümer machen, so wie die, welche in zusammengesetzteren Rechnungen eine besondere Wichtigkeit haben, vorzugsweise berücksichtigt, so dass der Schüler durch ihr häufiges Wiederkehren vollkommen vertraut damit gemacht wird. Ueberhaupt aber findet sich in allen Abschnitten eine grosse Mannigfaltigkeit der Rechnungsformen in den zur Erzielung der Rechenfertigkeit geeigneten Verbindungen. Besonders zeichnen sich sämmtliche Abschnitte von den Gleichungen aus: Der Verf. hat diesem Gegenstande seine besondere Liebe zugewendet, wie denn sein 1868 über „Algebraische Gleichungen" erschienenes Werk zu den besten gehört, die über Algebra geschrieben sind. Die Auflösung der Gleichungen bildet ja auch für das weitere Fortschreiten in der gesammten Mathematik die wichtigste Disciplin, ohne grosse Uebung darin ist kein Fortschritt möglich. Um die Uebergänge zu neuen Formen recht deutlich hervorzuheben, sind die Aufgaben über die Operationen in Abtheilungen geschieden, die Uebungen über Gleichungen, sowohl die mit gegebener Gleichung wie die eingekleideten Aufgaben in zwei, resp. drei Stufen, eine für den Unterricht sehr zweckmässige Einrichtung.

Die Zahl der in der Bardey'schen Sammlung gelieferten Aufgaben übertrifft die von M. Hirsch sowohl, als die reichhaltigere von Heis bei weitem, wie folgende Uebersicht einiger Abschnitte zeigen wird, die beliebig herausgegriffen werden. Ueber Potenzen gibt Heis 230, Bardey 540 Aufgaben, über Wurzeln H. 722, B. 1393, Logarithmen H. 427, B. 509, Kettenbrüche H. 57, B. 179, über Gleichungen des 1. Gr. mit 1 Unbek. H. 212, B. 534, eingekleidete H. 238, B. 416, über Gleichungen des 1. Gr. mit zwei und mehreren Unbek. H. 129, B. 238, eingekleidete H. 100, B. 129, quadratische Gleichungen mit 1 Unbek. H. 241, B. 481, eingekleidete H. 92, B. 134, quadr. Gl. mit 2 und mehr Unbek. H. 97, B. 330, eingekl. H. 56, B. 89, unbestimmte Gleichungen und diophantische Aufgaben H. 73, B. 202. Die Bardey'sche Sammlung dürfte somit als die reichhaltigste angesehen werden, die zur Zeit existirt. Die Menge des Materials ist aber aus pädagogischen Gründen von Wichtigkeit, weil bei solchem Vorrath mehrere Curse hindurch immer andere und andere Exempel aufgegeben werden können, bis der Schülercötus, der die ersten jeder Abtheilung gerechnet hat, entweder ganz die Schule verlassen hat, oder doch denen, die sie nun wieder zu rechnen bekommen, so fern steht, dass ein Benutzen der Resultate nicht zu befürchten ist. Indess, ohne damit die Wichtigkeit eines reichhaltigen Materials im geringsten schmälern zu wollen, muss ich doch bemerken, dass die Controle des häuslichen

Fleisses der Schüler so schwierig nicht ist, wie Manche meinen, wenn man nur hier und da einzelne Schüler über die Rechnung einer Aufgabe examinirt; freilich muss der Lehrer selbst mit der Aufgabe vertraut sein, wenn sie nicht so leicht ist, dass er die Rechnung im Kopfe verfolgen kann, er muss sie gerechnet haben, denn alles wirkliche Vorrechnen an der Tafel würde zu viel Zeit fortnehmen. Aus der Art, der Sicherheit oder Unsicherheit, womit der Schüler Rechenschaft über seine Arbeit gibt, wird der geübte Lehrer Alles erkennen, was ihm zu wissen nöthig ist.

Ueber die Angabe oder Nichtangabe der Resultate in solchen Uebungsbüchern herrschen verschiedene Ansichten. M. Hirsch gibt sämmtliche Resultate an, Heis gibt sie theilweise, bei den Gleichungen durchweg. Ich halte es für besser, sie nicht in die Sammlung aufzunehmen; sie freilich gesondert drucken zu lassen und so in den Buchhandel zu geben, ist illusorisch, denn welche Bücher wüssten sich Schüler nicht auf diesem oder jenem Wege zu verschaffen; legt man daher grosses Gewicht darauf, dass den Schülern die Resultate nicht zugänglich sein sollen, so müsste man sie gar nicht drucken lassen, der Lehrer müsste eigentlich jede Aufgabe selbst rechnen, was ja, wie schon bemerkt, behufs schnellerer Controle, auch dann nöthig ist, wenn die Resultate angegeben sind. Will man im einzelnen Falle den Schüler mit dem Resultate voraus bekannt machen, so kann man es ihm dictiren; falls es sich darum handelt, eine besondere Form des Resultates zu erzielen, so hat man es dann in seiner Gewalt, entweder das Resultat ganz, oder auch nur die Form im Allgemeinen mitzutheilen. Der Bardey'schen Sammlung sind die Resultate nicht mit einverleibt, sollen aber besonders ausgegeben werden, und zwar nur durch die Verlagsbuchhandlung an die Lehrer*). Ob das streng innezuhalten sein wird, muss ich dahingestellt sein lassen**).

Ich glaube, der Herr Verfasser wird aus dem Gesagten ersehen, wie grosses Interesse ich an seinem Buche genommen, und mir gestatten, zum Schlusse noch einige Ausstellungen zu machen, mit dem Wunsche, dass er dieselben bei einer neuen Auflage berücksichtigen möchte; sie betreffen meist nur untergeordnete Gegenstände, über die wir uns wohl leicht einigen werden.

*) Dies ist sehr zweckmässig und wir haben schon bei vielen Gelegenheiten dies verlangt, weil die Auflösungen die Sicherheit des Schülers schwächen und häufig Veranlassung zu Täuschungen und irrationellen Lösungen (Probiren) werden. Vergl. Bd. I, S. 344. D. Red.

**) Auf desfallsige Anfrage bei der Verlagshandlung hat uns dieselbe mitgetheilt, dass das die „Resultate" enthaltende Heft durchaus nicht durch den Buchhandel verbreitet wird. Es wird vielmehr nur auf directes briefliches Verlangen ausschliesslich an Lehrer der Mathematik gegen Einsendung von 10 Ngr. in Briefmarken franco per Post übersandt. Bei der bekannten Ehrenhaftigkeit der Verlagshandlung kann wohl angenommen werden, dass die Resultate in dieser Weise nicht in die unrechten Hände kommen. D. Red.

In einigen Abschnitten der Sammlung sind den Aufgaben theoretische Erörterungen vorangestellt; diese könnten füglich dem Lehrbuche vorbehalten bleiben, oder Falls ein solches nicht neben dem Uebungsbuche gebraucht wird, dem mündlichen Unterrichte überlassen werden. Für den letzteren Fall möchten etwa die Definitionen der Operationen in möglichst kurzer, aber präciser Fassung aufgenommen werden können. Die Formeln, zu welcher die Uebungen gehören, stehen allerdings meist den Uebungen voran, aber zugleich mit Beispielen in Verbindung, was nicht zu billigen. Ich wünschte die Grundformeln an der Spitze der Uebungen scharf hervortreten zu sehen, etwa durch besondere Schrift hervorgehoben. Nehmen wir als Beispiel den Abschnitt über Potenzen mit positiven ganzen Exponenten, so würden an die Spitze des Abschnitts, in auszeichnender Schrift, die bekannten fünf Formeln zu stehen kommen. Will man denn Beispiele wie die auf S. 32 neben den Formeln stehenden auch noch aufnehmen, so kommen sie getrennt von den Formeln, in gewöhnlicher Schrift, darunter zu stehen, weil es eben nur Beispiele sind. Nach meiner Erfahrung kann ich diese, zwar nur die äussere Form betreffende Anordnung nicht für ganz unwichtig halten. Aehnlich wäre bei den andern Abschnitten zu verfahren. Den sprachlichen Ausdruck für ein arithmetisches Gesetz (eine Formel) würde ich weder im Lehr-, noch im Uebungsbuch aufführen, damit der Schüler denselben selbst zu bilden Gelegenheit habe. Es ist dies eine vortreffliche Uebung, die jedes mechanische Auffassen und selbst das Missverstehen der Formeln verhindert. Jede Formel, die als Gleichung ausgedrückt ist, enthält aber zwei Sätze, einen, wenn man sie von Links nach Rechts liest, und die Umkehrung, wenn die Gleichung von Rechts nach Links gelesen wird. Beide müssen vom Schüler selbständig in Worte gefasst werden. Der Verf. hat bei den ersten Uebungen diese Wortausdrücke mit aufgenommen, ich würde sie auch da fortlassen. Betrachten wir die geistige Thätigkeit der Jugend genau, so werden wir sehen, dass sie nur in so weit fruchtbringend ist, als sie auf eigenem Schaffen beruht; selbstverständlich muss dieses Selbstschaffen je nach der Natur des Gegenstandes mehr oder minder geleitet und selbst unterstützt werden.

Bei der Division vermisse ich ungern die Grundformel

$$\frac{A}{B} = C + \frac{A - BC}{B},$$

welche das Verfahren für die Division der Polynome begründet. Gewöhnlich verstehen die Schüler das Dividiren mehrzifferiger Zahlen nicht, wenn sie es schon Jahre lang betrieben und geübt haben. Durch diese Formel, auf Buchstaben- und Zahlenausdrücke angewendet, wird ihnen das Verfahren vollkommen klar. Weiter fehlen in dem Buche Beispiele über den grössten gemeinsamen Theiler und das kleinste gemeinsame Vielfache mehrerer Zahlen, sowie über die Kennzeichen der Theilbarkeit. Wenn auch die Proportionen hin

und wieder bei den Gleichungen zur Verwendung gekommen sind, so fehlen doch Beispiele über die für die Proportionen geltenden Sätze. Ich möchte nicht die Lehre von den Proportionen aus dem Unterrichte in der allgemeinen Arithmetik fortlassen; dann bedarf es aber auch besonderer Uebungsbeispiele dazu. Die Begriffe des Verhältnisses und der Proportion sind so mit unserer Vorstellung und Sprache verwachsen, dass wir sie wohl kaum mehr missen können, so leicht man sich ihrer auch in der mathematischen Zeichensprache entschlagen kann, da Verhältnisse Quotienten, Proportionen Quotientengleichungen sind; der Wortausdruck wird ohne sie oft schwerfällig und weitschweifig. Im gewöhnlichen Zifferrechnen kann man sie entbehren, wenn man, wie ich es gewöhnlich mache, Aufgaben mit einfachen oder zusammengesetzten Verhältnissen durch Reduction auf die Einheit, d. h. mittelst der sogenannten Reese'schen Regel löst. Dessenungeachtet möchte ich, schon um der Geometrie willen, die schönen sie betreffenden Sätze nicht missen; hat doch Hr. Bardey in seiner Schrift über „Algebraische Gleichungen" eine so schöne Anwendung von der correspondirenden Addition gemacht, deren ich mich schon viele Jahre beim Rechnen bediente, überhaupt habe ich diesem und den übrigen Proportionssätzen ein bedeutendes Interesse abgewonnen, und verwerthe sie beim Unterricht nach jeder möglichen Richtung hin.

Bei den Wurzeln müsste der Satz über die Formel $\sqrt{A \pm \sqrt{\pm B}} =$ u. s. w., sowohl für reelle wie für imaginäre Wurzeln aufgeführt und mit einer Anzahl Beispiele versehen sein, da derselbe häufig eine bequeme Reduction der Ausdrücke ermöglicht. Endlich wünschte ich in dem Buche eine weiter gehende Brücksichtigung der Binomialformel $(a + b)^2$, $(a + b)^3$ u. s. w., selbst auch auf Polynome angewendet, immer natürlich für bestimmte positive ganze Exponenten; die Schüler müssen diese Potenzen ausführen können, auch wenn für a und b beliebige zusammengesetzte Ausdrücke gesetzt sind; sie müssen Fertigkeit in der Bildung und Folge der einzelnen Glieder und ihrer Zahlencoefficienten erlangen, letztere aus denen der vorhergehenden Potenz ableiten können. Solche Aufgaben sind ein vortreffliches Mittel, die Aufmerksamkeit des Schülers beim Rechnen zu schärfen, ohne doch an sich irgend Schwierigkeit zu bieten.

Da der Verf. die combinatorischen Operationen nebst der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufgenommen hat, so war es mir auffallend, dass er nicht auch dem binomischen Lehrsatz einen Abschnitt gewidmet hat, sofern sich dieser ja aus den Combinationen leicht ableitet. Indessen, hierüber will ich nicht mit ihm rechten, denn in der That kann man bei der karg zugemessenen Zeit in manchen Jahrgängen lange das nicht durchnehmen, wozu sein Buch Uebungen liefert, und es ist mir oft ein Räthsel gewesen, wie manche Lehrer so viel, wie die Programme angeben, in Prima so verarbeiten

können, dass die Schüler gründliche Kenntnisse und die rechte Fertigkeit darin erlangen, da es nicht genügt, einen oder zwei talentvolle Schüler weiter zu fördern, sondern die ganze Classe mit fortzuziehen und alle Schüler stets in reger Thätigkeit zu erhalten.

Möge das Buch nun eine gute Aufnahme finden und in Folge dessen bald eine neue Auflage nöthig werden; es wird sicher eine gute, fördernde Beihülfe beim Unterrichte sein.

Parchim. Dr. J. Heussi.

Henrici, Jul. (Prof. a. d. höhern Bürgerschule in Heidelberg.) Grundriss für den ersten genetischen Unterricht in der Weltbeschreibung zur Ausarbeitung nach Schulvorträgen für die Schüler der mittleren Classen höherer Lehranstalten. Heidelberg, J. C. B. Mohr 1871. 8⁰. 44 S.

Die Bücher, welche dem Schüler in die Hand gegeben werden, damit er das in den Unterrichtsstunden Gehörte wiederhole, seinem Geiste einpräge (Schulbücher), lassen sich bezüglich der Art, wie sie das Lehrobject behandeln, in zwei Kategorien eintheilen. Die einen geben, wenn auch mit Hinweglassung der im Vortrage nothwendigen Wiederholungen, den vollständigen Gedankengang, den ganzen Gang der Auseinandersetzung mit grösserer oder geringerer Ausführlichkeit; die andern enthalten nur Schlagworte, kurze Sätze, welche als Gedächtnissbehelfe für den Schüler dienen sollen, damit er sich der Auseinandersetzungen des Lehrers erinnere. Beide Arten von Schulbüchern haben ihre Vor- und Nachtheile. Für schwächer begabte Schüler stark besuchter Classen werden die erstern, für Classen mit geringer Schülerzahl und normaler Begabung die letztern vorzuziehen sein. Sie (die letztern) bieten den Vortheil, dass sie die Selbstthätigkeit des Schülers fördern, da er genöthigt ist, nach Anleitung derselben die Vorträge des Lehrers schriftlich auszuarbeiten; denn nur in diesem Falle ist ein späteres Wiederholen möglich. Auch legen sie dem Schüler einen freilich äusserlichen Zwang zur Aufmerksamkeit beim Vortrage auf, da er sich nicht darauf verlassen kann, das etwa in der Schule Ueberhörte in seinem Buche zu finden. Ist demnach dem Lehrer die Möglichkeit geboten, sich zu vergewissern, dass seine Schüler die Vorträge von Lection zu Lection wirklich ausarbeiten, dann genügt nicht bloss ein solcher an sich dürrer Leitfaden; er ist vielmehr unbedingt das beste Mittel dazu, dass die Schüler den Lehrstoff geistig verarbeiten, dass sie ihn in *succum et sanguinem* aufnehmen.

Ein solcher Leitfaden für den Unterricht in der mathematischen Geographie ist das genannte nur 44 Seiten fassende Schriftchen, das wir mit Freuden begrüssen. Es verfolgt einen Stufengang, der den Forderungen der Didaktik entspricht und stimmt mit wenigen

Ausnahmen mit dem überein, was wir wiederholt in Bezug auf den Unterricht in der mathematischen Geographie in diesen Blättern ausgesprochen haben (Vergl. die Beurtheilungen von Hoffmann math. Geog., und Mädler Reden und Abhandlungen II. Jhrg. 3. Heft, S. 239). Da die mathematische Geographie in den Schulen noch immer stiefmütterlich behandelt wird und wir im Interesse dieser an Bildungsmomenten so reichen Disciplin dem Werkchen, das den Lehrer zur Einhaltung eines methodischen Ganges nöthigt, eine weite Verbreitung wünschen, sei es uns gestattet näher auf dasselbe einzugehen.

Der Verfasser theilt das Lehrmaterial in sechs Abschnitte oder Stufen. Der erste Abschnitt „Beobachtungen der Gestirne mit freiem Auge" umfasst die Vorgänge über dem Gesichtskreise in Bezug auf Sonne, Mond und Sterne in allgemeinsten Umrissen und bildet gewissermassen eine Wiederholung und Zusammenfassung der Erfahrungen, die der Schüler aus den Unterklassen mitzubringen hat, und, wenn seine Aufmerksamkeit nur ein wenig auf die ihn umgebenden Erscheinungen am Himmel hingelenkt wird, auch mitbringen kann. Der Ueberschrift dieses Abschnittes ist die historische Notiz beigedruckt: „Kenntnisse der ältesten Culturvölker: Chinesen, Juden, Chaldäer, Egipter."

Der zweite Abschnitt „Ergebnisse von Winkel- und Zeitmessungen in der Heimath" mit der historischen Notiz „Kenntnisse der griechischen und arabischen Astronomen u. s. w." enthält abermals die Erscheinungen über dem Gesichtskreise; jedoch werden sie hier nicht mehr einfach angeschaut, sondern gemessen. Der erste Paragraph dieses Abschnittes enthält Schlagworte zu geometrischen Vorbegriffen u. z. zu den allerelementarsten (Parallellinien, Winkel, Kreis u. s. w.) Halten wir auch nun für die „mittleren Klassen höherer Lehranstalten" ein so tiefes Zurückgreifen auf die ersten geometrischen Anschauungen für überflüssig, um so mehr als sie ja grossentheils schon beim ersten Abschnitt vorausgesetzt werden müssen („Gesichtskreis"), so schadet es doch nichts, wenn der Schüler genöthigt wird, sie zu rekapituliren. Wir vermissen dagegen an dieser Stelle eine andere Reihe geometrischer Anschauungen, die dem Schüler aus dem geometrischen Unterrichte nicht bekannt sein dürften und von deren klarem Erfassen der Erfolg des mathematisch-geographischen Unterrichts gar sehr bedingt ist. Wir meinen die Anschauung jener Verhältnisse, welche eine rotirende Kugel bei einem unbeweglichen grössten Kreise bietet. Jenem ersten Paragraph sollte also noch ein zweiter mit etwa nachfolgenden Schlagworten folgen: „Kugel, Hohlkugel, Halbmesser u. s. w. — Rotirende Kugel, Axe, Pole, Aequator u. s. w., u. s. w. Verschiedene Axenstellung, Polhöhe u. s. w."

Der dritte Abschnitt „Ergebnisse von Winkel- und Zeitmessungen auf der Erde überhaupt" knüpft historisch an Columbus, Vasco de Gama, Magellan und Cook an. Den ersten Paragraph dieses Abschnittes „Stellung der Gestirne von verschiedenen Orten der Erde aus" hätten wir ausführlicher gewünscht; es wäre nicht blos die

Stellung des Fixsternhimmels, sondern auch der Verlauf der Erscheinungen eines Jahres als Thatsache der Erfahrung zu schildern gewesen u. z. an bestimmten Punkten der Erde, etwa: Cap Matapan, Alexandrien, Assuan, Quelle des weissen Nils (Albert-See) und ebenso Stockholm, Tornea, Spitzbergen; in gleicher Weise auf Punkten im Süden vom Aequator. Vor Paragraph 3 wäre wieder ein Paragraph geometrischer Schlagworte am Platze gewesen, umfassend die Beziehungen zweier concentrischer Kugeln, deren eine (grössere) rotirt.

Mit der Anordnung der nun folgenden zwei Abschnitte: „IV. Erklärungen der Himmelserscheinungen (Nicol. Copernikus) und V. Messungen der Grössen und Entfernungen der Weltkörper (Kepler, Galilei u. s. w.)“ können wir uns nicht einverstanden erklären. Der erste Paragraph des vierten Abschnittes erläutert die Erscheinungen am Monde (Phasen und Finsternisse). Diese Erläuterungen gehören aber schon in den zweiten Abschnitt zum §. 13 „Bahn des Mondes“. Der §. 2, Abschn. IV. „tägliche Umdrehung“, der in zwei Absätze „Ursprüngliche Anschauung“ und „einfachere Erklärung“ zerfällt, hat insolange keine zwingende Kraft, so lange Entfernung und Grösse von Mond, Sonne und Fixsternen nicht (annähernd) erörtert worden sind. Es gehören demnach die ersten sechs Paragraphen des fünften Abschnittes vor Abschnitt IV. In den gegenwärtigen Anordnungen sagt §. 2, Absch. IV höchstens, dass sich die Erscheinungen der Rotazion der Himmelskörper eben so gut durch Annahme der Rotazion der Erde erklären lassen.

Was die übrigen Paragraphen des V., sowie den VI. (letzten) Abschnitt „Allgemeine Versuche der Bewegung der Weltkörper (Jsaak Newton) anbelangt, die ja ohnehin erst in einer höhern Klasse zu behandeln wären, so dürfte der Wunsch nicht unberechtigt sein, einigen Hinweisungen zur mathematischen Begründung der dort blos historisch gegebenen Gesetze zu begegnen. Der gewählte Titel des Werkchens „Weltbeschreibung“ enthebt den Verfasser allerdings einer Beweisführung; aber wir glauben, die Kepler'schen Gesetze, die allgemeine Schwere und drgl. sollen entweder (natürlich auf elementarem Wege) erwiesen werden oder ganz wegbleiben.

Wir hoffen durch das Gesagte gezeigt zu haben, dass sich das vorliegende Schriftchen durch seinen methodischen Gang sehr vortheilhaft vor der Mehrzahl der Bücher auszeichnet, welche für den Unterricht in der mathematischen Geographie bestimmt sind. Möge es die Aufmerksamkeit recht vieler denkender Leser auf sich lenken und bald in neuer Auflage erscheinen. Wir bitten den geehrten Herrn Verfasser, bei Bearbeitung derselben unsere hier angedeuteten abweichenden Anschauungen nicht unberücksichtigt zu lassen.

Wien. Dr. Pick.

Entgegnung an Herrn Prof. Becker in Schaffhausen

vom Oberlehrer Butz in Elbing.

In dieser Zeitschrift, II. Jahrg. Hft. 3, S. 228 sqq. hat Herr Becker in Schaffhausen mein Lehrbuch der darstellenden Geometrie ausführlich recensirt, um meinem „Wunsche gerecht zu werden"; denn er sagt S. 228: „Da der Verfasser in seiner Vorrede seine Fachgenossen auffordert, ihn auf Mängel und wünschenswerthe zweckmässige Aenderungen aufmerksam zu machen und ein erster flüchtiger Ueberblick über das ganze Werkchen bei dem Referenten die Ueberzeugung erweckte, dass dasselbe jedenfalls eine eingehende Berücksichtigung verdiene, so hat sich Ref. die Mühe nicht verdriessen lassen, dem Wunsche des Verfassers in vollem Masse gerecht zu werden."

Für diese Mühe sage ich Herrn Becker meinen besten Dank; muss aber zugleich mein aufrichtiges Bedauern darüber aussprechen, dass Herr Becker bei seiner Kritik einen Standpunkt einnimmt, der dem meinigen diametral entgegesetzt ist. Er sagt S. 230: „Nicht als Wissenschaft, sondern als Kunst muss sie (die darstellende Geometrie) vorgetragen werden, wenn man bildende Kraft von ihr erwartet."

Grade als Wissenschaft habe ich die darstellende Geometrie behandeln wollen und auch behandeln müssen, da ich das Buch für deutsche Schulen und zwar in erster Linie für unsere deutschen Realschulen I. Ordnung geschrieben habe. Für schweizerische Realschulen, die Herr Becker besser kennen wird als ich, mag es ja wohl ausreichen, wenn die darstellende Geometrie als Kunst, oder, wie Herr Becker es zu meinen scheint, als eine Reihe von Kunststücken und Kunstgriffen, die stets in irgend einer praktischen Anwendung gipfeln, vorgetragen wird. Offenbar kennt aber Herr Becker die deutschen Realschulen I. Ord. und deren Zwecke und Ziele nicht, was ich ihm auch nicht verarge; er wird mir daher erlauben ihm zu sagen, dass unsere deutschen Realschulen I. Ordnung wissenschaftliche Lehranstalten sind und sein sollen, und dass folglich ihre Lehrobjecte wissenschaftlich behandelt werden müssen, denn sie sollen in ihren Zöglingen wissenschaftlichen Sinn erwecken.

Wenn hie und da eine Realschule I. Ord. vielleicht wegen unrichtiger Leitung oder wegen anderer ungünstiger Umstände von diesem normalen Zustande abweicht, so ist das tief zu beklagen; eine solche Schule kann aber natürlich für Niemanden massgebend sein.

Weil wir nun, ich bei Barbeitung meines Lehrbuches, Herr Becker bei Anfertigung seiner Kritik, von ganz entgegengesetzten Gesichtspunkten ausgegangen sind, so führen unsere Wege sehr weit aus einander, und die kritischen Bemerkungen verlieren in

Folge dessen für mich leider fast jeden praktischen Werth. Ja, meine deutschen Collegen würden sich gewiss sehr wundern und es mir wenig Dank wissen, wenn ich in einem Buche, das vorzugsweise für unsere deutschen Realschulen I. Ord. bestimmt ist, die darstellende Geometrie in dem Sinne des Herrn Becker abgehandelt hätte. Die kurze Recension im „Lit. Centralbl. für Deutschland" (Zarncke) 1871 No. 25, S. 633 lautet denn auch wesentlich anders als die des Herrn Becker.

Allerdings hat die darstellende Geometrie auch ihre künstlerische Seite, weil sie viel Zeichnung erfordert — das stelle ich keineswegs in Abrede —, aber jede wahre Kunst hat auch wieder ihre wissenschaftliche Seite, und diese ist und bleibt für uns die Hauptsache. Dass ich daneben den praktischen Nutzen dieser Wissenschaft (der darstell. Geom.) durchaus nicht gering anschlage, dafür legt mein Buch selbst Zeugniss ab.

Es ist nun nicht meine Absicht, die ganze Recension des Herrn Becker Punkt für Punkt durchzugehen, nachdem ich den principiellen Unterschied festgestellt; nur einige Bemerkungen will ich noch hier anschliessen.

Dass Herr Becker die „fettgedruckten" (?) Wörter: Erklärung, Lehrsatz, Beweis und dergl., die ja bis jetzt noch fast in jedem Lehrbuche der Mathematik vorkommen, für „Symbole der lächerlichsten Pedanterie, die jemals zu Ansehen gekommen ist" erklärt, lässt mich fast annehmen, dass derselbe nicht Schulmann von Fach ist. Ich meine, wenn man einem Zöglinge unserer Schulanstalten ein Lehrbuch mathematischen Inhalts in die Hände giebt, in welchem diese oder ähnliche Worte gleichsam als Marksteine oder Ruhepunkte fehlen und alles glatt hinter einander weg geschrieben ist, derselbe den Eindruck empfange, als solle er in eine öde Wüste ohne Weg und Steg eintreten.

Mathematiker aber wird Herr Becker doch wohl sein, und da wundert man sich denn doch etwas, von ihm die Worte (S. 230) zu hören: „Ebenso wenig kann er (der Recensent) begreifen, in wiefern in der blossen Erweiterung des Wissens, namentlich mathematischen Wissens, ein so grosser Gewinn für die „„Durchbildung des jugendlichen Geistes"" liegen soll. Im Gegentheil kann er der Mathematik als Wissenschaft nur insofern bildende Kraft zuerkennen, als sie den Schüler zur Lösung praktischer Probleme befähigt."

Jch wenigstens theile diese geringe Meinung von der bildenden Kraft der mathematischen Wissenschaft mit Herrn Becker nicht, und werde mich in diesem Punkte wohl mit der grossen Mehrzahl meiner Collegen in Uebereinstimmung befinden.

Gern mache ich Herrn Becker die Mittheilung, dass ich auch einen positiven Nutzen aus seiner Kritik gezogen habe. Mir war nämlich die von Schlömilch in seiner Zeitschrift gegebene Entwickelung des Satzes, nach dem das Axenkreuz als Halbirungslinien

der Winkel eines Dreiecks gezeichnet werden kann, nicht bekannt. Dass bei mir dieser Satz als *Deus ex machina* erscheine, ist zwar eine wunderbare Behauptung, da seine Entwickelung deutlich genug mit dem Früheren zusammenhängt, aber die Entwickelung von Schlömilch gefällt mir besser, und ich sage Herrn Becker noch speciell für die Mittheilung derselben (S. 233) meinen besten Dank. Freilich scheint Herr Becker an dieser Stelle (S. 233), wo er selbst zur Begründung der axonometrischen Methode Rechnungen und mathematische Formeln zur Anwendung bringen will, mit sich selbst in Widerspruch zu gerathen, denn S. 229 hat er gesagt, dass „alle Rechnungen mit der darstellenden Geometrie, auch in ihrer allgemeinsten Bedeutung, ganz und gar nichts zu thun haben.“ Doch ist dieser Widerspruch wohl nur ein scheinbarer; Herr Becker will auch wohl hier die Begründung nicht, sondern theilte die von Schlömilch gegebene Rechnung wohl nur als Gegensatz zu meiner Rechnung mit.

Wenn ferner Herr Becker an derselben Stelle S. 229 sogar sagt: „Der Verfasser hat in erster Linie — und das ist der Grundfehler, an dem das ganze Buch krankt — ausser Acht gelassen, dass es sich bei der darstellenden Geometrie, auch in ihrer allgemeinsten Bedeutung, nur um Darstellung räumlicher Gegenstände durch Zeichnung handelt,“ so wird dieser Vorwurf (des Ausserachtlassens) durch einen Blick in mein Buch widerlegt; immer natürlich mit Berücksichtigung des Umstandes, dass Herr Becker die darstell. Geometrie als Kunst, also wohl ohne Begründung behandelt wissen will, während mir grade an der Begründung der Methoden mindestens ebensoviel lag, wie an der Klarlegung ihrer praktischen Anwendung.

Ganz ungerechtfertigt endlich ist die S. 235 ausgesprochene Zumuthung, dass „die Figurentafeln wenigstens eine Zeichnung aufweisen sollten, die auf eine solche Distanz berechnet ist, dass man, ohne seinen Augen Zwang anzuthun, sie von der richtigen Stelle ansehen kann.“ Es hätte dieser einen Figur wegen noch eine ganze Tafel und zwar von grösserem Format als die übrigen hinzugefügt werden müssen*), und zu welchem Zwecke? Der selbst von Herrn Becker gerühmte niedrige Preis des Buches wäre wahrscheinlich dadurch unmöglich gemacht worden.

Zum Schlusse spreche ich noch einmal mein aufrichtigstes Bedauern darüber aus, dass Herr Becker sich bei seiner Kritik auf den künstlerischen, und nicht auf den wissenschaftlichen Standpunkt gestellt hat.

---

*) Ist mir nicht klar; ein gutes perspektivisches Bild muss nicht gerade sehr gross sein. Ich verweise hier auf die trefflichen Figuren in Guido Schreibers Linienperspektive. Becker.

Kurze Erwiderung auf die Entgegnung des Herrn Butz

von J. C. Becker in Schaffhausen.

Ich habe in meiner Recension gesagt, die darstellende Geometrie habe die Darstellung räumlicher Objekte durch Zeichnung zum ausschliesslichen Gegenstand, und müsse, wenn sie bildende Kraft haben soll, als Kunst, nicht als Wissenschaft vorgetragen werden.

An diesen Worten nimmt nun Herr Butz gewaltigen Anstoss, da er ihnen einen Sinn beilegt, den sie nicht haben. Es fällt mir darum nicht ein, die Lufthiebe des Herrn Butz gegen das Phantasiegebilde, das sich derselbe aus meinen Worten construirt hat, pariren zu wollen. Doch will ich bemerken, dass ich mich mit meinem Worten rein nur auf den Standpunkt der Unterrichtsordnung der preussischen Realschulen vom 6. October 1859 gestellt habe, welche verlangt,

> „dass in der Realschule den Schülern der Zusammenhang der Mathematik mit einem rationellen Verfahren beim Zeichnen stets gegenwärtig erhalten werde."

Der Schüler soll also seine mathematischen Kenntnisse zum rationellen Zeichnen verwerthen lernen, und das ist eine Kunst. Wenn ich nun sage, der ganze Apparat trigonometrischer Formeln und alle Rechnung habe mit dieser Kunst nichts zu thun, so heisst das nicht, dass diese Kunst blos mechanisch eingetrichtert werden soll (dann könnte doch wahrhaftig auch nicht mehr von einem Bildungswerth derselben die Rede sein), sondern nur, dass alles fern bleiben müsse, was den Zwecken dieser Kunst fremd ist. Statt also in meiner Reproduction der Schlömilch'schen Begründung der Axonometrie einen Widerspruch mit mir selbst zu sehen, hätte Herr Butz darin eine Veranlassung sehen dürfen, doch nochmals nachzusehen, ob ich denn auch wirklich diese Albernheiten gesagt habe, gegen die er so heftig ankämpft. Auch hätte Herr Butz wohlgethan, erst einen Blick in die Programme schweizerischer Kantonallehranstalten zu werfen, ehe er seine Vermuthungen über deren Beschaffenheit zu Papier brachte.

Was meine Ansichten über die Methode und den Bildungswerth der Mathematik betrifft, so habe ich dieselben in meinen „Abhandlungen aus dem Grenzgebiete der Mathematik und Philosophie (Zürich 1870)" eingehend erörtert und begründet, und darf ich wohl Herrn Butz hierauf verweisen, da sich mit ein paar Worten solche Sachen nicht abmachen lassen.

Recensionenschau.

Recensionen über Ackermann's Käfer.

Ackermann's Käfer sind als Bestimmungsbuch sehr zu empfehlen. Die Diagnosen sind kurz und bündig; Zweifel bleiben selbst in schwierigen Fällen nicht. Wir begrüssen darum dieses Werk freudigst und zwar um so mehr, als es bis jetzt an einem so kurzen und billigen Leitfaden zum Bestimmen der Käfer für den Gebrauch der Schüler fehlte. Wie wichtig es aber ist, die Schüler bei dem Unterrichte in der Naturgeschichte zum Beobachten und zum Bestimmen anzuleiten, wird jeder Fachcollege gerne zugeben. Ebenso ist es keine Frage, dass beim Unterrichte in der Zoologie es besonders die Käfer und Schmetterlinge sind, welche dem Schüler am häufigsten als Beobachtungsmaterial in die Hand kommen.

(Die Realschule. Zeitschrift für Realsch. u. s. w. Herausg. von Director E. Döll in Wien. No. 6. 1871)

Der Verfasser geht von der richtigen Ansicht aus, dass ein Hauptzweck der Naturgeschichte, „die Entwickelung und Schärfung des Anschauungs- und Beobachtungsvermögens", am sichersten erreicht wird, wenn die Schüler die Naturgegenstände selbst aufsuchen, sammeln und bestimmen. Letzteres ist am leichtesten zu erreichen an phanerogamischen Pflanzen und an Käfern. Zum Bestimmen von Pflanzen fehlt es uns nicht an Hülfsmitteln, wohl aber an solchen für die Käfer. Daher entschloss sich der Verfasser, ein passendes Werk für seine Schüler zu schreiben. Es sind darin die Käfer Mitteldeutschlands berücksichtigt, die kleinsten und seltenen abgerechnet. Voran steht eine Uebersicht der Familien. Dann folgt als Haupttheil, die Unterscheidung der Gattungen und Arten. Die aufgenommenen Kennzeichen dürfen sich als ausreichend für die Bestimmung erweisen. Wir empfehlen die Arbeit als brauchbar.

(Lüben, Pädagogischer Jahresbericht. 1871.)

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Zusammenstellung der mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrmittel aus dem verfl. Jahre.

(Von Dr. Ackermann in Hersfeld.)

Für den mathematischen Unterricht.

I. **Geometrische Körper** zur Veranschaulichung stereometrischer Begriffe und Lehrsätze. Zusammengestellt von G. Köpp. Bensheim, Ehrhardt & Comp.

Die Körper sind aus Holz massiv und sehr sorgfältig gearbeitet. Grösse 3—4 Zoll. 1 Sammlung von 10 Stück kostet 1 Thlr., 20 Stück 3½ Thlr., 30 Stück 6 Thlr., 40 Stück 10⅓ Thlr., 60 Stück 20 Thlr. und 80 Stück 26 Thlr. Auch können sämmtliche Körper einzeln bezogen werden und kostet z. B. ein dreiseitiges Prisma, zerlegbar in 3 gleiche dreis. Pyr. 25 Sgr., ein Obelisk 20 Sgr., ein Kegel mit den 3 Kegelschnitten 25 Sgr., Kugel mit 2 parallelen Schnitten 18 Sgr., Sphäroid 15, Ellipsoid 5 Sgr. etc.

II. **Weitere Lehrmittel für geometrischen Unterricht.** Ebdas.

1 Holztafel mit 12 zugespitzten Drähten zur Veranschaulichung stereometr. Lehrsätze 12 Sgr. — 1 Kreiszirkel 1 Thlr. — 1 Ellipsenzirkel 20 Sgr. — Curvenlineale in 25 verschied. Formen und Grössen von 5 bis 20 Sgr. — Winkel von Holz in 8 verschied. F. und Gr. von 5 bis 8 Sgr. — Meter-Massstäbe von 4½—7 Sgr.

III. **Modelle für den Unterricht in der Stereometrie, Trigonometrie und Krystallographie.** Als Kantensysteme aus Draht verfertigt und mit planer Holzunterlage. Von Prof. Strösser in Brüssel.

Adresse: Brüssel. Rue Marie-Thérèse. 83. Preis: Collectionen je nach der Grösse zu 35 und 85 Frcs.

IV. **Sammlung stereometrischer Körper** von Mahagoniholz, enth. die gew. Körper mit gerader und schiefer Axe, Würfel in 6 und 3 Pyramiden zerlegt, Körper zur Veranschaulichung der Ausziehung der Kubikwurzel, Kegel- und Kugelschnitte, das in 3 gleiche Pyr. zerlegte Prisma etc. Preis: Grosse Sammlung 8 Thlr.; kleinere 4 Thlr.; kleinste 1⅔ Thlr. Hamburg, Hestermann. Gr. Bleiche. 32.

V. **42 Netze zu stereom. Körpern** mit Veranschaulichung der Berechnung der Oberfläche. Auf Carton 1⅔ Thlr. Ebdas.

VI. **Modelle der neuen Masse:** ½ Hectoliter von Pappe, 2 und 1 Liter Trocken- u. Flüssigkeitsmasse von Weissblech, 1 Cubikdecimeter, 1 Cylinderglas von 100 zu 100 Cubikcent. und getheilt in 1 L. u. ½ L., 1 Metertableau als Wandtafel, 1 langes und 1 kurzes Lineal von Buchsbaum 0,5 u. 0,3^m getheilt in *cm* und *mm*. Preis incl. Kiste 4 Thlr. Ebdas. Centimetermasse auf Glanzcarten 20 *cm* mit *mm* 1 Sgr.

VII. **Modelle der neuen Gewichte,** enth. 2,1, 0,5 u. 0,25 Kilogr. von Eisen; 200, 100, 50, 20, 10, 5, 2 u. 1 Gr. von Messing in polirt. Holzeinsatz 3 Thlr. Ebdas.

VIII. IX. **Die neuen Masse und Gewichte des metrischen Systems:** Tafeln für Schulen. G. W. Müller in Berlin und Springer in Berlin. Preis?

Die erstere enthält ¼ Meter mit seinen Eintheilungen, die Hohlmasse und Gewichte in Farbendruck und zwar erstere von 2 Liter an, letztere von 20 Kgr. an abwärts. Die andere Tafel enthält ein ganzes Meter mit seinen Eintheilungen, ein Kubikdecimeter und eine vollst. tabellarische Uebersicht über die neuen Masse und Gewichte.

X. **Transporteur und Massstab.** Zum Gebrauche beim Unterricht in Planimetrie und Trigonometrie. Von Prof. Mauritius. 2. verb. u. verm. Aufl. Coburg, Riemann. 6 Sgr.

Für den physikalischen Unterricht.

I. **Physikalischer Apparat von Franz Batka** in Prag. Serie III. Morse'scher Telegraph mit Taster und Leitungsdraht. 6⅓ Thlr.

II. **Dr. G. H. Fischer, der Galvanismus** an einer Sammlung galvanischer Apparate veranschaulicht und erklärt. Zu beziehen von L. Hestermann. Hamburg, Bleichen 32. 16 Thlr. incl. Kasten.

Enth.: Kupfer und Zinkplatte mit Leitungsdrähten für den galvanischen Fundamentalversuch. Zinkkohlenelement. Galvanische Kanone. Wasserzersetzungsapp. Galvanoplast. App. Galvanometer (Multiplicator). Glasröhre mit isolirtem Kupferdraht zum Magnetisiren von Eisen. Rotationsapp. Inductionsapparat.

III. **Sammlung mechanischer Modelle** mit Beschreibung. Inhalt: Einarmiger Hebel. Wage. Hebelapp. zum Verstellen. Schiefe Ebene. Schraube ohne Ende. Keil. Flaschenzug (die 4 Hauptarten). Schiffswinde. Bockwinde.

Preis: Grosse Ausgabe 20 Thlr.; mittlere 10 Thlr.; kleine 6 Thlr. Ebdas.

IV. **Spectraltafeln** nach den Originalzeichnungen von Kirchhoff und Bunsen.

Tafel 1 enth. das Sonnenspectrum und die Spectren von Kalium, Rubidium, Cäsium, Thallium, Natrium, Lithium, Calcium, Strontium und Barium.
Tafel 2 Sternspectren nach den Originalzeichnungen von Huggins und Miller. Enth. das Sonnensp., die beiden Fixsternspectren von α Tauri und α Orionis, dann die Spectren von dem Stern T in der Krone und dem Nebelflecken 37. H. IV Draconis, verglichen mit den Gasspectren von Wasserstoff und Stickstoff und der Bariumslinie.
Preis einer jeden Tafel 2½ Glden ö. W. G. A. Lenoir in Wien. Magdalenenstrasse No. 14.

V. **3 Wandtafeln** in je 2 Blättern, die Isogonen, Isoclinen und Isodynamen auf der Erdoberfläche enth. à 4½ Glden ö. W. Ebdas.

VI. **Sammlung von 64 color. technol. Wandtafeln,** 4½′ l. 3½′ br., mit erl. Text von Prof. Dr. F. Knapp in München.

Es enth. No. 13. Niederdruck-Dampfmaschine.
No. 14. Niederdruck-Dampfkessel.
No. 20. Hydraulische Presse. Querschnitt.
No. 33. Locomotive. Dampfkessel und Feuerung.
No. 34. Locomotive. Durchschnitte und Details.
No. 53. Ericson's calorische Maschine.

Preis jeder Tafel 4½ Glden. ö. W. Ebdas.

VI. **Durchschnittsmodell** der Dampfmaschine und Locomotive (84 *cm.* 54 *cm.*) von Metall auf Holz, drehbar, mit Lithographie. Preis 6 Thlr. u. 8 Thlr. Hestermann. Hamburg.

VII. **Kleine Dampfmaschinen und kleine Locomotiven** zum Preise von 1¾ resp. 3¼ Thlr. Optisches und mechan. Institut von Otto Möwig zu Königsberg in Pr.

Werden sehr gelobt.

Für den Unterricht in der mathemat. Geographie.

Neue Veranschaulichungsmittel für den Unterricht in der math. Geographie von Ed. Wetzel, Lehrer an dem Lehrerinnenseminar und der Augustaschule in Berlin.

1. **Armillar-Sphäre** zur Veranschaulichung der scheinbaren Bewegung der Sonne, des Mondes und der Sterne. Preis 30 Thlr. Verpackung in Kiste 3 Thlr.

Eine Ringkugel von 20″ Durchmesser, zusammengesetzt aus den wichtigsten Kreisen des Himmels (Aequator, Ekliptik etc.), verschaulicht die scheinbaren Bewegungen für alle Oerter der Erde und für jeden Tag im Jahre in Beziehung auf einen innerhalb derselben befindlichen für alle Breiten stellbaren Horizont.

2. **Vollständiges Tellurium und Lunarium** zur Veranschaulichung der Bewegung der Erde um die Sonne (Entfernung 30″), sowie des Mondes um die Erde. Auch können die einzelnen Planeten in ihrem relativen Grössenverhältniss und den ihren Achsen entsprechenden Neigungen um die Sonne geführt werden. Preis ohne die Planeten 40 Thlr.; mit den Planeten 50 Thlr. Verpackung in Kiste 3 Thlr.

3. **Sphäro-Tellurium.** 110 Thlr. Verpackung 5 Thlr. Eine Vereinigung der Armillarsph. mit dem Tellurium. Bestellung bei E. Wetzel. Berlin, Puttkammerstr. 10 oder bei Buchhändler A. Stubenrauch. Luckenwalderstr. 2.

4. Wandkarte für den Unterricht in der mathemat. Geographie in 9 Bl. Berlin. Dittrich Reimer.

Für den zoologischen Unterricht.

I. **Anatomische Wandtafeln** für den Anschauungsunterricht. Für Volks- und Mittelschulen. Auf Veranlassung des Unterr. Min. zusammengestellt und mit erläut. Text versehen von Kundrat. 5 Tafeln in Grossfolio (33″. 23″.) in Farbendruck. Wien, Verlags-Comptoir und Institut VI. Mariahilferstrasse 117. 3 Thlr.

Inhalt der Tafeln: 1. Skelet. 2. Muskeln. 3. Eingeweide. 4. Blutgefässe und Nerven. 5. Gehirn- und Sinneswerkzeuge.

II. **Athmungs- und Kreislaufsorgane des Menschen** und schematische Darstellung des Kreislaufs der Reptilien und Fische. Für Schulen nach den besten Mustern bearbeitet von Keller. Auf Leinwand in Buntdruck. Imp. Fol. Karlsruhe. Kreuzbauer. 2 Thlr.

III. **Verzeichniss einer Auswahl zool. und zootom. Präparate**, die als Anschauungsmittel für den naturw. Unterricht bestimmt sind. Dresden, Bach'sche Buchhandlung.

Skelete und Insektenzergliederungen, die von Fachcollegen verschiedener Dresdener höheren Schulen als in jeder Beziehung vorzüglich bezeichnet und für den Unterricht als sehr zweckmässig empfohlen werden. Die Preise scheinen uns nicht zu hoch. Ein Skelet vom Meerkatzenaffen z. B. kostet 10 Thlr., vom Maulwurf 3, vom Wiedehopf 2¼, vom Frosch,

Triton und Kröte à $1\frac{1}{2}$, vom Hecht und Karpfen 12 Thlr.; die zergliederten Käfer (Laufk. Schwimmk. Maik. Hirschk. Mistk.) kosten je $1\frac{1}{2}$ Thlr.

IV. **Plastisch anatomische Nachbildungen von Papiermaché,** mit den natürl. Farben colorirt. Wien, Lenoir.

Der ganze Mensch, zerlegbar 92 Thlr. — Skelet 30 Thlr. — Schädel 6 Thlr.; zerlegbar 16 Thlr. — 5 Büsten der Hauptracen mit den natürl. Farben, Haren und Glasaugen 53 Thlr. — 5 Racenschädel 30 Thlr. — Gorillaschädel mit zerlegbarer Hirnschale und dem Hirn 16 Thlr. — Menschl. Herz, zerlegbar 20 Thlr. — Auge in Colossalgrösse 24 Thlr. — Ohr 16 Thlr.

V. **Natürliche Skelete.** Ebdas.

Menschenskelet von 30 bis 40 Thlr. — Schädel von 5 bis 6 Thlr. — Säugethierskelete nach der Grösse von 1 Thlr. bis 16 Thlr. — Vögelskelete von 1 Thlr. bis 10 Thlr. — Schlangen von 5 bis 10 Thlr. — Eidechsen von $1\frac{1}{3}$ bis 8 Thlr. — Frösche $\frac{2}{3}$ Thlr. — Schildkröten und Fische $3\frac{1}{3}$ bis 7 Thlr.

VI. **Sammlung zoologischer Lehrmittel** von Fric. Prag, Wassergasse 736.

Skelete in ganzen Sammlungen von 54—66 Thlr., sowie einzeln. Preise ähnlich wie V. Auch seltenere angezeigt, wie: Echidna 46 Thlr., Riesenschlange (100″ l.) 40 Thlr., Gürtelthier 16 Thlr., Aligator (5′ l.) 34 Thlr., Schädel von Delphin, Albatros etc. Skeletirte festgebundene Füsse der Hufsäugethiere, Katze, Löwe (1—3 Thlr.) Haifischgebiss von 2—6 Thlr. — Ausgestopfte Thiere je nach der Grösse von $\frac{2}{3}$ Thlr. bis 60 Thlr. Giraffe 100 Thlr. Hirsch 60 Thlr. — Spirituspräparate in feinen Glascylindern mit luftdichtem Verschluss. — Conchylien 50 Arten 2 Thlr., 75 A. 4 Thlr., 200 A. 20 Thlr. — Corallen 15 A. 2 Thlr., 25 A. auf Holzklötzchen 16 Thlr. — Insektensammlungen: 200 Arten (alle Ordn. repräs.) 14 Thlr., 1100 Arten 66 Thlr. Alles geordnet nach Leunis, Synopsis.

VII. **Käfersammlung.** 1. Cursus. 150 Stück deutsche Käfer, Repräsentanten aller Hauptarten enthaltend, mit verschiedenfarb. Etiquetten zur Unterscheidung der Familien. In polirtem Glaskasten, 4 Thlr. Hestermann, Hamburg.

VIII. **Schmetterlingssammlung.** 1. Cursus. 40—50 Spezies, 3 Thlr. Ebdas.

IX. **Die Honigbiene.** Veranschaulichung ihrer Industrie und Lebensweise, in Glaskasten, mit ausführl. Beschreibung von Samuelson mit 8 Taf. microscop. Abbild.

Inhalt: Königin, Arbeitsbiene, Drohne, Bebrütete und unbebrütete Zellen der Arbeitsbienen und Drohnen, Königinzelle, Bienenbrod, Wachs und Klebwachs. Alles in natura $1\frac{8}{10}$ Thlr. Ohne die Samuelson'sche Beschreibung $1\frac{1}{2}$ Thlr. Ebdas.

X. **Microscopische Objecte.**

Kleine Collection von 12 Stück (auch Trichinen und Diatomeen) mit Beschreibung 2 Thlr. Ebdas.

Collection von 25 Präparaten von höheren und nied. Thieren 9 Thlr.; von 50 Präp. niederer Seethiere 14 Thlr. Wien, Lenoir. 50 Photographien microscop. Präparate aus dem Thierreich, mit dem Sonnenmicroscop aufgen. pr. Stück 10 Sgr., in einer Sammlung von 25 Stück mit Text 6 Thlr. Ebdas.

XI. **Ausgestopfte Vögel, Säugethiere und Schädel** von J. Windau Münster, Buddenstrasse 47.

Eine reiche Auswahl europäischer und ausländischer Vögel und Säugethiere. Die Preise scheinen uns den Objecten entsprechend zu sein. Ein kleiner Singvogel z. B. kostet 10—15 Sgr., Eule 1 Thlr., Adler 4—8 Thlr.,

Schwan 5 Thlr., Möve 1—2 Thlr., Kolibri 25 Sgr. bis 2 Thlr.; Maulwurf 15 Sgr., wilde Katze 7 Thlr.; Schädel von Meerkatze $1\frac{1}{2}$ Thlr., Reh und Fischotter 1 Thlr., Igel, Iltis, Eichhorn, Hahn $\frac{1}{4}$ Thlr., Hund, Fuchs, Marder $\frac{2}{3}$ Thlr., Pferd 2 Thlr., Fasan und Schnepfe 10 Sgr.

Für den botanischen Unterricht.

I. **Herbarien** von Dr. Dietrich. Hamburg, Hestermann.

1. Gemeinnütziges H. für Schule und Haus. 160 Pflanzen. Enth. die nützl. und schädl. Wiesenpfl., Getreidearten, gewerbl. (Oel-Gespinnst-etc.) Pflanzen, Gemüse- und Giftpfl. 3 Thlr.
2. Grosses allg. deutsches Herbarium. 1100 St. 16 Thlr.
3. Landwirthschaftl. H. 220 St. 6 Thlr.
4. Cryptogamenherbarium ca 230 Moose und 250 Flechten, 3 Thlr.
5. Forstherbarium, 40 der wichtigsten deutschen Waldbäume mit Blättern und Blüthen. $1\frac{1}{5}$ Thlr.
6. Die Fruchtsammlung dazu 24 Sgr.
7. Kleine Holzsammlung. 25 deutsche Holzarten mit Rinde, Längs- und Querschnitt 2 Thlr.
8. Giftpflanzenherbarium $1\frac{2}{5}$ Thlr.
9. Algenherbarium 150 Ostseealgen 10 Thlr.
10. Desgl. 30 Nordseealgen 3 Thlr.

II. **Herbarien** von W. O. Müller. Gera, Griesbach'sche Buchh.

1. Cryptogamenherbarium der Thüringischen Staaten. In 7 Serien. a) Flechten 97 St. $1\frac{2}{3}$ Thlr. b) Lebermoose 29 St. $\frac{5}{6}$ Thlr. c) Laubmoose 131 St. $1\frac{5}{6}$ Thlr. d) Farren 11 St. $1\frac{1}{3}$ Thlr. e) Bärlappen und Schafthalme 6 St. 20 Sgr. f) Nachtrag zu a, b, c. 74 St. $1\frac{5}{6}$ Thlr. g) Cladoniaceen nach dem Kröber'schen System geordnet 58 St. 2 Thlr.
2. Gramineenherbarium. 40 Arten 3 Thlr.

III. Pflanzenblätter in Naturdruck mit der botanischen Kunstsprache herausg. von Prof. Dr. Reuss in Ulm. 42 Foliotafeln. 2. Aufl. Stuttgart. Schweizerbart. 7 Thlr.

Werden als ausnehmend schön und treu gelobt.

Für den mineralogischen Unterricht.

I. **Krystallmodelle von Gyps** mit Stearin getränkt, massiv. 2" gross. 25 St. 4 Gulden, 100 St. 12 G. ö. W. Fric. Prag.

II. **60 Krystallformennetze** zum Anfertigen von Krystallmodellen. Entw. und herausg. von Dr. A. Kenngott. Wien, Lechner. 2 Hefte à 9 u. 13 Sgr.

Die Tafeln brauchen nur auf Pappe gezogen, zurechtgeschnitten und dann zusammengeklebt zu werden. Die Modelle werden durchweg $2\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll gross.

III. IV. **Mineralien, Felsarten und Versteinerungen** im schlesischen Mineraliencomptoir von E. Leisner, Lehrer zu Waldenburg und R. Jacob, Lehrer am Progymn. in Biel. Preis der erst.: 60 St. $2\frac{1}{2}$, 80 St. 4 und 100 St. 6 Thlr.; der letzteren: 125 St. 4" l. $2\frac{1}{2}$" br. $1\frac{1}{2}$" h. $20\frac{1}{3}$ Thlr.

Beide Sammlungen werden empfohlen.

V. **Mineraliensammlungen** von 80 Stück 10—25 fl., 300 Stück 50—150 Glden. östr. W.

Härtescala mit Diamant 5½ fl.
Schmelzbarkeitsscala nach Kobell 3 fl.
Sammlung dichroitischer Mineralien 5—10 fl.
Geschliffene Platten für Dichroismus 1½—3 fl.
} Wien. Lenoir.

VI. **Mineraliensammlungen** von O. Usbeck zu Reichenbach i. V. 48 Spezies 1½ Thlr. 80 Sp. 2⅔ Thlr.

VII. **Petrefactensammlungen** für Schulen von 200, 300 und mehr Nummern zu 2—3 Thlr. von Dr. Fr. Rolle, Geolog in Homburg v. d. H.

Enthalten: Devonische Fossilien von Eifel und Nassau, jurasische von Schwaben, Arten aus der oberen Kreide der Gosau, tertiäre Fossilien von Mainz, Wien, Siebenbürgen.

Bei dem ausserordentl. billigen Preis und der Schönheit der Exemplare sehr zu empfehlen.

VIII. **Petrefactensammlungen** von Frič. Prag, Wassergasse No. 736. 25 Arten 2 Thlr. 300 Arten 66 Thlr. — Böhmische Trilobiten 25 Arten 4 Thlr., 150 Arten in 200 Exempl. 100 Thlr. —

Paläontologische Modelle: Ichthyosaurus 40″ l. 12½″ br. 10 Thlr.; Pterodactylus 8″ l. 6″ br. 3 Thlr. — 13 Pflanzenabgüsse 3 Thlr. — Abgüsse von Zähnen vom Mammuth, African. Elephanten 1 Thlr., Dinotherium und Rhinoceros tichorhinus 10 Sgr. — Trilobiten 15 Arten 4 Thlr.

Nekrologe.

Michael Faraday, geb. den 22. IX. 1791.; gest. den 25. VIII. 1867 zu Hamptoncourt unweit London. Necr. von Dr. H. Emsmann in „d. Ergänzungsbl.“ Jahrg. 1871. S. 294—300 u. S. 351—358.

Karl Ludwig Hancke, Entdecker der Hebe und Asträa, geb. den 8. IV. 1793 zu Driesen, gest. den 21. IX. 66. Necr. von Dr. Emsmann. Ebdas. S. 431—433.

Karl August v. Steinheil, geb. den 12. X. 1801 zu Rappoltsweiler, gest. den 14. IX. 1870 in München. Necr. mit besonderer Berücksichtigung seiner Verdienste um die Telegraphie von Dr. Emsmann in „Gäa“, 1871. Heft 7. S. 413—422.

Wilhelm Ritter v. Haidinger, geb. den 5. II. 1795 zu Wien, gest. 19. III. 1871. Necr. von seinem Schwiegersohne Director Ed. Döll in „Realschule“ 1871. Heft 6 u. 7. — Fr. v. Hauer, zur Erinnerung an W. Haidinger. Wien 71.

Prof. Zeussner, bekannter polnischer Geolog, geb. 1804, ermordet 1871 in Warschau durch die Hand eines Raubmörders. Necr. in d. Verh. d. k. k. geol. Reichsanst.

Biographien.

Hermann Helmholtz. Ergänzgsbl. Jahrg. 1871. S. 33—39.

Zum Repertorium.

I. Neue Entdeckungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften.

(Zusammengestellt von Ackermann.)

Physik.

Erwärmung von Quecksilber beim Durchleiten eines galvanischen Stromes beweist folgender Versuch von Fr. Müller: Glasröhrchen von etwa 6 Millimeter Durchmesser bei 6 Centimeter Länge werden in der Mitte bis zu $^1/_3$ Millimeter verengt und dann U-förmig gebogen. Taucht man nun die Poldrähte einer starken Zinkkohlenbatterie ein, so wird das Quecksilber sofort in dem verengten Theile bis zum Sieden erhitzt. Es bilden sich dabei kleine Dampfbläschen, die den Strom momentan unterbrechen und Funken verursachen. (Natf.)

Umkehrung der Natriumlinie. Gewöhnlich wird die Umkehrung der Natriumlinie dadurch hervorgebracht, dass man schwachleuchtenden Natriumdampf zwischen einen weissglühenden Körper und den Spalt des Apparates bringt. Der Natriumdampf absorbirt dann das gelbe Natriumlicht und die dunkele Linie kommt zum Vorschein. Nach Weinhold erreicht man denselben Zweck dadurch, dass man die durch Kochsalz intensiv gefärbte Weingeistflamme statt zwischen das weisse Licht und den Spalt zwischen das Prisma und das Auge stellt, sodass sie das ganze Prisma deckt. (Ebdas.)

Benutzung des Spectralapparates zur Messung der Lichtabsorption. Durch die untere Hälfte eines Spaltes, die wie die obere für sich verengert und erweitert werden kann, lässt man direct die Strahlen einer Lichtquelle gehen, während vor der oberen Hälfte ein absorbirendes Medium angebracht ist. Wird nun der untere Spalt so weit verengt, dass die beiden Spectren gleiche Intensität zeigen, so lässt sich aus den beiden Spaltbreiten die Lichtstärke berechnen. (Zeitschr. f. g. N.)

Stereoscopische Wirkung in Folge verschiedener Brechung des Lichtes. Von zwei verschiedenen z. B. roth und blau gefärbten Punkten, die gleich weit von zwei schwachen Prismen liegen, wird wegen der verschiedenen Ablenkung der farbigen Strahlen der eine näher, der andere entfernter erscheinen. Statt der beiden Prismen kann auch eine gewöhnliche Linse von 1′ Brennweite benutzt werden, durch welche beide Augen hindurchsehen. Passende Objecte sind roth und blau gefärbte Schachbrettmuster, eine rothe Blume über grünen Kelchblättern etc. (Ebdas.)

Optische Täuschungen. Ein Cylinder wird auf seinem Mantel mit gleich weit abstehenden Geraden versehen, welche parallel zur Axe sind; dreht man denselben um seine Axe, so giebt es eine gewisse Geschwindigkeit, bei welcher die schwarzen Linien Hervorragungen zeigen, während bei noch schnellerer Rotation das Ganze grau erscheint. —

Von zwei congruenten Sectoren eines Pappringes erscheint, wenn man sie über einander hält, stets der obere kleiner. — Wenn man durch eine Anzahl concentrischer Kreise mehrere symmetrisch liegende gerade Linien zieht, so erscheinen dieselben gekrümmt. Es wird also auch eine krumme Linie geben, welche gerade erscheint. (Ebdas.)

Gestalt der Tropfen als Prüfungsmittel. Nach Quincke kann die Höhe flacher Tropfen auf einer beliebigen, nahezu horizontalen Unterlage dazu dienen, die Reinheit geschmolzener Metalle und mancher chemischen Verbindungen z. B. Salze zu prüfen. Ueberschreiten die Tropfen

eine gewisse Grösse, ungefähr 20 Millimeter, nicht, so ist ihre Höhe nahezu constant und unabhängig von ihrem Durchmesser. Wird nun die Oberfläche solcher Tropfen mit einer dünnen Schicht — unter Umständen genügt schon eine solche von 1 Milliontel Millimeter Dicke — einer fremden Flüssigkeit überzogen, so erniedrigt sich die Höhe sofort sehr merklich. Wird z. B. zu einem auf Kohle geschmolzenen Silbertropfen ein Milliontel Theil Blei gebracht, so erniedrigt sich sogleich die ursprüngliche Höhe von 4 auf 2, 8 Millim., ein Unterschied, den selbst ungeübte Augen ohne Weiteres wahrnehmen können. Bei einer Dicke der fremden Flüssigkeitsschicht von $\frac{1}{20000}$ Millimeter tritt schon ein Maximum der Erniedrigung ein und zwar bis zu $^1/_4$ der ursprünglichen Tropfenhöhe. Schon längst beurtheilen die Arbeiter in den Giessereien die Güte des Gusseisens nach der Gestalt der Tropfen. (Gäa.)

Selbstdrückender Meteorograph. Theorell hat ein Instrument ersonnen und ausführen lassen, welches die Angabe der Stunden, der Temperatur, des Feuchtigkeitsgrades und des Luftdruckes in Zahlen und zwar gedruckt wiedergiebt. Der Apparat senkt seine Fühler — Stahldrähte — in das Quecksilber der betr. Instrumente jede Viertelstunde; zugleich bieten in Verbindung stehende Räder an ihrem Umfang die der Einsenkung entsprechenden mit Schwärze befeuchteten Skalenziffern dem durch einen elektrischen Motor angedrückten Papier zum Drucke dar. Die Schliessung des Stromes geschieht durch Einsenkung der Drähte in das Quecksilber; nach dem Drucke zieht der Motor die Drähte wieder bis zur Ruhelage in die Höhe. Der Apparat ist in London ausgestellt. Der Preis beträgt 350 Pf. Sterling. (Realsch.)

Abnorme Dispersion. Von Leroux wurde zuerst die Beobachtung gemacht, dass im Erddampfe die rothen Strahlen stärker gebrochen werden als die blauen. Nach Christiansen zerstreut Fuchsin das Licht ebenfalls anormal. Kundt fand dieselbe Erscheinung bei Anilinblau, Anilinviolet, Anilingrün, Indigo, Indigokarmin, Carthamin, Murexid, Cyanin, übermangansaurem Kali und Karmin. Er glaubte als Resultat seiner Beobachtungen den Satz aufstellen zu können: Alle Körper, die im festen Zustande eine deutliche Oberflächenfarbe zeigen, geben in concentrirten Lösungen eine abnorme Dispersion, indem in ihnen das rothe Licht stärker gebrochen wird, als das blaue. Bei den Körpern, bei welchen Grün ein Hauptbestandtheil der Oberflächen-Farbe bildet, ist das Grün am wenigsten abgelenkt, also die Reihenfolge der Farben: Grün, Blau, Roth. — Prof. Lang zeigt nun, dass die Dispersion in diesen Lösungen nicht objectiv anormal, sondern subjectiv in der nicht vollständigen Achromasie des Auges begründet ist. Man sieht diese sog. abnorme Dispersion nämlich nur bei spitzen Prismen, wenn das Auge gegen die brechende Kante excentrisch gestellt ist, und es werden dann die aus dem Prisma kommenden schwach dispergirten Strahlen durch das Auge so stark nach der entgegengesetzten Richtung zerstreut, dass die Farben in verkehrter Ordnung gesehen werden. (Natf. u. Realsch.)

Zur Theorie des Leidenfrost'schen Tropfens und zwar zum Beweis, dass die Kraft, welche den Tropfen trägt, den Gesetzen des Dampfdruckes unterworfen ist, stellte Budde folgendes Experiment an: Auf eine Kupferschale wurde eine Glasglocke von etwa 8 Centim. Weite gekittet. Die obere Oeffnung derselben war durch einen Stöpsel mit 2 Oeffnungen verschlossen, durch deren eine ein Kautschukschlauch zur Luftpumpe ging, während durch die zweite eine oben N-förmig gekrümmte und zugeschmolzene Röhre bis nahe zur Schale hinabreichte. Das Knie der gekrümmten Röhre wurde mit Wasser gefüllt, die Schale stand in einem Wasserbade, welches ihr eine Temperatur von ungefähr **90° C.** ertheilte. Der Apparat wurde nun mittelst der Luftpumpe evacuirt, das Wasser im oberen Theile der gekrümmten Röhre stiess bald Luftblasen

und Dämpfe aus und es fielen Tropfen auf die erwärmte Schale, die sich lebhaft bewegten. (Gäa.)

Wirkung des Lichtes auf Schwefel. Wenn man in einen Glaskolben, der an der Lampe versiegelt worden ist, eine concentrirte Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff einschliesst und diese der Wirkung von Sonnenstrahlen aussetzt, die vorher durch eine Linse concentrirt wurden, so erscheint nach einigen Sekunden an dem Punkt, wo der Lichtbüschel in die Lösung eintritt, ein gelblicher Fleck von unlöslichem Schwefel, dessen Dicke schnell wächst. Untersucht man das aus der Lösung heraustretende Licht mit dem Spektroskop, so findet man, dass alle zwischen *G* und *H* liegenden Strahlen fehlen und dass das ultraviolette Spektrum vollständig verschwunden ist; von der Linie *A* bis *G* aber ist das leuchtende Spektrum unverändert geblieben. Es ist somit die lebendige Kraft der chemischen Strahlen, welche von der Lösung absorbirt und in Molekulararbeit umgesetzt wurden, welche für die Umwandlung des löslichen Schwefels in unlöslichen nothwendig ist. — Eine Lösung von Phosphor in Schwefelkohlenstoff zeigt dieselbe Erscheinung. Man sieht gleichfalls an dem Punkte, wo der Lichtstrahl eindringt, einen gelben Fleck von amorphem Phosphor sich bilden, der später rothbraun wird. Die Wirkung ist hier eine langsamere, als beim Schwefel; auch findet man beim austretenden Licht noch alle leuchtenden Strahlen; nur hinter der Linie *N*, im chemischen Theil des Spektrums, sind alle Strahlen verschwunden. (Natf.)

Elektrischer Rotationsapparat. Zwei Korkstöpsel von 1 Zoll Länge werden mit Stanniol beklebt und mit einer Anzahl Stecknadeln so durchstochen, dass die Spitzen nur wenig aus dem Korke hervorragen und eine gerade Linie bilden. Beide Korke werden dann an einem allgemeinen Auslader, der mit einer Elektrisirmaschine verbunden ist, in einer Linie mit den Nadelspitzen nach oben angebracht. Dicht darüber wird eine an einem Faden central aufgehängte Glasscheibe gehalten. Ein unbedeutender Stoss versetzt die Scheibe in rasche Rotation. (Zeitschr. f. ges. Nat.)

Gleichzeitige, gesonderte Wahrnehmung von Grundton und Oberton einer Stimmgabel gelingt nach Greiss, wenn man diese ungefähr in der Mitte des Zinkens ausstreicht. Man hört dann Grundton und ersten Oberton; ersterer verhallt aber schneller. (Ebdas.)

Eisen, Stahl, Kupfer, Messing etc. mit Platin zu überziehn. Man erhitze das betr. Metall über einer Lampe bis unter Rothgluth und tauche es dann in eine Lösung von einem Theil Platinchlorid, 1 Theil Honig, 8 Theilen destillirten Wassers und 2 Theilen Aethers eine Minute lang ein.

Bestimmung des Brechungsexponenten undurchsichtiger Körper von Wernike. Von dem zu untersuchenden Körper (zunächst Metallverbindungen mit Sauerstoff, Schwefel, Chlor, Brom und Jod) werden auf chemischem oder elektrischem Wege gleichmässig dünne Schichten hergestellt. Die mit der Dicke der Schicht wechselnden Interferenzfarben werden der Spektralanalyse unterworfen. Es zeigen sich im Spektrum helle und dunkele Linien, aus deren Anzahl und Lage sich die Wellenlängen des Lichtes in dem Körper ableiten lässt. (Ebdas.)

Elektrisches Leuchten der Pulshämmer. Wie die Geissler'schen Röhren, so leuchten auch andere mit Gasen oder Dämpfen gefüllte Röhren, wie z. B. Thermometer und die sogenannten Pulshämmer, selbst wenn die Poldrähte nur um die Enden der Röhren gewickelt werden. Pulshämmer mit destillirtem Wasser zeigten rothe, mit Weingeist gefüllte hellgrüne Blitze. Das Spektrum zeigte im ersten Falle 3 Wasserstoff-Linien, im zweiten 2 rothe, 1 gelbgrüne, 1 sehr helle grüne, 1 blau und 1 violette Linie. Bei beiden Füllungen entwickelte sich bei fortgesetztem

Ueberspringen von Funken soviel Gas, dass die Hämmer aufhörten zu klopfen. (Ebdas.)

Galvanische Elemente. Wo intensive und constante galvanische Ströme nöthig sind, soll das Foure'sche Element gute Dienste leisten. Es ist eine einfache Modifikation des Bunsen'schen Elementes, indem dem Kohlenpole die Form einer cylindrischen hohlen Flasche gegeben ist, welche oben durch einen Kohlen- oder Platinstöpsel, woran sich der Polarschluss befindet, dicht verschlossen werden kann. Dieser Kohlenpol wird concentrisch in einem amalgamirten cylindrischen Zinkring aufgehängt und das Ganze in ein entsprechend geformtes Batterieglas eingesetzt. In den Raum um den Zinkring kommt Schwefel-, in die hohlen Kohlencylinder concentrirte Salpetersäure. Nach dem Füllen der Kohlenflasche wird dieselbe mit dem erwähnten Stöpsel dicht zugeschlossen. Für die sich entwickelnden Dämpfe muss ein kleiner Raum gelassen, die Flasche also nicht bis oben hin gefüllt werden. (Natf.)

Leclanché'sches Braunsteinelement. In dem Thoncylinder sitzt ein Stück Gaskohle, welches mit erbsengrossen Stücken von Braunstein und Gaskohle umgeben ist. Der Thoncylinder befindet sich in einem mit concentrirter Salmiaklösung gefüllten Glas, welches noch einen Zinkstab enthält. Die elektromotorische Kraft ist 10, 76 (ohne den Braunstein 6, 16), während sie beim Daniell'schen Element 12, beim Bunsen'schen 21 beträgt. Preis bei 28—17 Centimeter Höhe 45—30 Sgr. (Zeitschr. f. ges. N.)

Zoologie.

Trichinen. Gegen die Ansicht, dass die aus Asien stammende Wanderratte die Trichinen eingeschleppt habe, macht Gerlach im Jahresbericht der nat. Ges. zu Hannover den Umstand geltend, dass die Wanderratte bereits 1770 von Osten her, von Polen aus, in Deutschland eingezogen sei, während die Trichinen erst 1832 bekannt geworden seien. Am wahrscheinlichsten sei die Einschleppung durch die kleinen chinesischen Schweine, die in den 30er Jahren zunächst nach England und dann nach Norddeutschland und zwar besonders in die Gegenden eingeführt seien, welche gerade den Herd der Verbreitung der Trichinen bildeten, nämlich in die Provinz Sachsen. Mit diesen chinesischen Schweinen sind dann die feineren Schweineracen durch Kreuzung in England wie in Deutschland gezüchtet worden. In China selbst soll die Trichinose sehr häufig sein. (Ergsbl.)

Ein neuer Halbaffe aus Madagaskar und ein neues Faulthier aus Südamerika. *Propithecus Deckeni:* Kopf, Hände und übrigez Körper gelblichweiss, Gesicht schwarz mit weissem Nasenfleck, Schwanr so lang wie Rumpf und Kopf.

Bradypus ephippiger. Mund und Nase grau, Backen und Stirn gelblichweiss, ein brauner Streifen von den Augen über das Ohr, Bauch weiss, zwischen Schultern ein hellgelber Fleck mit schwarzen Längsstreifen in der Mitte; Schädel gestreckter, als der des nächst verwandten *Br. vulgaris.* (Zeitschr. f. ges. N.)

Der amerikanische Kartoffelkäfer, der schon im vorigen Jahr nach Berichten verschiedener landwirthschaftlichen Zeitungen in den westlichen Staaten Nordamerika's grosse Verheerungen anrichtete, rückt immer weiter nach Osten vor. In den Jahren 1864 u. 1865 überschritt er den Missisippi. Ursprünglich ist er in den Canons der Felsengebirge heimisch und lebt auf einer wilden Kartoffelart *(Solanum rostratum).* Sein Name ist *Colorado Potato-Bug (Doriphora decemlineata).* Das Weibchen legt 20—30 orangengelbe Eier auf die Unterseite der Blätter. Die Larven sind von grenzenloser Gefrässigkeit. Gewöhnlich folgen einander 3 Bruten im Laufe des Sommers. Es hat sich bereits gezeigt, dass der Käfer nicht blos auf die oben genannte Solanum-Art beschränkt ist, sondern alle

Pflanzen angreift, welche zur Gattung *Solanum* gehören. — Ein direkt von Amerika gesandtes, in Spiritus aufbewahrtes Exemplar steht in der Redaction der deutschen Landw. Zeitung, Berlin, Friedrichstr. 70, zur Ansicht aus.

Zur Biologie von Käfern. Larve und Puppe von *Corymbites cinctus Pz.* fanden sich in einem grossen Schwamme eines Kirschbaumes; *Coeliodes fuliginosus Marrh.* an den Wurzeln von *Papaver somniferum; Ceutorhynchus Robertii Sch.* auf *Raphanus raphanistrum.* (Zeitschr. f. ges. N.)

Tastorgane im Finstern lebender Thiere. Die Thatsache, dass gefangene Maulwürfe ruhelos ihre Schnauzen bewegen und die Wände ihres Gefängnisses fortwährend tastend untersuchen, gab zu einer mikroskopischen Untersuchung der Rüsselhaut Veranlassung. Es ergab sich, dass hier ein ganz eigenthümliches Tastorgan in die Haut eingebettet ist, von dessen Leistungsfähigkeit man eine Vorstellung bekommt, wenn man erfährt, dass die ganze Tastfläche auf einer Ausdehnung von 30 Quadratmillimetern ca 5000 Tastwärzchen besitzt und zu diesen Wärzchen beiläufig 105000 Nervenfasern gehen. Dieser ungeheuere Nervenreichthum erklärt auch die allbekannte Thatsache, dass ein leichter Schlag auf die Schnauze hinreicht, den Maulwurf vom Leben zum Tode zu befördern.

Nach einer andern Untersuchung haben auch die Mäuse in ihrem äusseren Ohre ein feines Tastorgan, dass einen beispiellosen Nervenreichthum zeigt. Am reichsten mit Tastapparaten versehen ist der Rand und der obere Theil des Ohres. Es kommen für den Rand auf 1 Quadratmillimeter 90 Nervenknäule, im Mittel für das ganze äussere Ohr 30 und für die ganze Flächenausdehnung beider äusseren Ohren beiläufig 12000 Nervenknäule. (Natf.)

Affen in Tibet. Die Zahl der aussertropischen Affen ist um 2 vermehrt worden, indem Abbé David in den schwer zugänglichen Wäldern des östlichen Tibets einen kurzschwänzigen Makake *(Macacus tibetanus)* und *Semnopithecus Roxellana* entdeckt hat. Ersterer ist ein naher Verwandter des Affen von Gibraltar und Japan, letzterer ein Vetter des ostindischen „Hanuman“ und des im Himalaya bis zu 11000′ aufsteigenden *Semnopithecus sehisterus.* (Ebdas.)

Mineralogie.

Wasserheller Granat. Bei Jordansmühl in Schlesien fanden sich auf Prehnitkrystallen einzeln und in Gruppen wasserhelle, $1^1/_2$ Millimeter grosse, reguläre Rhombendodekaeder. Die Analyse ergab

37,88	Kieselsäure	0,45	Manganoxyd
21,18	Thonerde	0,28	Nickeloxyd
31,28	Kalk	2,88	Bittererde
4,19	Eisen	1,08	Wasser.

(Ztschr. f. ges. Nat.)

Platin in Lappland. Nach Nordenskiöld kommt im Sande des Jvaloflusses im nördlichen Lappland Platin in ziemlicher Menge vor und zuweilen in grossen Stücken. (Ebda.)

Magnetkies von New-York zeigte folgende Zusammensetzung: $6\overset{I}{Fe} + \overset{II}{Fe}$ oder $5\overset{I}{Fe} + \overset{III}{Fe}$, wobei ein Theil des Eisens durch Nickel und Kobalt vertreten war. (Ebda.)

Die Farbe der Rauchquarze ist von Forster einer eingehenden Prüfung unterworfen worden. Sie hat danach ihren Grund in einem Körper, der organischen Kohlen- und Stickstoff enthält und sich im Bergkrystalle bei dessen Krystallisation regelmässig abgelagert hat. (Natf.)

Steinsalz in Australien ist jetzt zum ersten Male und zwar bei Scone in Neusüdwales in einem 4 Fuss mächtigen Lager entdeckt worden. Für die Kolonie wird dieser Fund von grosser Wichtigkeit werden. (Gäa.)

Botanik.

Neue Gespinnstpflanzen. Botaniker der österreichischen Expedition nach Ostasien haben auf Veranlassung Wiesner's ihre besondere Aufmerksamkeit den indischen Faserpflanzen gewidmet. Die Sitzungsberichte der Wiener Akademie enthalten über das ungeheur reichhaltige Material, welches eingegangen ist, einen ausführlichen Bericht. Hiernach werden in Indien aus nicht weniger als 26 verschiedenen Pflanzen — angehörend der Familie der Malvaceen (9), Tiliaceen (5), Sterculiaceen (4), Ulmaceen, Celtideen, Moreen u. a. — spinnbare und anderweitig technisch verwerthbare Fasern gewonnen. Bekannt als fasernliefernd waren davon bisher nur 7, darunter die indische Baumwollenpflanze, *Gossypium herbaceum*, und die beiden, die bekannte Jute liefernden Corchorus-Arten, *C. capsularis* und *olitorius*.

Aus Nordamerika erhielt der Berliner botanische Garten Wurzelstöcke einer neuen Gespinnstpflanze, einer *Boehmeria* (Familie Urticaceen), welche Roezl in Nordamerika auf dem Alleghanygebirge bei 5000 Fuss über dem Meere gesammelt hat. Schon seit mehreren Jahren sind aus der Familie der Urticaceen als Gespinnstpflanzen bekannt die *Boehmeria tenacissima*, von Dr. Blume 1853 aus Java mitgebracht und die *B. nivea* und *B. iaponica*.

Ferner wird nach einer Mittheilung v. Prof. Braun in Berlin zur Fabrication von Druckpapier in Nordamerika jetzt sehr häufig *Abutilon Avicennae Gärtn.* gebraucht, eine Pflanze, die in fast ganz Nordamerika, besonders im Mississippi-Thal ein gemeines Unkraut und überall zum billigsten Preise zu bekommen ist.

Auch in Afrika hat die Familie der Malvaceen zwei Vertreter, welche eine starke, seidenglänzende Faser liefern und kürzlich von Schimper aus Abessinien gesandt wurden. Es sind dies *Hibiscus macranthus Hochst.* und *H. calycinus W.*, beide gross und schönblühende Sträucher, die bei 5—6000′ über dem Meere vorkommen. (Ergzgsbl. und Gäa.)

Flora von Island. Nach den neuesten Nachrichten Babington's (Journal of the Linn. soc.) beträgt die Zahl der Arten der auf Island wachsenden Gefässpflanzen 467. Von Gehölzen kommen dort vor 3 Zwergarten der Birke, nämlich *B. glutinosa*, *nana* und *intermedia;* Kiefer und Rothtanne sieht man hier und da auch, sie sind aber nicht einheimisch, sondern angepflanzt und gehen in der Regel nach wenigen Jahren zu Grunde. Das einzige Gehölz, welches einen baumartigen Stamm macht, ist *Sorbus aucuparia.* Ferner sind von Gehölzen aufzuführen: *Juniperus nana;* 18 Salix-Arten, von denen *S. capra*, *pentandra*, *purpurea*, *cinerea* auch bei uns wachsen; 12 Ericaceen: *Vaccinium myrtillus*, *vitis idaea*, *uliginosum* und *oxycoccos*, *Arctostaphylos uva ursi* und *alpina*, *Erica vulgaris* und *tetralix*, *Sedum palustre*, *Rhododendron lapponicum*, *Azalea procumbens* und *Andromeda hypnoides; Pyrola media*, *minor* und *secunda*, *Dryas octopetala*, *Rosa pimpinellifolia* und *Empetrum nigrum.* Sämmtlich bleiben sie klein und erreichen nie die Grösse wie bei uns. Was die übrigen Pflanzen betrifft, so sind 2 Familien, die sonst auf der ganzen Erde an Arten, wie an Individuen ungeheuer reich sind, nur schwach vertreten. Es sind dies die Familien der Compositeen und Papilionaceen. Erstere weist 24, letztere nur 10 Arten auf. Am zahlreichsten sind die Gräser, die Cyperaceen mit 52, die Gramineen mit 46 Arten vertreten. Juncaceen giebt es 19, Orchideen 14, Potamogeton 11 Arten. Von den übrigen Monokotyledonen sind bis jetzt blos 8 gefunden worden, darunter 3 Liliaceen, *Paris quadrifolia*, *Majanthemum* und *Tofjeldia palustris.* Die Zahl der Dikotyledonen beträgt 283, darunter 13 Ranunculaceen, 21 Cruciferen, 28 Sileneen, 14 Saxifraga-Arten, Scrophularineen 14, Umbelliferen nur 6. Gefässkryptogamen sind 34 bekannt. (Ergzgsbl.)

Schwere Metalle in Pflanzen. In einem Boden, welcher Verbindungen schwerer Metalle, namentlich Kupfer und Zink, enthält, nehmen

manche Pflanzen diese Stoffe in geringer Menge auf und lagern sie vorzugsweise in den Blättern und Stammtheilen ab. Bekannt ist dies von *Silene lutea calaminaris*, *Thlaspi alpestre*, *Armeria vulgaris*, *Festuca duriuscula* und *Silene inflata*. Freytag fand nun, dass eine solche Aufnahme von schweren Metallen in hohem Grade bei fast allen Pflanzen im Wipperthale, zwischen Mansfeld und Hettstadt der Fall ist, dass die Asche dort gewachsener Pflanzen zuweilen bis 1 Prozent Kupfer und Zink enthalte. Besonders reich an diesen Erzen war jedoch eine Pflanze, die *Alsine verna*, bei welcher der Gehalt auf mehrere Prozent stieg. Durch den Genuss solcher Pflanzen gelangen diese Metalle dann in den Körper der Thiere und sorgfältig angestellte Untersuchungen haben bei vielen Schafen aus der dortigen Gegend und zwar in Leber und Milz eine Menge bis zu $3^1/_2$ Milligramm Kupfer und Zink ergeben. (Ebda.)

Der Einfluss künstlichen Lichtes auf die Vegetation, auf die Zersetzung der Kohlensäure in den Pflanzen und die Sauerstoff-Entwickelung ist nach Prillieux derselbe wie der des Sonnenlichtes, wenn auch quantitativ etwas verschieden. (Z. f. ges. Nat.)

Spektroskopische Untersuchung von Diatomeen. Das Diatomin ist nach Untersuchungen von H. L. Smith identisch mit dem Chlorophyll. Das betreffende Spektrum ist hauptsächlich charakterisirt durch einen sehr schwarzen, schmalen Streifen im äussersten Roth, sodann durch 2 andere, schwächere Streifen. Hiernach wäre die pflanzliche Natur der Diatomeen als erwiesen zu betrachten. (Ebda.)

Eine unterirdische Blume, *Dactylanthus Taylori* ist von einem gewissen Taylor in Neuseeland in den Gebirgen bei Hykurangi entdeckt worden. Sie lebt schmarotzend auf der Wurzel von *Pitosporum tataka*, ist blattlos, schuppig und trägt schmutzig weisse oder braun und roth gefärbte, unangenehm riechende Blüthen. (Gäa.)

Der Kampherbaum auf Sumatra. In unwirthlichen Gegenden der Insel Sumatra und Borneo wächst ein Kampher liefernder Baum *(Dryobanalops Camphora)*, dessen Product sehr selten zu uns kommt, nach China und Japan aber einen wichtigen Handelsgegenstand ausmacht, da die Bewohner dieser Länder diesem Sumatrakampher einen besonderen Vorzug zuschreiben. Der Baum wird 100—130 Fuss hoch und im Durchmesser 7—10 Fuss dick. Im Mittel liefern 9 Bäume einen Centner Kampher. Dieser wird dadurch gewonnen, dass man das Holz der gefällten Bäume in kleine Stücke spaltet, zwischen welchen der Kampher steckt. Er unterscheidet sich durch grössere Härte und Sprödigkeit von dem gewöhnlichen Kampher, welchen bekanntlich der in Ostindien, Cochinchina, China und Japan eiheimische *Laurus Camphora* liefert. (Gäa.)

Sterben gefrorene Pflanzen zur Zeit des Gefrierens oder erst beim Aufthauen? Fast allgemein ist die Ansicht verbreitet, dass das schnelle Aufthauen bei erfrorenen Pflanzen die Todesursache sei und dass eine Verlangsamung dieses Prozesses, z. B. das vielfach angewandte Begiessen mit kaltem Wasser vor Sonnenaufgang Rettung bringen könne. Folgender Versuch Göppert's beweist das Gegentheil. Mehrere tropische Orchideen *(Calanthe veratrifolia*, *Phajus grandifolia* und *Ph. Wallichii)* enthalten Indigo, der aber in der lebenden Pflanze nicht als solcher, sondern als farbloses Indigoweiss, Indican, vorkommt und erst in der getödteten Pflanze als blauer Farbstoff erscheint. Man liess nun die genannten Pflanzen, namentlich die milchweissen Blüthen erfrieren; alsbald trat die chemische Wirkung ein, die blaue Farbe entstand, es hatte sich Indigo gebildet. Der Tod erfolgte also schon während des Gefrierens. (Gäa.)

Geographische Verbreitung der Lilien. Die Gattung *Lilium* findet sich nur in Europa, Asien und Nordamerika. Asien weist die grösste Artenzahl auf, und zwar in erster Linie Ostasien, dann der südliche Theil,

dann der westliche und zuletzt Sibirien; darnach kommt Europa und zuletzt Amerika. Auf der südlichen Hemisphäre fehlt die Gattung vollständig und in der nördlichen erreicht sie nicht den Wendekreis des Krebses. Praktische Folge dieser Verhältnisse ist, dass diese schönen Pflanzen alle bei uns im Freien cultivirt werden können. (Natf.)

Chemie.

Darstellung des Chlors im Grossen. Eine Mischung von Salzsäure und Luft entweicht in den Sodafabriken aus den Sulfatöfen. Eine Zersetzung dieser Mischung gelingt nach Deacon, wenn man weite, gusseiserne Röhren mit grobem Ziegelsteinpulver füllt, welches mit Kupfervitriol imprägnirt ist, diese Röhren auf 370—400° C. erhitzt und die vorher erwärmte Gasmischung langsam durchleitet. Es soll dann alles Chlor gewonnen werden und mit Stickstoff gemengt entweichen. Der alte Versuch im Kleinen, das Durchleiten einer Mischung von atmosphärischer Luft und Salzsäure durch einfach glühende Röhren, liefert bekanntlich nur eine sehr geringe Ausbeute. (Ergsb.)

Darstellung von Phosgen. Saures chromsaures Kali (50 Theile), concentrirte Schwefelsäure (400 Theile) und Chloroform (20 Theile) erhitze man im Wasserbade mit aufwärts gerichtetem Kühler. Das entweichende Gas wird durch eine mit Antimonstückchen gefüllte U-förmige Röhre von beigemischtem Chlor befreit. Das Phosgengas siedet schon bei 8° C. und wird bei 0° C. fest. (Ztschr. f. ges. Nat.)

Krystalle von Indigoblau werden erhalten aus Lösungen des Indigoblaus in venetianischem Terpentin, den man bis zum Sieden erhitzt oder auch in siedendem Paraffin. Die auf dem ersten Wege dargestellten Krystalle sind prächtige lasurblaue Tafeln, die anderen lange dicke Prismen. Andere Lösungsmittel für Indigo sind: Chloroform, Petroleum, Wallrath und Stearinsäure. (Ebda.)

Amorphes Quecksilbersulphid findet sich in der Grafschaft Lake in Californien als Ueberzug auf Klüften und in Höhlen eines kieseligen Gesteins neben Zinnober, Eisen- und Kupferkies. Bruch muschelig; H. = 3; Gewicht 7,7; Farbe graulichschwarz, Strich rein schwarz. Bestandtheile: S = 13,82, Hg = 85,79, Fe = 0,39, SiO_3 = 0,25. (Ebda.)

Die metallische Natur des Wasserstoffs, welche von Graham durch die Verbindung mit Palladium zuerst erwiesen wurde, wird weiter dargethan durch eine von Löw dargestellte Verbindung mit Quecksilber. Es wurde ein 3—4 prozentiges Zinkamalgam mit einer Lösung von Platinchlorid geschüttet. Der Inhalt der Flasche, eine schwarze Flüssigkeit und ein dunkles zu Boden gefallenes Pulver wurde dann in Wasser geschüttet. Zugesetzte Salzsäure löste den Ueberschuss von Zink auf und es entstand dann sofort eine glänzende voluminöse Masse, die sich aber leider schnell zersetzte. Sie bestand aus Wasserstoffamalgam. Die Zersetzungsprodukte waren Wasserstoff und reines Quecksilber. (Ergsbl.)

Die Dichtigkeit des Wasserstoffs liegt nach neuen Beobachtungen von Graham zwischen 0,711 und 0,872 und soll der Werth 0,733 der Wahrheit am nächsten kommen. (Pogg. Ann.)

Künstliche Bildung von Graphit. Aus der Cyanwasserstoffsäure scheidet sich eine schwarze Masse aus, welche sich nach dem Auskochen mit verdünnter Salpetersäure und Auswaschen mit Wasser zum Theil als Graphitblättchen erweist. Auch der sogenannte Hochofengraphit soll seine Entstehung dem Cyan, das im Roheisen und in der Schlacke vorkommt, verdanken, nicht dem im flüssigen Roheisen aufgelösten Kohlenstoff, indem sich nämlich das Cyan in Graphit und Stickstoff spaltet, welcher letzterer in Ammoniak übergeht. In grösseren Quantitäten tritt der Graphit auf bei der Sodafabrikation nach dem Leblanc'schen Ver-

fahren. Bei der Umwandlung der Soda in Ätznatron nämlich erleidet das dabei auftretende Cyan eine Spaltung und der Graphit lagert sich auf der Oberfläche der Länge ab. Schaffner in Ausig soll es gelungen sein, grosse Massen von Graphit als Nebenprodukt darzustellen. (Ergzgsbl.)

Manganlegirungen. Der Chemiker Allen hat Manganlegirungen dargestellt, welche gegenüber den seither bekannten eine technische Verwendung gestatten dürften. Es ist dies zunächst eine Kupferlegirung, bestehend aus 75% Kupfer und 25% Mangan, hart, aber leicht auswalzbar. Sie wurde erhalten durch Erhitzen von Manganoxyd, das aus Chlorbereitungsrückständen dargestellt war, mit Kupferoxyd und Kohle im Graphittiegel. Durch Zusatz von Zink erhielt er noch 3 andere Legirungen, die sich vor Neusilber und Messing dadurch auszeichneten, dass sie sich sowohl im heissen als im kalten Zustande auswalzen liessen. Ferner fand Allen, dass die 5—30% Mangan enthaltende Legirung von Kupfer mit Mangan sowohl hämmerbar als geschmeidig ist und eine bedeutend grössere Zähigkeit als Kupfer besitzt. (Ebda.)

Haltbaren Kitt, der concentrirten wie verdünnten Säuren, Laugen, Aether, Alkohol, Benzol, Schwefelkohlenstoff, sowie einer Temperatur von 220° C. widersteht, der auch zur Dichtung von Dampfleitungen und für Galvanoplastik gute Dienste leistet, erhält man nach Rost, wenn man Bleiglätte mit Glycerin verreibt. Die zu verkittenden Flächen müssen vorher mit Glycerin eingerieben werden. Die Erhärtung erfolgt nach 10—30 Minuten, je nachdem mehr oder weniger Glycerin zugesetzt ist.

Färben des Marmors. Marmor erhält nach Prof. Weber in Berlin einen haltbaren, gelben, der Antike ähnlichen Farbenton, wenn man ihn mit Eisenchlorid und zwar mit einer alkoholischen Lösung imprägnirt. Wird der trocken gewordene Marmor dann mit Wasser befeuchtet, so zersetzt sich im Innern des Steines das Eisenchlorid durch den kohlensauren Kalk und es scheidet sich ein höchst fein vertheiltes, von den Marmorpartikeln mechanisch nicht trennbares Eisenoxyd aus. Politurfähigkeit und Härte leiden durch die Imprägnirung nicht. (Ergzgsbl.)

Passivität des Zinns. Eisen zersetzt sehr starke Salpetersäure nicht, aber auch bei schwächeren kann die Zersetzung verhindert werden, wenn man das Eisen mit Kohle oder Platin in Contakt bringt. Auch vom Zinn ist das gleiche Verhalten von Schönn entdeckt worden. Wenn man es mit blankem Platindraht umwickelt und so in Salpetersäure von 1,42 spec. Gew. taucht, verhält es sich durchaus passiv. (Gäa.)

II. Neues aus dem Gebiete der Geognosie.

Von H. Engelhardt in Dresden.

Wenn ich in den heutigen Zeilen nur von einigem Neuen in der Geognosie und noch dazu nur andeutend berichte, so mögen mir die verehrten Leser dies verzeihen, da ihr Zweck nur sein soll, eine Basis für fernere Berichte zu schaffen.

Wie jede Wissenschaft, so hat auch die Petrographie verschiedene Entwicklungsstufen gezeigt, welche zum Theil bedingt wurden vom Stande anderer Wissenschaften und charakterisirt sind durch das Auftreten neuer Gesichtspunkte und Methoden. Nachdem man gesehen, dass die Erkennung der mineralischen Zusammensetzung von feinkörnigen Gesteinen oft nur zum Theil durchzuführen, oft geradezu unmöglich sei, so suchte man sie auf chemischem Wege zu ergründen. Saussure, Schönbein u. a. hatten bereits auf diese Untersuchungsart hingewiesen, als Gustav Bischof in

seinem classischen „Lehrbuche der chemischen und physikalischen Geologie“ dieselbe als Wissenschaft begründete und in ihm ein gewiss für immer geltendes Organ der Geochemie schuf. Wenn man nun auch, wie es bei Neuerungen ja immer zu geschehen pflegt, diese Methode im Anfange (von einzelnen Forschern geschieht es noch jetzt) überschätzte, so musste man doch bald zugeben, dass sie vielfach nicht ausreichte, um die mineralische Zusammensetzung völlig zu ergründen. Die jüngste Zeit hat sich darum mit regem Eifer der mikroskopischen Untersuchung der Gesteine zugewendet und verspricht, der Wissenschaft bisher nicht geahnte Aufschlüsse zu ertheilen. So wurde, um nur einiges zu erwähnen, die Kreide bisher für amorph gehalten, muss aber nach Kaufmanns Untersuchungen als aus krystallinischen Kalkmolekülen bestehend, die als Grundgestalt das Rhomboeder zeigen, betrachtet werden. Nach dem bisherigen Stande unserer petrographischen Kenntnisse galt Diorit für Oligoklas, Diabas für Labradorgestein, während die mikroskopischen Präparate von Behrens zeigten, dass in manchen Grünsteinen deutlich ausgebildeter Feldspath gar nicht oder nur in ganz vereinzelten Individuen existirt.

Nachdem Leonardo da Vinci Wesen und Entstehung der Petrofakten richtig erkannt, Fravastaro, Georg Agricola u. a. ihm beigestimmt, wandte man sich in den civilisirten Ländern Europas immer mehr und mehr der Polaeontologie zu. Lister, Knorr u. a. ebneten die Bahn den Forschern unseres Jahrhunderts, die diese Wissenschaft so erweiterten, dass die Riesenfortschritte in derselben nur durch Theilung der Arbeit weiter geführt werden können. Die Aufgabe der Jetztzeit ist eine mehrfache, einestheils völlig neue Gebiete, anderntheils die früher etwas vernachlässigten neuern Bildungen zu durchforschen, ältere Bestimmungen zu rectificiren, geologische Schichten, die bisher getrennt waren, zusammenzufassen, andernfalls solche zu spalten oder zwischen sie an entfernten Orten neu erkannte einzuschieben, kurz ein immer treueres Bild von der Geschichte des Lebens der Erde zu entwerfen. Dabei erfolgen neue Bestätigungen bisher geltender Ansichten oder Umstürzung fest angenommener Sätze. Unermüdlich arbeitet Heer in Zürich an der Bestimmung der Pflanzen der arktischen Flora, die bei den verschiedenen Nordpolfahrten erbeutet wurden; Geinitz zeigt uns in seinem im 1. Theile uns vorliegenden, „Elbthalgebirge in Sachsen“ den Reichthum der sächsischen Kreideformation an Spongien; andere schreiben Monographieen über einzelne Geschlechter; Schneider weist Nummuliten in den Glaurcher Schichten, die sicher der oberen Kreideformation angehören, nach und giebt somit wieder einen neuen Beweis dafür, dass die Umwandlung einer Epoche in die andre nicht rapid, sondern allmählich verlaufen ist; die in den Karoobildungen Südafrikas gefundenen Exemplare von *Glossopteris Browniana var. Australasica A. Brongn.* und *Gl. leptoneura Bunburg* machen es wahrscheinlich, dass diese Landstriche dem untern Rothliegenden einzureihen seien. Sandberger bearbeitet gegenwärtig die Süsswasserconchilien des deutschen Lösses u. s. w. Kurz es herrscht in diesem Zweige eine Regsamkeit, wie sie sich nur eine gute Phantasie zu malen vermag.

In der Geologie spielt jetzt das Experiment eine grosse Rolle; man sucht im Kleinen nachzuahmen, was die Natur im Grossen dargestellt und somit aufgestellte Theorieen zu beweisen; das grösste Aufsehen erregte vor Kurzem in dieser Beziehung F. v. Hochstetters Versuch, vulkanische Eruptionen und Kegelbildung im Kleinen nachzuahmen. L. v. Buch's Erhebungstheorie hat bekanntlich der neuern Aufschüttungstheorie weichen müssen und der erwähnte Versuch illustrirt in der vollständigsten Weise die neuen Ansichten. Wirkliche Lava zu den Versuchen zu verwenden, scheitert an dem hohen Schmelzpunkt derselben und an dem ungeheuren Druck, der zu ihrer Schmelzung im Wasser nöthig ist. V. Hochstetter wendete deshalb Schwefel an, der alle zu diesem Zwecke nothwendigen Eigenschaften besitzt. Der in einem Dampfschmelzapparat unter einem

Dampfdruck von 2—3 Atmosphären bei einer Temparatur von 128° C. geschmolzene Schwefel wird in einen hölzernen Trog abgelassen. Kurz nach dem Ausguss bildet sich an der Oberfläche in Folge der Abkühlung eine feste Schwefelkruste, in welcher an mehreren Punkten kleinere oder grössere Stellen offen bleiben, in welchen der Schwefel eine Zeit lang kochend aufwallt. Sobald bei fortschreitender Erstarrung des Schwefels dieselben kleiner werden, beginnen förmliche Eruptionen durch sie hindurch in periodischen Intervallen von ½—2 Minuten, hervorgerufen durch den sich entwickelnden Wasserdampf. Schwefelmasse wird dabei hervorgepresst und breitet sich auf der obern Schwefelkruste deckenförmig aus und erstarrt. Durch die fortdauernden Eruptionen bildet sich nach und nach ein Kegel und in ihm ein Krater, worauf der Schwefel in Strömen ausfliesst, auf welchen secundäre Eruptionen zu bemerken sind. Man sieht, wie der Krater, nach einer Eruption leer geworden, sich allmählich wieder füllt und endlich unter Entwicklung einer Dampfwolke sein Inhalt ausgeworfen wird. Dabei wird der Schwefel auch in Tropfen (Bomben), die in verschiedener Entfernung vom Krater niederfallen, ausgeworfen. Endlich (nach 1—1½ Std.) schliesst sich derselbe. V. Hochstetter bestreute die in verschiedenen Zeiten erfolgenden Ausgüsse, so lange sie noch warm waren, mit verschiedenen Farben, um die periodisch nach einander folgenden Ergüsse charakterisiren zu können. — Das Modell, welches ich im geologischen Museum zu Dresden sah, ist täuschend naturähnlich und macht den Eindruck, als sei es in einer nach dem Bilde eines niedlichen Vulkans geformten Matritze gegossen. (Preis 10 Thlr.)

Bericht über die Thätigkeit der pädagogischen Sektion der 44. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Rostock.

Die in der pädagogischen Sektion der diessjährigen Naturforscher-Versammlung gehaltenen Vorträge beschäftigten sich hauptsächlich mit der Vorzeigung und Erläuterung von Lehrmitteln für den naturwissenschaftlichen Unterricht und mit der Angabe von Schulversuchen.

Herr Oberlehrer Dr. Krebs aus Wiesbaden zeigte und erläuterte einige von ihm konstruirte und in Pogg. Ann. beschriebene Apparate, nämlich einen Apparat zur Demonstration des Parallelogramms der Kräfte, einen andern zur Darstellung der Gesetze des Gleichgewichts auf der schiefen Ebene, einen beweglichen Leiter zum Ampère'schen Gestell gehörig in verbesserter Form, ein Solenoid, dessen Konstruktion von der bis jetzt gebräuchlichen abweicht, einen Adhäsionsapparat und ein durch Anwendung des galvanischen Stroms auslösbares Schlagwerk, wodurch bewiesen wird, dass sich der Schall im luftleeren resp. luftverdünnten Raume nicht fortpflanzt. Wegen der näheren Einrichtung dieser Apparate und wegen der Abweichung der angewandten Konstruktionen von den bis jetzt gebräuchlichen sei auf Pogg. Ann. verwiesen, wo sich eine ausführliche Beschreibung findet.*) Besonders bemerken will ich, dass der Apparat zur Erläuterung der Gleichgewichtsgesetze für die schiefe Ebene nicht nur die zur Erhaltung des Gleichgewichts nöthige Kraft, sondern auch den Druck auf die schiefe Ebene zu bestimmen gestattet. Herr Krebs hat in den beiden erstgenannten Apparaten die Federwage angewandt oder vielmehr die Elasticität an die Stelle der Schwerkraft treten lassen. Es giebt diese Aenderung den Apparaten erhebliche Vorzüge, weil der Gebrauch derselben

---

*) In welchem Bde.? D. Red.

dadurch weniger zeitraubend wird und der Lehrer also in der Unterrichtsstunde experimentiren kann, ohne die Schüler längere Zeit sich selbst zu überlassen.

Herr Dr. Curt Weigelt, Kustos der permanenten Ausstellung landwirthschaftlicher Lehrmittel zu Karlsruhe, machte Mittheilungen über die Entstehung und den Zweck dieser Anstalt. Bei der landwirthschaftlichen Ausstellung zu Karlsruhe waren die Lehrmittel für den landwirthschaftlichen Unterricht sehr reichlich bedacht worden. Man kam deshalb beim Schlusse der Ausstellung auf den Gedanken, diese Lehrmittel zurückzubehalten und sie einer zu gründenden permanenten Ausstellung landwirthschaftlicher Lehrmittel einzuverleiben, ein Gedanke, der durch die Freigiebigkeit des Grossherzogs von Baden verwirklicht werden konnte. Die Ausstellung, welche ursprünglich nur die Lehrmittel für den landwirthschaftlichen Unterricht ins Auge fasste, hat sich allmählich weitere Grenzen gesteckt und ist mittlerweile auch eine Ausstellung von Lehrmitteln für den naturwissenschaftlichen Unterricht geworden, was der Name freilich — und ich glaube zum Schaden der Sache — nicht andeutet. Eine Aenderung des Namens wäre zur Vermeidung von Missverständnissen gewiss wünschenswerth.*)

Die Anstalt bezweckt nach diesem ausgedehnteren Programm, den Schulen die Beschaffung von Lehrmitteln für den naturwissenschaftlichen Unterricht nach Möglichkeit zu erleichtern. Sie giebt auf Anfragen unter der Adresse des Kustos derselben, des Herrn Dr. Curt Weigelt, die Quellen für empfehlenswerthe und preiswürdige Apparate und Anschauungsmittel, prüft die durch Vermittlung der Anstalt bezogenen Apparate vor der Absendung an die Besteller und schickt sie, wenn sie mangelhaft befunden werden, an die Verfertiger zurück. Die Anstalt erbietet sich sogar, neue Apparate, die voraussichtlich für den Unterricht von Nutzen sind, und deren Einrichtung ihr angegeben wird, auf eigene Kosten zur Probe herstellen zu lassen.

Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass ein derartiges Institut, wenn es richtig geleitet wird, von grossem Nutzen für das Gedeihen des naturwissenschaftlichen Unterrichts sein kann. Leider war es Herrn Dr. Weigelt zu spät bekannt geworden, dass im Lokale der pädagogischen Sektion der diessjährigen Naturforscher-Versammlung eine Ausstellung von Lehrmitteln eingerichtet werden sollte. Von der Karlsruher permanenten Ausstellung war deshalb auch nur eine sehr preiswürdige und interessante Sammlung von Krystallmodellen aus Holz, mit weiss und roth angestrichenen Flächen, wodurch die Ableitung der Krystallgestalten nach Neumann erläutert wird, eingeschickt worden. Hoffentlich wird die Karlsruher Ausstellung die Naturforscher-Versammlung zu Leipzig besser bedenken. Die pädagogische Sektion ist gerade das beste Feld für die permanente Ausstellung und der Ort, wo man ihre Leistungen würdigen und ihre Bemühungen anerkennen wird.

Herr Mechanikus Desaga aus Heidelberg hatte den Apparat zur Umkehrung der Natriumflamme (Beschreibung: Roscoe, Spektralanalyse, S. 154; Schellen, Spektralanalyse, S. 213**) ausgestellt. Durch diesen Apparat können zwei durch Natrium gefärbte Leuchtgasflammen hergestellt werden, von denen die eine eine weit höhere Temperatur hat als die andere. Stellt man sich so gegen die beiden Flammen, dass sich die letztgenannte Flamme auf die starkleuchtende erstere projicirt, so erscheint die bei niedrigerer Temperatur brennende Flamme schwarz und russig. Die „schwarze Flamme“ nimmt selbstredend ihre gelbliche Färbung wieder an, wenn man eine Stellung einnimmt, wobei sie auf einen dunklen Hintergrund projicirt wird. Der Apparat ist leicht zu handhaben; nur erfordert die Regulirung des Brenners der schwächer brennenden Flamme durch Verschiebung desselben längs des ihn tragenden Glasrohrs einige

*) Ganz unsere bereits in Bd. I ausgesprochene Meinung. D. Red.
**) No. 175 des Preisverzeichnisses von Desaga; Preis 6 fl.

Aufmerksamkeit. Wenn der Apparat erst mehr bekannt sein wird, so wird er als Apparat zur Erläuterung des einfachen Gesetzes gewiss auch den Weg in die pekuniär minder günstig situirten Schulkabinete finden. Uebrigens ist die Konstruktion so einfach, dass Jemand, der in der Zusammenstellung von Apparaten einige Uebung hat, sich den Apparat leicht selbst herstellen kann.

Von der Bach'schen Buchhandlung in Neustadt-Dresden waren einige instruktive Käferpräparate ausgestellt. Zur Demonstration der einzelnen Theile des Käferkörpers ist bei diesen Präparaten folgendes Verfahren eingeschlagen. Die einzelnen Theile des Körpers sind, von einander getrennt und durch Zwischenräume von einander geschieden, in ihrer natürlichen Reihenfolge aufgeklebt. Rechts von jedem Gliede ist die deutsche, links davon die lateinische Bezeichnung angegeben. Die Fresswerkzeuge sind wiederum von einander getrennt, und hier hat mein Kollege, Herr Dr. J. P. Müller, der ein von ihm für die hiesige Schule angefertigtes Präparat ausgestellt hatte, die Methode noch dahin modifizirt, neben den kleineren Theilen eine Abbildung derselben in vergrössertem Masstabe anzubringen. Skelette, welche die Handlung sehr schön, aber auch entsprechend theuer, liefert, hatte sie nicht ausgestellt.

Von Gotthold Elsner in Löbau waren die in dieser Zeitschrift bereits besprochenen Anschauungsvorlagen eingesandt worden und fanden vielen Beifall. (s. d. Bd. S. 439 u. 249. D. Red.)

Herr Prof. Mach aus Prag zeigte den kombinirten physikalischen und pädagogischen Sektionen seine phoronomische Wellenmaschine (Beschreibung: Karl's Repert. für Experimental-Physik, Band 6, S. 8) und den Apparat zur Demonstration des Brechungsgesetzes. Von allen mir bekannten Wellenmaschinen scheint mir die von Mach konstruirte für den Unterricht vor grössern Klassen die geeignetste, sowohl wegen ihrer grossen Dimensionen und der Deutlichkeit, womit die Erscheinungen hervortreten, als auch namentlich wegen des billigen Preises. (Soviel ich mich erinnere, beträgt derselbe etwa 18 östreich. fl.) Bei dem Apparat zur Erläuterung des Brechungsgesetzes wird das Lichtbündel in der Luft dadurch sichtbar gemacht, dass man den Raum mit Rauch anfüllt. In der Flüssigkeit ist das Lichtbündel ohne Weiteres sichtbar, weil das fluorescirende Petroleum angewandt wird.

Vielleicht interressirt auch den Einen oder Andern ein von mir in der pädagog. Sekt. mitgetheilter, der Praxis entlehnter Versuch. Derselbe zeigt, dass (wie bei Telegraphenleitungen) auch dann ein Strom zu Stande kommt, wenn jedes der freien Enden der beiden Leitungsdrähte, von denen jeder mit einem Pole der Batterie verbunden ist, in leitender Verbindung mit der Erde steht. Man bringt nämlich einen Blitzableiter in leitende Verbindung mit dem einen Pole einer galvanischen Batterie und befestigt einen zweiten Metalldraht leitend an der Gasleitung. Sobald das freie Ende des letzteren den freien Pol der Batterie berührt, zeigt ein eingeschaltetes Galvanometer einen Strom, wenn der Blitzableiter nicht irgendwo unterbrochen ist. Bei der Prüfung eines Blitzableiters, wobei ich zugegen war, habe ich mich überzeugt, dass zwei ganz kleine Grove'sche Elemente ausreichen, um eine bedeutende Ablenkung der Magnetnadel hervorzubringen.

Ausserdem habe ich noch die beiden Apparate vorgezeigt, welche in Fig. 182, S. 173 und Fig. 186, S. 177 von Weinhold's Vorschule der Experimentalphysik*) abgebildet sind. Die mittels dieser und ähnlicher Apparate anzustellenden Versuche können zur Stellung von physikalischen Aufgaben passend verwandt werden, indem man den Schülern die Erscheinung zeigt und die ihr zu Grunde liegenden Gesetze auffinden lässt. Die mündliche oder schriftliche Darstellung des Vorgangs und die Angabe der ihm

---

*) Das Weinhold'sche Buch ist zwar schon in dieser Zeitschrift besprochen worden, jedoch will ich nicht unterlassen, es den Herren Fachgenossen als Anleitung zur Herstellung von Apparaten mit geringen Mitteln nochmals zu empfehlen.

zu Grunde liegenden Gesetze ist eine vortreffliche Uebung im mündlichen oder schriftlichen Ausdrucke.

Auf meine in dieser Zeitschr., freilich etwas spät, erlassene Aufforderung hin, es möchten sich zwei Herren melden, von denen der Eine die für den chemischen und mineralogischen, der Andere die für den botanischen und zoologischen Unterricht seit Herbst 1869 erschienen literarischen Hülfsmittel vorlegte und bespräche, hatte sich nur Herr Dr. Fischer aus Hannover zur Uebernahme der ersteren Arbeit bereit erklärt, theilte aber in der letzten Stunde mit, dass er verhindert sei, die Versammlung zu besuchen. So wurden denn von mir nur einige physikalische Lehr- und Handbücher vorgelegt und kurz charakterisirt, nämlich Krumme, Lehrbuch der Physik für höhere Schulen, Berlin, Grote; Reis, Lehrbuch der Physik, Leipzig, Quandt und Händel; Münch, Lehrbuch der Physik, Freiburg im Breisgau, Herder; Müller, Atlas der Physik, Leipzig, Brockhaus; Weinhold, Vorschule der Experimentalphysik, Leipzig, Quandt und Händel; Röntgen, die Grundlehren der mechanischen Wärmelehre, Jena, Costenoble. Die Naturkräfte, Leipzig, Oldenburg. Die meisten dieser Werke sind schon in dieser Zeitschrift besprochen worden, die „Naturkräfte" sind durchgehends so verständlich und anziehend geschrieben, dass sie sich zur Privatlektüre für die Schüler der obern Realschuklassen eignen und zur Anschaffung für Schülerbibliotheken empfohlen werden können.

Herr Dr. Carl Möbius, Professor der Zoologie aus Kiel, unterbreitete der pädagogischen Section Vorschläge zur Verbesserung des naturwissenschaftlichen Unterrichts in Gymnasien und zur praktischen Vorbildung der Lehrer des höhern Schulamts. Indem ich hier den Vortrag des Professor Möbius im Auszuge folgen lasse, behalte ich mir die von ihm gewünschte Besprechung desselben in dieser Zeitschrift vor.

Herr Prof. Möbius sagt:

„Ueber die Stellung des naturwissenschaftlichen Unterrichts in den deutschen Gymnasien ist so viel gesprochen und geschrieben worden, dass neue theoretische Erwägungen überflüssig sind.

„Wenn die Gymnasien die besten Vorbildungsanstalten für alle Fakultätsstudien bleiben wollen, so dürfen sie die Forderung nach einem guten Unterrichte in den Naturwissenschaften nicht länger zurückweisen.

„Leider wird der Werth des naturwissenschaftlichen Unterrichts für das Ziel der Gymnasialbildung nicht selten nach den kümmerlichen oder negativen Leistungen solcher Lehrer abgeschätzt, welche die naturwissenschaftlichen Fächer gar nicht studirt haben, sie aber dennoch, und zwar oft gegen ihre Neigung, lehren müssen.

„Wird von dem einen Lehrer für Mathematik und Naturwissenschaften, der an einem Gymnasium angestellt ist, nichts Ordentliches in den Naturwissenschaften geleistet, so kann er diese ein ganzes Menschenalter hindurch in seinem Gymnasialbezirke brach legen. In den anderen Fächern gleichen in der Regel gute Lehrer die Schäden schlechterer aus, weil mehrere dieselbe Disciplin lehren.

„Auch kann ein Lehrer unmöglich Mathematik und alle Naturwissenschaften so gründlich studiren, wie ein guter Unterricht in allen erheischt. Man wird daher für diese Disciplinen an jedem grösseren Gymnasium zwei Lehrer anstellen müssen; den einen für Mathematik und Physik, den andern für die beschreibenden Naturwissenschaften und für Geographie, deren Haupttheil, der physikalisch-mathematische nämlich, ebenfalls eine Naturwissenschaft ist.

„Gute Lehrer leisten in wenig Stunden mehr, als schlechte in vielen. Die Zahl der Stunden, die jetzt in den meisten Gymnasien für den naturwissenschaftlichen Unterricht bestimmt sind, wird für den ganzen Schulkursus nur wenig vermehrt werden müssen. Zwei, resp. drei Stunden in jeder Klasse werden, wenn zwei tüchtige Lehrer angestellt sind, genügen.

„Eine Unterbrechung des naturwissenschaftlichen Unterrichts in einer mittleren Klasse beeinträchtigt den Werth desselben auf den niederen und höheren Stufen. Während der Pause wird nicht nur vieles Erlernte wieder vergessen, sondern auch die Werthschätzung der pausirenden Wissenschaft für die ganze Gymnasialzeit herabgestimmt."

Ueber die Vorbildung der Lehrer des höheren Schulamts äussert sich Herr Prof. Möbius folgendermassen:

„Man verlangt von einem jungen Manne, welcher Gymnasiallehrer werden will, eine gründliche wissenschaftliche Bildung. Sie muss natürlich immer die Hauptsache für jeden Kandidaten des höheren Schulamts bleiben.

„Aber der unvermittelte Uebergang von rein wissenschaftlichen Studien zum Lehren der Elemente der frisch erlernten Wissenschaften ist zu plötzlich, als dass nicht die meisten jungen Lehrer in recht viel Fehler verfallen sollten.

„Dagegen schützt leider auch der fleissigste Besuch von Vorlesungen über Pädagogik nicht.

„Das beste Mittel, die wenigen, aber sehr wichtigen Grundsätze der Didaktik so eindringlich kennen zu lernen, dass man sie als Correctiv seiner selbst stets gegenwärtig hat, sind Uebungen im Unterrichten in Gegenwart von geübten Fachlehrern, welche die Anfänger auf ihre Fehler aufmerksam machen und ihnen zeigen, wie gut gelehrt werden muss.

„Ich halte es für möglich, einen so gebildeten jungen Mann, wie unsere examinirten Schulamtskandidaten zu sein pflegen, in einem Semester durch praktische Uebungen soweit mit den Regeln der Didaktik vertraut zu machen, dass er dann fähig ist, seine Unterrichtsweise selbst zu kritisiren.

„Jedenfalls würde ein solches Uebungssemester weit mehr Nutzen stiften, als das übliche Probejahr, in welchem die jungen Lehrer doch gewöhnlich sich selbst überlassen bleiben.

„Der Werth einer praktischen Vorbildung der Kandidaten des höhern Schulamts ist so gross, dass man sich vor den Schwierigkeiten, die ihrer allgemeinen Einführung entgegenstehen, nicht scheuen darf.

„Sind unter den Universitätsprofessoren keine Männer, welche Unterrichtsübungen leiten können, so muss man solche, die es verstehen, anstellen. In vielen Fällen werden sich unter den Direktoren und Lehrern an den Gymnasien und Realschulen der Universitätsstädte passende Männer für solche Aemter finden.

„Die Uebungen werden in Gymnasien, Realschulen und höheren Bürgerschulen vorzunehmen sein. Ich glaube nicht, dass dadurch den Schülern mehr Schaden zugefügt werden wird, als durch die Experimente, welche sich selbst überlassene junge Lehrer mit ihnen anstellen.

„Für Künstler jeder Art und für die Lehrer der niedern Schulen giebt es Anstalten, wo sie sich unter Anleitung tüchtiger Meister praktisch üben können. Die meisten Lehrer an höheren Schulen mussten bisher die Kunst des Lehrens autodidaktisch erlernen."

Weil sich bisher gezeigt hat, dass es durchaus nothwendig ist, das Material für die pädagogische Sektion einer Naturforscher-Versammlung im Voraus einigermassen vorzubereiten, so beschloss die pädagogische Sektion der Rostocker Versammlung dahinzielende Wünsche an den Einführenden der pädagogischen Sektion der Leipziger Versammlung gelangen zu lassen. Für weitläufige Debatten über streitige Fragen aus dem Gebiet der Didaktik und der Organisation höherer Schulen ist die pädagogische Sektion einer Naturforscher-Versammlung nicht der geeignete Ort, weil es durchaus an Zeit fehlt. Man bedenke doch nur, dass höchstens drei Sitzungen stattfinden. Die Versammlung war denn auch der Ansicht, dass vor allen Dingen eine recht reichhaltige Ausstellung von Lehrmitteln für den naturwissenschaftlichen Unterricht im Lokale der pädagogischen Sektion

der Leipziger Versammlung angestrebt und vorbereitet werde und beauftragte mich dem Einführenden der Sektion diesen Wunsch zu übermitteln.

Am Schlusse der Sitzungen wurde dem Gymnasial- und Realschuldirektor Krause für seine Bemühungen um die Sektion der Dank der Mitglieder ausgedrückt.

Remscheid, den 13. October 1871. Krumme.

Druckfehler des I. und II. Bandes.*)

Bd. I.

Seite 202 Zeile 10 v. u. statt „Nicht unrichtig“ lies „Nicht unwichtig.“
- 208 - 3 v. u. - vorwiegenden lies vorwiegend.
- 210 letzte Z. v. u. - Mischungsgerichten lies Mischungsgewichten.
- 419 gehören die Worte: „Auch für das Heben etc.“ bis zum Schluss in den Text, nicht in die Anmerkung.
- 424 Zeile 12 v. u. statt „500,000“ lies „500 000“ (ohne Komma).

Bd. II.

Seite 90 Zeile 1 v. o. schalte vor „wirklich“ ein „nicht.“
- 115 drittletzte Zeile v. u. statt „die“ lies „und.“
- 116 Zeile 22 v. o. statt von lies vor.
- 118 - 17 v. o. - Lehrers lies Lesers.
- 140 - 27 v. o. - „schöne“ lies „schön.“
- 141 - 9 v. o. - „eines“ lies „des.“
- 146 - 6 v. o. - „allgemeine“ lies allgemein.“
- 147 - 8 v. o. - „naturwissenschaftliche“ lies „wissenschaftliche.“
- 148 - 25 v. o. - „Naturgeschichte“ lies „Naturwissenschaft.“
- 148 - 6 v. u. - „Obersecunda“ lies „Untersecunda.“
- 217 - 12 v. o. - „$\frac{ab}{h}$“ lies „$\frac{abg}{h}$.“
- 217 - 14 v. o. lies „$\frac{L^2g^2}{h^2} - \frac{2Lvg}{h} + v^2 = v^2 - 2gq$ oder $v = \frac{Lg}{2h} + \frac{gh}{L}$ (II).“
- 217 - 19 v. o. statt „Lq“ lies „Lg.“
- 217 - 20 v. o. - „Lq“ lies „Lg.“
- 217 - 2 v. u. - „voraus“ lies „woraus.“
- 220 - 5 v. u. - „vorlieganden“ lies „vorliegenden.“
- 221 - 16 v. o. - „Beziehnng“ lies Beziehung.“
- 222 - 1 v. o. - „Abschnitt“ lies „Abschnitte.“
- 222 - 11 v. u. - „ferner“ lies „ferner-“
- 224 - 11 v. o. - „das“ lies „dass.“
- 224 - 14 v. u. - „übersichtlich“ lies „übersichtlicher.“
- 225 - 8 v. u. - „speciellen“ lies „speciellen,“
- 251 - 36 v. o. - Beschreibung lies Beschreibungen.
- 256 - 11 v. o. - Harnkraut lies Hornkraut.
- 257 - 16 v. o. fehlt vor „Frucht“ der Artikel „die.“
- 292 - 6 v. o. statt Erhaltung lies Erfassung.

*) Vergl. Bd. I, S. 176 u. S. 540 sowie das nachträgliche Verz. in Heft 3. Bd. II.

